# Lógica Matemática

Prof. Me. Lucas Ferreira de Castro



#### **QUANTIFICADOR UNIVERSAL**

Seja p(x) uma sentença aberta em um conjunto não vazio A e seja Vp seu conjunto-verdade:

$$Vp = \{x \mid x \in A \land p(x)\}$$

Quando p(x) é uma sentença **universal**, ou seja, Vp = A, podemos afirmar:

- "Para todo x de A, p(x) é verdadeira" ou
- "Qualquer que seja x de A, p(x) é verdadeira"

Matematicamente, simbolizamos este fato da seguinte forma:

$$(\forall x \in A)(p(x))$$
$$\forall x \in A, p(x)$$
$$\forall x \in A : p(x)$$

Também é comum omitir-se o domínio:

$$(\forall x)(p(x))$$
$$\forall x, p(x)$$
$$\forall x : p(x)$$



#### **QUANTIFICADOR UNIVERSAL**

Portanto a proposição  $(\forall x \in A)(p(x))$  é **verdadeira** sempre que Vp = A, e **falsa** sempre que  $Vp \neq A$ .

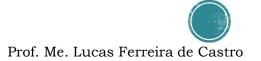
O símbolo  $\forall$  transforma a sentença aberta p(x) numa proposição.

Essa operação de transformação recebe o nome quantificação universal.

#### Exemplo

(∀ Fulano)(Fulano é mortal)

Lê-se: "Qualquer que seja Fulano, Fulano é mortal"



#### **QUANTIFICADOR EXISTENCIAL**

Seja p(x) uma sentença aberta em um conjunto não vazio A e seja Vp seu conjunto-verdade:

$$Vp = \{x \mid x \in A \land p(x)\}$$

Quando p(x) é uma sentença **possível**, ou seja,  $Vp \subset A$ , podemos afirmar:

- "Para algum x de A, p(x) é verdadeira" ou
- "Existe pelo menos um x de A tal que p(x) é verdadeira"

Matematicamente, simbolizamos este fato da seguinte forma:

$$\exists x \in A)(p(x))$$
$$\exists x \in A, p(x)$$
$$\exists x \in A : p(x)$$

Também é comum omitir-se o domínio:

$$\exists x)(p(x))$$
$$\exists x, p(x)$$
$$\exists x : p(x)$$



#### **QUANTIFICADOR EXISTENCIAL**

Portanto a proposição  $(\exists x \in A)(p(x))$  é **verdadeira** sempre que  $Vp \neq \emptyset$ , e **falsa** sempre que  $Vp = \emptyset$ .

O símbolo  $\exists$  transforma a sentença aberta p(x) numa proposição.

Essa operação de transformação recebe o nome quantificação existencial.

#### Exemplo

 $(\exists x)(x \ vive \ em \ Marte)$ 

Lê-se: "Existe pelo um x que vive em Marte"



#### VARIÁVEL APARENTE E VARIÁVEL LIVRE

Quando uma variável está quantificada, diz-se que é uma variável aparente.

#### Exemplo

$$(\exists x)(x+2=4)$$

Quando uma variável não está quantificada, diz-se que é uma variável livre.

#### Exemplo

$$x + 2 = 4$$

### QUANTIFICADOR DE EXISTÊNCIA E UNICIDADE

Suponha uma sentença aberta em R, quando temos certeza que **existe apenas um**  $x \in R$ , usamos o quantificador existencial de unicidade  $\exists$ !.

#### Exemplo

$$(\exists ! \ x \in R)(x^3 = 9)$$

## NEGAÇÃO DE PROPOSIÇÕES COM QUANTIFICADOR

Proposição	Negação	<b>Equivalência</b>
$(\forall x)(x \in mortal)$		

## NEGAÇÃO DE PROPOSIÇÕES COM QUANTIFICADOR

Proposição	Negação	<b>Equivalência</b>
$(\forall x)(x \in mortal)$	$\sim (\forall x)(x \in mortal)$	

## NEGAÇÃO DE PROPOSIÇÕES COM QUANTIFICADOR

Proposição	Negação	Equivalência
$(\forall x)(x \in mortal)$	$\sim (\forall x)(x \in mortal)$	$(\exists x) \sim (x \in mortal)$

## NEGAÇÃO DE PROPOSIÇÕES COM QUANTIFICADOR

Proposição	Negação	Equivalência
$(\forall x)(x \in mortal)$	$\sim (\forall x)(x \in mortal)$	$(\exists x) \sim (x \in mortal)$
$(\exists x)(x \in mortal)$		

## NEGAÇÃO DE PROPOSIÇÕES COM QUANTIFICADOR

Proposição	Negação	Equivalência
$(\forall x)(x \in mortal)$	$\sim (\forall x)(x \in mortal)$	$(\exists x) \sim (x \in mortal)$
$(\exists x)(x \in mortal)$	$\sim (\exists x)(x \in mortal)$	

## NEGAÇÃO DE PROPOSIÇÕES COM QUANTIFICADOR

Proposição	Negação	Equivalência
$(\forall x)(x \in mortal)$	$\sim (\forall x)(x \in mortal)$	$(\exists x) \sim (x \in mortal)$
$(\exists x)(x \in mortal)$	$\sim (\exists x)(x \in mortal)$	$(\forall x) \sim (x \in mortal)$

## **EXERCÍCIOS**

Livro Introdução à Lógica Matemática

Cap. 16

Questões 05 a 11.