

Lógica Matemática

Prof. Me. Lucas Ferreira de Castro



Álgebra de Boole

George Boole, filósofo britânico, nascido em 2 de novembro de 1815, criador da álgebra booliana, fundamental para o desenvolvimento da computação moderna.



Álgebra de Boole

FUNDAMENTOS

Valor Lógico	Significado
0	Falso
1	Verdadeiro

Símbolo	Nome	Operação	Exemplo	Leitura
\cdot	E	Conjunção	$A \cdot B$	A vezes B
$+$	OU	Disjunção	$A + B$	A mais B
$-$	NÃO	Complemento	\bar{A}	Complemento de A



Álgebra de Boole

TABELA VERDADE

ADIÇÃO

A	B	$A + B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

MULTIPLICAÇÃO

A	B	$A \cdot B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0



Álgebra de Boole

PROPRIEDADES

PROPRIEDADE	COMPLEMENTO	ADIÇÃO	MULTIPLICAÇÃO
<i>IDENTIDADE</i>	$A = \overline{\overline{A}}$	$A + 1 = 1$ $A + 0 = A$ $A + A = A$ $A + \overline{A} = 1$	$A \cdot 1 = A$ $A \cdot 0 = 0$ $A \cdot A = A$ $A \cdot \overline{A} = 0$
<i>COMUTATIVA</i>		$A + B = B + A$	$A \cdot B = B \cdot A$
<i>ASSOCIATIVA</i>		$A + (B + C) = (A + B) + C$	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$
<i>DISTRIBUTIVA</i>		$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
<i>DE MORGAN</i>		$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$



Álgebra de Boole

EXEMPLOS

Demonstre a seguinte identidade:

a) $A + (A \cdot B) = A$

b) $A \cdot (A + B) = A$

c) $A + \bar{A} \cdot B = A + B$

d) $(A + B) \cdot (A + C) = A + B \cdot C$



Álgebra de Boole

EXEMPLOS

Demonstre a seguinte identidade:

a) $A + (A \cdot B) = A$



Álgebra de Boole

EXEMPLOS

Demonstre a seguinte identidade:

$$a) A + (A \cdot B) = A$$

$$(A + A) \cdot (A + B) = A$$



Álgebra de Boole

EXEMPLOS

Demonstre a seguinte identidade:

$$a) A + (A \cdot B) = A$$

$$(A + A) \cdot (A + B) = A$$

$$A \cdot (A + B) = A$$



Álgebra de Boole

EXEMPLOS

Demonstre a seguinte identidade:

$$a) A + (A \cdot B) = A$$

$$(A + A) \cdot (A + B) = A$$

$$A \cdot (A + B) = A$$

$$A \cdot A + A \cdot B = A$$



Álgebra de Boole

EXEMPLOS

Demonstre a seguinte identidade:

$$a) A + (A \cdot B) = A$$

$$(A + A) \cdot (A + B) = A$$

$$A \cdot (A + B) = A$$

$$A \cdot A + A \cdot B = A$$

$$A + A \cdot B = A$$



Álgebra de Boole

EXEMPLOS

Demonstre a seguinte identidade:

$$a) A + (A \cdot B) = A$$

$$(A + A) \cdot (A + B) = A$$

$$A \cdot (A + B) = A$$

$$A \cdot A + A \cdot B = A$$

$$A + A \cdot B = A$$

$$A \cdot (1 + B) = A$$



Álgebra de Boole

EXEMPLOS

Demonstre a seguinte identidade:

$$a) A + (A \cdot B) = A$$

$$(A + A) \cdot (A + B) = A$$

$$A \cdot (A + B) = A$$

$$A \cdot A + A \cdot B = A$$

$$A + A \cdot B = A$$

$$A \cdot (1 + B) = A$$

$$A \cdot (1) = A$$



Álgebra de Boole

EXEMPLOS

Demonstre a seguinte identidade:

$$a) A + (A \cdot B) = A$$

$$(A + A) \cdot (A + B) = A$$

$$A \cdot (A + B) = A$$

$$A \cdot A + A \cdot B = A$$

$$A + A \cdot B = A$$

$$A \cdot (1 + B) = A$$

$$A \cdot (1) = A$$

$$A = A$$



Álgebra de Boole

PROPRIEDADES

PROPRIEDADE	COMPLEMENTO	ADIÇÃO	MULTIPLICAÇÃO
<i>IDENTIDADE</i>	$A = \overline{\overline{A}}$	$A + 1 = 1$ $A + 0 = A$ $A + A = A$ $A + \overline{A} = 1$	$A \cdot 1 = A$ $A \cdot 0 = 0$ $A \cdot A = A$ $A \cdot \overline{A} = 0$
<i>COMUTATIVA</i>		$A + B = B + A$	$A \cdot B = B \cdot A$
<i>ASSOCIATIVA</i>		$A + (B + C) = (A + B) + C$	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$
<i>DISTRIBUTIVA</i>		$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
<i>DE MORGAN</i>		$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$
<i>ABSORÇÃO</i>		$A + (A \cdot B) = A$	$A \cdot (A + B) = A$
<i>OUTRAS IDENTIDADES</i>		$A + \overline{A} \cdot B = A + B$	$(A + B) \cdot (A + C) = A + B \cdot C$



Álgebra de Boole

EXEMPLOS

Simplifique a seguinte expressão:

a) $A \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B}$



Álgebra de Boole

EXEMPLOS

Simplifique a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \text{a) } & A \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \\ & A \cdot (B \cdot C + \bar{C} + \bar{B}) \end{aligned}$$



Álgebra de Boole

EXEMPLOS

Simplifique a seguinte expressão:

$$a) A \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B}$$

$$A \cdot (B \cdot C + \bar{C} + \bar{B})$$

$$A \cdot (B \cdot C + (\bar{C} + \bar{B}))$$



Álgebra de Boole

EXEMPLOS

Simplifique a seguinte expressão:

$$a) A \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B}$$

$$A \cdot (B \cdot C + \bar{C} + \bar{B})$$

$$A \cdot (B \cdot C + (\bar{C} + \bar{B}))$$

$$A \cdot (B \cdot C + (\bar{B} + \bar{C}))$$



Álgebra de Boole

EXEMPLOS

Simplifique a seguinte expressão:

$$a) A \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B}$$

$$A \cdot (B \cdot C + \bar{C} + \bar{B})$$

$$A \cdot (B \cdot C + (\bar{C} + \bar{B}))$$

$$A \cdot (B \cdot C + (\bar{B} + \bar{C}))$$

$$A \cdot (B \cdot C + \overline{(B \cdot C)})$$



Álgebra de Boole

EXEMPLOS

Simplifique a seguinte expressão:

$$a) A \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B}$$

$$A \cdot (B \cdot C + \bar{C} + \bar{B})$$

$$A \cdot (B \cdot C + (\bar{C} + \bar{B}))$$

$$A \cdot (B \cdot C + (\bar{B} + \bar{C}))$$

$$A \cdot (B \cdot C + \overline{(B \cdot C)})$$

$$A \cdot (1)$$



Álgebra de Boole

EXEMPLOS

Simplifique a seguinte expressão:

$$a) A \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B}$$

$$A \cdot (B \cdot C + \bar{C} + \bar{B})$$

$$A \cdot (B \cdot C + (\bar{C} + \bar{B}))$$

$$A \cdot (B \cdot C + (\bar{B} + \bar{C}))$$

$$A \cdot (B \cdot C + \overline{(B \cdot C)})$$

$$A \cdot (1)$$

$$A$$



Álgebra de Boole

EXEMPLOS

Simplifique a seguinte expressão:

Outra solução

$$a) A \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B}$$

$$A \cdot (B \cdot C + \bar{C} + \bar{B})$$



Álgebra de Boole

EXEMPLOS

Simplifique a seguinte expressão:

Outra solução

$$a) A \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B}$$

$$A \cdot (B \cdot C + \bar{C} + \bar{B})$$

$$A \cdot (B + \bar{C} + \bar{B})$$



Álgebra de Boole

EXEMPLOS

Simplifique a seguinte expressão:

Outra solução

$$a) A \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B}$$

$$A \cdot (B \cdot C + \bar{C} + \bar{B})$$

$$A \cdot (B + \bar{C} + \bar{B})$$

$$A \cdot (1 + \bar{C})$$



Álgebra de Boole

EXEMPLOS

Simplifique a seguinte expressão:

Outra solução

$$a) A \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B}$$

$$A \cdot (B \cdot C + \bar{C} + \bar{B})$$

$$A \cdot (B + \bar{C} + \bar{B})$$

$$A \cdot (1 + \bar{C})$$

$$A \cdot (1)$$



Álgebra de Boole

EXEMPLOS

Simplifique a seguinte expressão:

Outra solução

$$a) A \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B}$$

$$A \cdot (B \cdot C + \bar{C} + \bar{B})$$

$$A \cdot (B + \bar{C} + \bar{B})$$

$$A \cdot (1 + \bar{C})$$

$$A \cdot (1)$$

$$A$$



Álgebra de Boole

EXERCÍCIOS

1) Simplifique a seguinte expressão:

a) $(AB\bar{C})(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$

b) $(A + B + C)(\bar{A} + \bar{B} + C)$

c) $\overline{(\bar{A} + \bar{C} + B + D)} + C(\bar{A} + \bar{C} + \bar{D})$

d) $\bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + \bar{A}B\bar{C} + ABC + AB\bar{C}$

e) $\bar{A}B + A\bar{B} + AB$

f) $\overline{\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}(X + Y + Z)}$

g) $(A + \bar{B} + AB)(A + \bar{B})(\bar{A}B)$

h) $\bar{A}B(\bar{D} + D\bar{C}) + (A + \bar{A}CD)B$

