



## LABORATORIO 2

D. Felipe Puin<sup>1</sup>, O. Mauricio Cruz<sup>2</sup>, J. David Sierra<sup>3</sup>, D. Andrés Gil<sup>4</sup>

1. Cód.: 161004642, Ing. Electrónica.
2. Cód.: 161004617, Ing. Electrónica.
3. Cód.: 161004628, Ing. Electrónica
4. Cód.: 161004514, Ing. Electrónica

### RESUMEN

El objetivo principal de este laboratorio es lograr la discretización de un sistema. Para ello se utiliza la transformada Z y la Función de transferencia, con la que mediante iteraciones y procesos algorítmicos en el entorno de Visual studio, generará una señal de entrada y salida en tiempo discreto. Habiendo realizado la práctica, se concluye que la transformada Z logra con gran eficiencia cumplir su propósito, pues gracias a la visualización que proporciona el osciloscopio con el previo tratamiento de datos en un microcontrolador como lo es la tarjeta ESP32-DEVKIT V1, es posible visualizar la señal de entrada y salida de una forma escalonada.

palabras clave: microcontrolador, transformada Z, iteraciones y tratamiento

---

### INTRODUCCIÓN

#### Marco Teórico:

##### SIATEMA TIEMPO DISCRETO

Los sistemas de tiempo discreto son una forma de analizar y procesar señales que están definidas en intervalos discretos en el tiempo. Son fundamentales en el campo de la teoría de señales y sistemas, y se utilizan en diversas aplicaciones que involucran señales digitales y procesamiento de datos.

##### TRANSFORMADA Z

La transformada Z es una generalización de la Transformada de Fourier de Tiempo Discreto

es una herramienta matemática que nos permite trabajar de una forma más cómoda con los sistemas discretos.

La transformada Z básicamente asigna a una secuencia discreta  $\{f(n)\}$  una función de variable compleja del siguiente modo:

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x[n]z^{-n}$$

Transformada inversa:

$$x[n] = Z^{-1}\{X(z)\} = \frac{1}{2\pi j} \oint_C X(z)z^{n-1} dz$$

## FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

Este modelo matemático relaciona las señales de entrada y salida, ya efectuadas sus respectivas transformadas  $z$ , por lo tanto esta función depende de  $z$ . La razón entre las señales de salida y de entrada, corresponde a la función de transferencia ( $H(z)$ ), que es la transformada  $z$  de la respuesta al impulso ( $h(n)$ ), y es el puente que permite obtener la ecuación necesaria para obtener la ecuación deseada.

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

## LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN VISUAL STUDIO CODE Y PLATFORMIO

En la plataforma visual studio y su ecosistema de desarrollo que se utiliza en

conjunción con el lenguaje de programación C++, python, arduino entre otros . Está diseñado para simplificar el desarrollo de sistemas embebidos, proporcionando herramientas, bibliotecas y servicios que facilitan la programación de microcontroladores y la conexión con servicios en la nube. Es conocido por su enfoque en la simplicidad y la facilidad de uso.

---

## METODOLOGÍA

Se pide ingresar en la entrada la siguiente señal:

$x(n) = \partial e^{-bn}$ , y con el circuito correspondiente, obtener a la salida:  
 $y(n) = (2n)$

Se debe tener la ecuación indicada para el circuito en un sistema discreto, además es necesario realizar las respectivas simulaciones , y por último, el montaje del circuito.

### TARJETA ESP32

El ESP32 es un microcontrolador, al igual que el Arduino, pero tiene conectividad Bluetooth y WiFi ya integrada en la placa. Esto facilita mucho los proyectos de IoT, ya que intercambiarán información constantemente con la red.



Figura 1 . Visualizacion de a tarjeta esp32

Las características de la placa son las siguientes:

- CPU: Xtensa® Dual-Core LX6 de 32 bits;
- Memoria ROM: 448 KBytes;
- Reloj máximo: 240MHz;
- Memoria RAM: 520 Kbytes;
- Memoria flash: 4 MB;
- Estándar inalámbrico 802.11 b / g / n;
- Conexión Wifi de 2.4Ghz (máximo 150 Mbps);
- Antena integrada en el tablero;
- Conector micro USB para comunicación y alimentación;
- Wi-Fi Direct (P2P), P2P Discovery, modo P2P Group Owner y P2P Power Management;

- Modos de funcionamiento: STA / AP / STA + AP;
- Bluetooth BLE 4.2;
- Puertos GPIO: 11;
- GPIO con PWM, I2C, funciones SPI, etc.
- Voltaje de funcionamiento: 4.5 ~ 9V;
- Convertidor analógico a digital (ADC).

## RESULTADOS Y ANÁLISIS

### OBTENER LA SEÑAL DE ENTRADA DEL CIRCUITO PRINCIPAL

Para obtener la señal:  $x(n) = e^{-bn}$ .  
Que se utilizó en la entrada del sistema en tiempo discreto, se utilizó una función en lenguaje c que modela este comportamiento, a su vez dicha función se puede ver mediante el uso de la tarjeta ESP32-DEVKIT V1, y su conversor digital analógico o DAC en su pin A2 o PA\_4.

$$y(z) = \frac{2z(1)}{(z-1)^2}$$

$$y(z) = \frac{2z}{(z-1)^2}$$

Para crear la correspondiente ecuación, es necesario usar la función de transferencia la cual se define como la razón de la transformada Z de la salida, con la transformada Z de la entrada

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\frac{2z}{(z-1)^2}}{\frac{\partial z}{z-e^b}}$$

### OBTENER LA SEÑAL DE SALIDA

$$z[x(n)] = z[\partial e^{bn} \mu(n)]$$

$$z[x(n)] = \frac{\partial z}{z-e^b} = x(z)$$

$$y(n) = (2n)$$

$$z[y(n)] = 2z[n]$$

$$y(z) = [2z \frac{d}{dz} [\frac{z}{z-1}]]$$

$$y(z) = [2z [\frac{z-1-z}{(z-1)^2}]]$$

$$H(z) = \frac{2(z-e^b)}{\partial z(z-1)^2}$$

$$H(z) = \frac{(2)(z-e^b)}{\partial(z-1)^2}$$

Despejando Y(Z) Y X(Z) se obtiene lo siguiente:

$$X(Z)[(2)(Z - e^b)] = Y(Z)[(\partial(Z - 1)^2)]$$

Efectuando los cálculos pertinentes para despejar la  $Y(Z)$  Y  $X(Z)$  se obtiene:

$$X(Z)[z^2 - ze^b - 2z + 2e^b] = Y(z)[\partial(z^2 - 2Z + 1)]$$

$$X(Z)2 - x(z)2e^b = Y(z)\partial z^2 - 2\partial Z y(z) + \partial y(Z)$$

$$\frac{1}{z} [Y(z)\partial z^2 - 2\partial Z y(z) + \partial y(Z)] = \frac{1}{z} [X(Z)2 - x(z)2e^b]$$

$$\partial Y(z) - 2\partial z^{-1} y(z) + \partial z^{-2} y(Z) = X(Z)2z^{-1} - x(z)2e^b z^{-2}$$

Efectuando la transformada inversa z:

$$Z^{-1}[\partial Y(z) - 2\partial z^{-1} y(z) + \partial z^{-2} y(Z)] = Z^{-1}[X(Z)2z^{-1} - x(z)2e^b z^{-2}]$$

$$\partial Y(n) - 2\partial y(n-1) + \partial y(n-2) = 2x(n-1) - 2e^b x(n-2)$$

$$\partial Y(n) = 2x(n-1) - 2e^b x(n-2) + 2\partial y(n-1) - \partial y(n-2)$$

Para despejar a  $y(n)$  se efectúa en la ecuación una división en las dos partes de la igualdad de  $\frac{1}{\partial}$ .

$$y(n) = \frac{1}{\partial} [2x(n-1) - 2e^b x(n-2) + 2\partial y(n-1) - \partial y(n-2)]$$

Demostrando que la función funciona correctamente, se realizó el cálculo para Dos valores de  $n$ , a su vez se efectuaron y definieron los cálculos para una constante  $T$  haciendo referencia de muestreo que nos ayuda a visualizar correctamente las iteraciones y su forma en el osciloscopio :

Para  $n = 0$

$$y[0] = 0;$$

Para  $n = 1$

$$y[1] = T*x[0] + 2*y[0];$$

Para obtener la señal de salida:  $y(n) = 2n$

Se utilizó el análisis anterior para tener la salida esperada en tiempo discreto, se utilizó la función obtenida y mediante el uso del lenguaje  $c++$  y arduino se modela este comportamiento a través de iteraciones, y gracias a esto dicha función y la constante  $T$

puede ser vista en el osciloscopio mediante el uso de la tarjeta ESP32 y su conversor digital analógico o DAC en su pin GPIO 25 y GPIO 26.

El código utilizado es:

```
#include <Arduino.h>
```

```
float x[100], y[100], T=0.77;
int N = 50, a=1, b=-1;
```

```
void setup() {
    for(int n=0; n<N; n++){
        x[n] = a*exp(b*(n*T));
        y[0]=0;
        y[1] = T*x[0]+2*y[0];
    }
}

void loop() {
    for(int n=2; n<N; n++){
        y[n] =
        (T*x[n-1]-T*x[n-2]/exp(-b*T)+2*y[n-1]-y[n-2]);
        dacWrite(25,70*(x[n-2]));
        dacWrite(26,70*(y[n-2]));
        delay(100);
    }
}
```

## MONTAJE Y SIMULACIONES

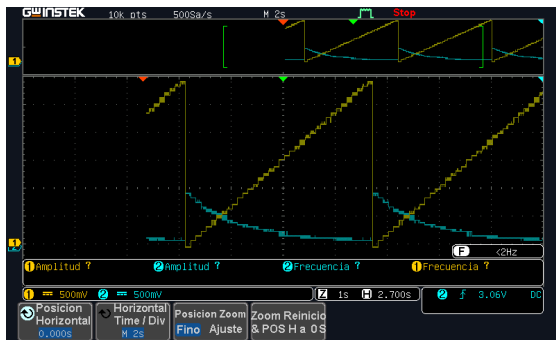


Figura 1. señales vistas en osciloscopio

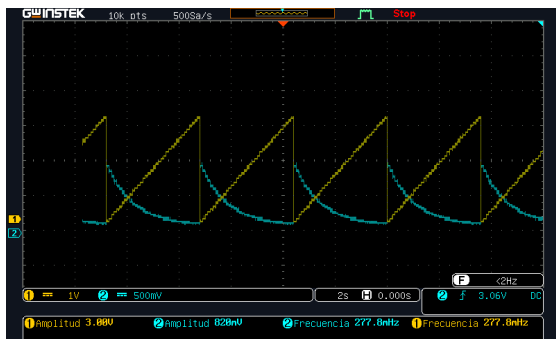


Figura 2. señales vistas en osciloscopio



Figura 3. señales vistas en osciloscopio



Figura 4. Montaje con la tarjeta ESP32

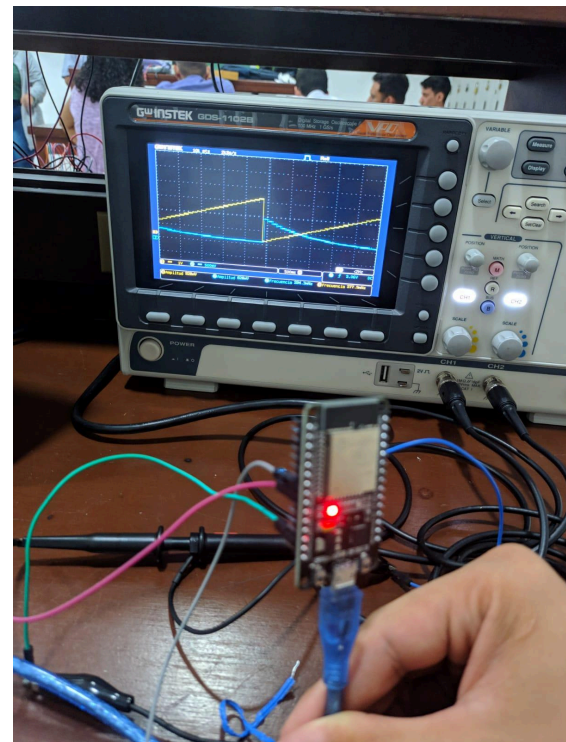


Figura 5. Montaje con la tarjeta ESP32 y osciloscopio.

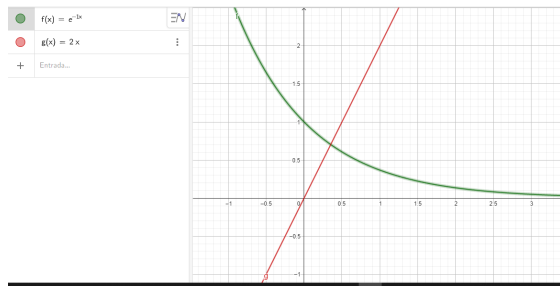


Figura 6. Simulación de entrada y salida.

---

## CONCLUSIONES

- Como principal conclusión, se pudo comprobar la importancia y utilidad de la transformada z para el desarrollo y manejo de sistemas en tiempo discreto, en este caso permitió calcular a partir de una señal de entrada, una señal de salida deseada, utilizando un pequeño procedimiento matemático que se implementó en código de programación.
- En base al código y procedimiento matemático realizados, se pudo obtener la señal deseada siguiendo el procedimiento esperado de manera exitosa. En este contexto específico, el uso de la transformada Z demostró ser una herramienta sumamente valiosa y eficiente para alcanzar el objetivo planteado en el laboratorio.