

# Lógica Matemática

**Prof. Me. Lucas Ferreira de Castro**



# Tradução da Linguagem Natural para a Linguagem Simbólica

## **EXPRESSÕES COM UM QUANTIFICADOR**



# Tradução da Linguagem Natural para a Linguagem Simbólica

## EXPRESSÕES COM UM QUANTIFICADOR

Seja a afirmação: **Existem sábios**

Vamos chamar de  $S$  = Ser sábio, logo  $Sx$  significa que  $x$  é sábio.

Assim é correto afirmar que existe um  $x$  tal que  $x$  é um sábio:

$$(\exists x)(Sx)$$

ou

$$\exists x Sx$$



# Tradução da Linguagem Natural para a Linguagem Simbólica

## EXPRESSÕES COM UM QUANTIFICADOR

**Todos são sábios**

Neste caso, para todo  $x$ ,  $x$  é sábio:

$$(\forall x)(Sx)$$

ou

$$\forall x Sx$$



# Tradução da Linguagem Natural para a Linguagem Simbólica

## EXPRESSÕES COM UM QUANTIFICADOR

**Não existem sábios**

Ou seja, não existe nenhum  $x$  tal que esse  $x$  seja um sábio:

$$\sim(\exists x)(Sx)$$

ou

$$\sim\exists x Sx$$

O que equivale a dizer que: “para todo  $x$ ,  $x$  não é sábio”

$$(\forall x)\sim(Sx)$$

ou

$$\forall x \sim Sx$$



# Tradução da Linguagem Natural para a Linguagem Simbólica

## EXPRESSÕES COM UM QUANTIFICADOR

**Nem todos são sábios**

Ou seja, para nem todo  $x$ ,  $x$  é sábio:

$$\sim(\forall x)(Sx)$$

ou

$$\sim\forall x Sx$$

O que equivale a dizer que: “existe algum  $x$  tal que  $x$  não é sábio”

$$(\exists x)\sim(Sx)$$

ou

$$\exists x \sim Sx$$



# Tradução da Linguagem Natural para a Linguagem Simbólica

## EXPRESSÕES COM UM QUANTIFICADOR

**Alguns sábios estão estudando**

S – ser sábio

E – estar estudando

Ou seja, existe um  $x$  tal que  $x$  é um sábio e  $x$  está estudando:

$$(\exists x)(Sx \wedge Ex)$$

ou

$$\exists x (Sx \wedge Ex)$$



# Tradução da Linguagem Natural para a Linguagem Simbólica

## EXPRESSÕES COM UM QUANTIFICADOR

**Todos os sábios estão estudando**

S – ser sábio

E – estar estudando

Ou seja, para todo x, se x é um sábio, x está estudando:

$$(\forall x)(Sx \rightarrow Ex)$$

ou

$$\forall x (Sx \rightarrow Ex)$$





# Tradução da Linguagem Natural para a Linguagem Simbólica

## EXPRESSÕES COM UM QUANTIFICADOR

**Nem todos os sábios estão estudando**

S – ser sábio

E – estar estudando

Ou seja, para nem todo x, se x é um sábio, x está estudando:

$$\sim(\forall x)(Sx \rightarrow Ex)$$

ou

$$(\exists x)\sim(Sx \rightarrow Ex)$$

ou

$$(\exists x)(Sx \wedge \sim Ex)$$

Ou seja, existe algum x que é sábio e que não está estudando.



# Tradução da Linguagem Natural para a Linguagem Simbólica

## EXPRESSÕES COM UM QUANTIFICADOR

**Somente os médicos podem cobrar por tratamento clínico**

C – poder cobrar por tratamento clínico

M – ser médico

Ou seja, para todo x, se x pode cobrar por tratamento clínico, x é médico:

$$\forall x(Cx \rightarrow Mx)$$



# Tradução da Linguagem Natural para a Linguagem Simbólica

## EXPRESSÕES COM UM QUANTIFICADOR

**Ninguém, senão os corajosos, merece medalha**

C – ser corajoso

M – merecer medalha

Ou seja, para todo x, se x merece medalha, x é corajoso:

$$\forall x(Mx \rightarrow Cx)$$



# Tradução da Linguagem Natural para a Linguagem Simbólica

## EXPRESSÕES COM UM QUANTIFICADOR

### SILOGISMOS CATEGÓRICOS

Linguagem Natural	Linguagem Simbólica
<i>Todo S é P</i>	$\forall x(Sx \rightarrow Px)$
<i>Nenhum S é P</i>	$\forall x(Sx \rightarrow \sim Px)$
<i>Algum S é P</i>	$\exists x(Sx \wedge Px)$
<i>Algum S não é P</i>	$\exists x(Sx \wedge \sim Px)$



# Tradução da Linguagem Natural para a Linguagem Simbólica

## **EXPRESSÕES COM MAIS DE UM QUANTIFICADOR**



# Tradução da Linguagem Natural para a Linguagem Simbólica

## EXPRESSÕES COM MAIS DE UM QUANTIFICADOR

**Se existem marcianos, existem não terráqueos**

M – ser marciano

T – ser terráqueo

Ou seja, se existe pelo menos um x tal que x é marciano, então existe pelo menos um y tal que y não é terráqueo:

$$\exists x Mx \rightarrow \exists y \sim Ty$$



# Tradução da Linguagem Natural para a Linguagem Simbólica

## EXPRESSÕES COM MAIS DE UM QUANTIFICADOR

**Alguns são espertos, outros não**

$E$  – ser esperto

Ou seja, existe pelos um  $x$  tal que  $x$  é esperto, e existe pelos um  $y$  tal que  $y$  não é esperto:

$$\exists x Ex \wedge \exists y \sim Ey$$



# Tradução da Linguagem Natural para a Linguagem Simbólica

## EXPRESSÕES COM MAIS DE UM QUANTIFICADOR

**Existem políticos honestos e desonestos**

P – ser político

H – ser honesto

Ou seja, existe pelo menos um x tal que x é político e x é honesto, e existe pelo menos um y tal que y é político e não é honesto:

$$\exists x(Px \wedge Hx) \wedge \exists y(Py \wedge \sim Hy)$$





# Tradução da Linguagem Natural para a Linguagem Simbólica

## **EXPRESSÕES COM RELAÇÕES**



# Tradução da Linguagem Natural para a Linguagem Simbólica

## EXPRESSÕES COM RELAÇÕES

**João é casado com alguém**

$C(x,y)$  -  $x$  é casado com  $y$

$\exists y C(\text{João}, y)$

Ou seja, existe pelo menos um  $y$  tal que João é casado com  $y$ .



# Tradução da Linguagem Natural para a Linguagem Simbólica

## EXPRESSÕES COM RELAÇÕES

**Todos têm mãe**

$M(x,y)$  -  $x$  é mãe de  $y$

$$\forall y \exists x M(x, y)$$

Ou seja, para todo  $y$  existe um  $x$  que é mãe de  $y$ .



# Tradução da Linguagem Natural para a Linguagem Simbólica

## EXPRESSÕES COM RELAÇÕES

**Todas as pessoas têm pai**

$P(x)$  –  $x$  é uma pessoa

$F(x,y)$  –  $y$  é pai de  $x$

$$\forall x (P(x) \rightarrow \exists y F(x, y))$$

Ou seja, para todo  $x$ , se  $x$  é uma pessoa, então existe um  $y$  tal que  $y$  é pai de  $x$ .



# Tradução da Linguagem Natural para a Linguagem Simbólica

## EXERCÍCIOS

1. Traduza as declarações abaixo para a linguagem simbólica, utilizando os seguintes predicados :

$D(x)$  é “x é um dia”

$S(x)$  é “x é ensolarado”

$C(x)$  é “x é chuvoso”

**(observação: o conjunto universo é o mundo inteiro)**

- a) Todos os dias são ensolarados.
- b) Alguns dias não são chuvosos.
- c) Todo dia ensolarado não é chuvoso.



# Tradução da Linguagem Natural para a Linguagem Simbólica

## EXERCÍCIOS

2. Traduza as declarações abaixo para a linguagem simbólica, utilizando os seguintes predicados:

$A(x)$  é “ $x$  é um advogado”

$M(x)$  é “ $x$  é uma mulher”

$F(x)$  é “ $x$  é um farmacêutico”

**(observação: o conjunto universo é o mundo inteiro)**

- a) Nenhuma mulher é, ao mesmo tempo, advogada e farmacêutica.



# Tradução da Linguagem Natural para a Linguagem Simbólica

## EXERCÍCIOS

3. Traduza as declarações abaixo para a linguagem simbólica, utilizando os seguintes predicados:

$C(x)$  é “ $x$  é um Camaro”

$F(x)$  é “ $x$  é uma Ferrari”

**(observação: o conjunto universo é o mundo inteiro)**

- a) Nada é ao mesmo tempo um Camaro e uma Ferrari.



# Tradução da Linguagem Natural para a Linguagem Simbólica

## EXERCÍCIOS

4. Marque a alternativa que representa a negação das proposições a seguir:

- a) Algumas pessoas gostam de matemática.
  - I. Algumas pessoas não gostam de matemática
  - II. Todo mundo não gosta de matemática
  - III. Todo mundo gosta de matemática
  
- b) Todo mundo gosta de sorvete.
  - I. Ninguém gosta de sorvete
  - II. Todo mundo não gosta de sorvete
  - III. Algumas pessoas não gostam de sorvete





# Tradução da Linguagem Natural para a Linguagem Simbólica

## EXERCÍCIOS

5. Marque a alternativa que representa a negação das proposições a seguir:

- a) Todas as pessoas são altas e magras.
  - I. Algumas pessoas são baixas e gordas
  - II. Ninguém é alto e magro
  - III. Algumas pessoas são baixas ou gordas
  
- b) Algumas fotos são velhas ou estão apagadas.
  - I. Todas as fotos nem são velhas nem estão apagadas
  - II. Algumas fotos não são velhas ou não estão apagadas
  - III. Todas as fotos não são velhas ou não estão apagadas



# Tradução da Linguagem Natural para a Linguagem Simbólica

## EXERCÍCIOS

6. Traduza as declarações abaixo para a linguagem simbólica, utilizando os seguintes predicados :

$E(x)$  é “ $x$  é um estudante”

$I(x)$  é “ $x$  é inteligente”

$M(x)$  é “ $x$  gosta de música”

**(observação: o conjunto universo é formado por todas as pessoas)**

- a) Todos os estudantes são inteligentes.
- b) Alguns estudantes inteligentes gostam de música.
- c) Todo mundo que gosta de música é um estudante burro.
- d) Apenas estudantes inteligentes gostam de música.

