Risk Frontier para Carteiras de Crédito Consignado (INSS) Estrutura metodológica, equações e script de referência

August 12, 2025

1 Visão geral

O objetivo é construir uma fronteira eficiente de risco-retorno para carteiras agregadas por grupos homogêneos de risco (GHRs), levando em conta:

- dinâmica de inadimplência via matriz de roll-rates por buckets (current, 30, 60, 90, wo);
- perdas esperadas (EL), perdas inesperadas (UL) no modelo de fator único (Vasicek/IRB);
- ajuste de maturidade (IRB) para capital econômico;
- carry cost (funding, suspensão de accrual, opex de cobrança);
- normalização de retorno por **prazo médio remanescente** (modo anual/12m/EAA).

O script agrega métricas por GHR, sorteia carteiras sintéticas (weights Dirichlet), estima o par (EC, Retorno) e identifica a envoltória superior (efficient frontier). Classificamos GHRs como eficientes (acima/na fronteira) ou ineficientes (abaixo), tanto na visão total quanto em sem safra e só safra.

2 Fluxos financeiros e saldo (Price)

Para um contrato com valor liberado V, taxa mensal i e prazo N, a prestação (Price) é:

$$PMT = V \cdot \frac{i(1+i)^N}{(1+i)^N - 1}.$$
 (1)

Após n parcelas, o saldo (EAD contábil) é:

$$Saldo(n) = V(1+i)^n - PMT \frac{(1+i)^n - 1}{i}.$$
 (2)

No script, quando Saldo_Atual não é informado, o Saldo é calculado por essa fórmula. Para Na Safra aplicamos n=0.

3 Dinâmica de atraso: roll-rates e PD condicional

Defina os buckets $\mathcal{B} = \{\text{current}, 30, 60, 90, \text{wo}\}\ e$ uma matriz de transição mensal $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{|\mathcal{B}| \times |\mathcal{B}|}$, com a última linha/coluna absorvente em wo. Seja o estado inicial s_0 (vetor padrão de uma posição), e H o horizonte (meses). A probabilidade acumulada de absorção em wo até H (aproximação usada no código) é:

$$p_{\text{def}}(H) = \sum_{t=1}^{H} \mathbf{s}_{t-1} \mathbf{P} \mathbf{e}_{\text{wo}}, \quad \text{com} \quad \mathbf{s}_t = \mathbf{s}_{t-1} \mathbf{P},$$
(3)

e anulamos
$$s_t(wo)$$
 após contabilizar o fluxo ao absorvedor. (4)

Aqui, e_{wo} extrai a coluna de entrada em wo. No código, pd_condicional_from_roll implementa essa recursão de forma robusta.

A LGD efetiva por bucket é obtida de uma tabela LGD(bucket) (com limites de piso/teto), refletindo severidade crescente com o atraso. O EL forward por contrato usa $p_{\text{def}}(H)$ e a LGD do bucket vigente.

4 Carry cost gerencial

Supondo taxa de funding k_f a.a. e spread contratado s a.a., as taxas mensais são $k_f^{(m)} = (1+k_f)^{1/12} - 1$ e $s^{(m)} = (1+s)^{1/12} - 1$. Se houver suspensão de accrual em atraso, a receita perdida é $s^{(m)} \cdot \text{EAD}$. Incorporamos ainda *opex* de cobrança por bucket. Para H meses:

$$Carry(H) = H \cdot \left(k_f^{(m)} \cdot EAD + \mathbf{1}_{atraso} \cdot s^{(m)} \cdot EAD + OPEX(bucket)\right). \tag{5}$$

5 Perdas esperadas e inesperadas (Vasicek/IRB)

Dados PD, LGD, EAD, correlação de ativo ρ , e nível de confiança α :

$$EL = PD \cdot LGD \cdot EAD, \tag{6}$$

$$UL = LGD \cdot EAD \cdot \Phi\left(\frac{\Phi^{-1}(PD) + \sqrt{\rho} z_{\alpha}}{\sqrt{1 - \rho}}\right),\tag{7}$$

onde Φ é a CDF normal padrão e $z_{\alpha} = \Phi^{-1}(\alpha)$. O **capital econômico de 1 ano** é $EC_{1y} = \max(\text{UL} - \text{EL}, 0)$. Ajuste de maturidade (IRB) aplicado:

$$b(PD) = \frac{0.11852 - 0.05478 \ln(PD)}{1 - 0.11852 - 0.05478 \ln(PD)}, \quad \text{MA}(M) = \frac{1 + (M - 2.5)b}{1 - 1.5b}, \quad EC = \max\{EC_{1y} \cdot \text{MA}(M), 0\}.$$
(8)

Obs.: a expressão de b(PD) acima segue a implementação do script.

6 Normalização por prazo: EAA

Para comparar GHRs com prazos médios remanescentes distintos M (em anos), usamos um proxy de valor "lifetime" simples, $\text{NPV}_{\text{proxy}} \approx \text{Retorno Anual} \times M$, e convertemos para uma renda anual uniforme equivalente (EAA) a uma taxa K:

$$EAA(K, M) = NPV_{proxy} \cdot \frac{K}{1 - (1 + K)^{-M}}.$$
(9)

No código, a métrica de retorno usada na fronteira (Ret_Metrica) pode ser:

- anual/12m: usa o retorno anual gerencial (coerente com o horizonte de carry/ECL);
- eaa: usa EAA com taxa K (parâmetro K_EAA).

7 Construção da Fronteira Eficiente

Considere n GHRs. Defina:

$$\boldsymbol{w} \in \Delta^{n-1}$$
 (pesos Dirichlet), (10)
 $\boldsymbol{e} = \text{EAD por GHR}, \quad \boldsymbol{\ell} = \text{LGD por GHR}, \quad \boldsymbol{r} = \text{Retorno por GHR (métrica)}, \quad \boldsymbol{el} = \text{EL por GHR}.$ (11)

Aproximamos o desvio-padrão agregado (capital econômico proxy) como:

$$EC(\boldsymbol{w}) \approx \sqrt{\mathbf{1}^{\top} \left[(\boldsymbol{\ell} \odot (\boldsymbol{w} \odot \boldsymbol{e})) (\boldsymbol{\ell} \odot (\boldsymbol{w} \odot \boldsymbol{e}))^{\top} \odot \boldsymbol{\rho} \right] \mathbf{1}},$$
 (12)

onde ρ é a matriz de correlação (ajustada pelo mix de buckets) e \odot denota produto Hadamard. O retorno agregado é $R(\mathbf{w}) = \sum_{i} w_{i} r_{i}$, e na prática usamos $R(\mathbf{w}) - \sum_{i} w_{i} e l_{i}$ (equivalente ao que o código já computa na nuvem sintética). Amostramos muitos \boldsymbol{w} , obtemos o conjunto (EC, R) e, por faixas de EC, tomamos o R máximo; a curva resultante é a fronteira eficiente.

8 Eficiência e ROE

Para cada GHR com par (EC_i, R_i) :

Retorno máximo estimado na fronteira dado
$$EC_i \Rightarrow R_i^{\text{max}} = \widehat{R}(EC_i),$$
 (13)

Eficiência
$$\eta_i = \frac{R_i}{R_i^{\text{max}}},$$
 (14)

ROE ajustado
$$ROE_i = \frac{R_i}{EC_i}$$
, $ROE_i^{max} = \frac{R_i^{max}}{EC_i}$. (15)

Classificamos como eficiente se $\eta_i \geq 1$ (no gráfico, marcadores verdes) e ineficiente se $\eta_i < 1$ (azul).

9 Entradas, saídas e visões

Entradas (planilha Excel):

- contratos, ghr_param, params (obrigatório o trio);
- opcionais: roll_rates, prov_reg, lgd_bucket, opex_cobranca, rho_mult_bucket.

Saídas:

- Excel: agregados por GHR (Total, Sem Safra, Só Safra), fronteiras e nuvens;
- PNGs: fronteira e ROE para as três visões.

Parâmetros-chave:

- Horizonte de carry/ECL: H_FWD_MESES (padrão 12);
- Modo de prazo: MODO_PRAZO {anual, 12m, eaa};
- Taxa EAA: K_EAA.

Referências (essenciais)

- Basel Committee on Banking Supervision (BCBS). International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards (IRB), diversos documentos técnicos.
- Vasicek, O. (2002). Loan Portfolio Value. RISK.
- Princípios de roll-rates/Markov para análise de inadimplência em carteiras de crédito.

A Script Python completo

Abaixo, o script em Python utilizado neste relatório (*Delinquency-aware* + normalização por prazo e visões Total/Sem Safra/Só Safra). Ajuste os caminhos (INPUT_XLSX, OUTPUT_DIR) conforme seu ambiente.

```
# ------
     # Risk Frontier Consignado INSS (apenas contratos ATIVOS)
     # Vers o "Delinquency-aware" + Normaliza o por Prazo (anual/12m/EAA
 3
     # Entradas obrigat rias: 'contratos', 'ghr_param', 'params'
     # Opcionais: 'roll_rates','prov_reg','lgd_bucket','opex_cobranca','
           rho_mult_bucket'
     # Sa das: Excel consolidado + gr ficos PNG (Total, Sem Safra, S
 6
            Safra)
 7
     # Requisitos: numpy, pandas, matplotlib, scipy, xlsxwriter
     # -----
 8
9
     import numpy as np
     import pandas as pd
     import matplotlib.pyplot as plt
     import matplotlib.patheffects as pe
13
      from scipy.stats import norm
14
      from scipy.interpolate import interp1d
     from pathlib import Path
16
17
     # ----- Config -----
18
     INPUT_XLSX = r"C:\Users\Lenovo\Desktop\Desktop\Mestrado FGV\
19
            RiskFrontier\exemplo_input_risk_frontier.xlsx"
     {\tt OUTPUT\_DIR = Path(r"C:\Users\Lenovo\Desktop\Desktop\Mestrado\ FGV\New Colors \Lenovo\Desktop\New Colors \New 
20
            RiskFrontier")
      OUTPUT_DIR.mkdir(parents=True, exist_ok=True)
21
     OUT_XLSX = OUTPUT_DIR / "risk_frontier_relatorio.xlsx"
22
23
     SEED = 20250812
24
     np.random.seed(SEED)
25
     CONF_LEVEL = 0.999
26
     Z_ALPHA = norm.ppf(CONF_LEVEL)
27
28
     RHO_PADRAO = 0.12
29
     PD_FLOOR, PD_CAP = 0.001, 0.30
30
     LGD_FLOOR, LGD_CAP = 0.05, 0.50
31
     ALPHA_OVERS, ALPHA_DELAY = 0.7, 0.3
32
     FUNDING_AA_DEFAULT = 0.10
33
     H_FWD_MESES_DEFAULT = 12
34
     ESTADOS_ATIVOS = {"Em dia", "Em atraso", "Na Safra"}
36
     BUCKETS = ["current", "30", "60", "90", "wo"] # tudo min sculo!
37
38
     # ---- Normaliza o por prazo ----
39
     MODO_PRAZO = "eaa"
                                                  # "anual" | "12m" | "eaa"
40
     K EAA = 0.12
                                                    # taxa a.a. p/ EAA
41
     M_PISO_ANOS = 0.25
                                                   # piso de prazo m dio
42
43
      # ----- Fun
                                             es -----
44
     def pd_dinamico(pd_base, overs, is_delayed, alpha_overs=ALPHA_OVERS,
45
            alpha_delay=ALPHA_DELAY):
              fator = 1 + alpha_overs * overs + alpha_delay * is_delayed
```

```
47
       return float(np.clip(pd_base * fator, PD_FLOOR, PD_CAP))
48
   def vasicek_ul(pd, lgd, ead, rho, z=Z_ALPHA):
49
       inv_pd = norm.ppf(pd)
50
       cond_pd = norm.cdf((inv_pd + np.sqrt(rho) * z) / np.sqrt(1 - rho))
       return float(lgd * ead * cond_pd)
   def basel_maturity_adjustment(pd, k_1y, m_years):
       pd_clip = np.clip(pd, PD_FLOOR, 0.5)
       b = (0.11852 - 0.05478 * np.log(pd_clip)) / (1 - 0.11852 - 0.05478)
56
          * np.log(pd_clip))
       fator_m = (1 + (m_years - 2.5) * b) / (1 - 1.5 * b)
       return float(max(k_1y * max(fator_m, 0.1), 0.0))
   def pmt_price(valor, i_mensal, n_meses):
60
       if i_mensal == 0:
61
           return valor / max(n_meses, 1)
       return valor * (i_mensal * (1 + i_mensal)**n_meses) / ((1 +
63
          i_mensal) **n_meses - 1)
   def saldo_price(valor, i_mensal, n_total, n_pag):
65
       if i_mensal == 0:
66
           return float(max(valor - (valor / max(n_total, 1)) * n_pag,
67
              0.0))
       pmt = pmt_price(valor, i_mensal, n_total)
68
       saldo = valor * (1 + i_mensal)**n_pag - pmt * ((1 + i_mensal)**
69
          n_pag - 1) / i_mensal
       return float(max(saldo, 0.0))
   def construir_fronteira(EAD, LGD, EL_1y, RetLiq_1y, rho_mat, n_points
      =30000, seed=SEED):
       rng = np.random.default_rng(seed)
74
       n = len(EAD)
       if n == 0:
           return np.array([]), np.array([]), np.array([]),
       if n == 1:
77
           ecs = np.array([np.sqrt((LGD[0]*EAD[0])**2 * rho_mat[0,0])])
78
           rets = np.array([RetLiq_1y[0] - EL_1y[0]])
79
80
           return ecs, rets, ecs, rets
       weights = rng.dirichlet(np.ones(n), n_points)
81
       ecs, rets = [], []
82
       for w in weights:
83
           ead_w = w * EAD
84
           losses_scale = LGD * ead_w
85
           cov = np.outer(losses_scale, losses_scale) * rho_mat
86
           ec_total = np.sqrt(np.sum(cov))
87
           el_total = np.sum(w * EL_1y)
88
           ret_total = np.sum(w * (RetLiq_1y + EL_1y))
89
           rets.append(ret_total - el_total)
90
           ecs.append(ec_total)
91
       ecs = np.array(ecs); rets = np.array(rets)
       grid = np.linspace(ecs.min(), ecs.max(), 180)
93
       fr_ec, fr_ret = [], []
94
       tol = (ecs.max() - ecs.min()) / 400
95
96
       for g in grid:
97
           mask = (ecs \ge g - tol) & (ecs \le g + tol)
           if np.any(mask):
98
               i = np.argmax(rets[mask])
99
```

```
fr_ec.append(ecs[mask][i]); fr_ret.append(rets[mask][i])
100
       return np.array(fr_ec), np.array(fr_ret), ecs, rets
   # ---- Defaults de delinquency ----
   ROLL_DEFAULT = pd.DataFrame({
       "current": [0.92, 0.06, 0.01, 0.00, 0.01],
                 :[0.35, 0.45, 0.15, 0.02, 0.03],
       "30"
                 :[0.10, 0.25, 0.45, 0.15, 0.05],
       "60"
       "90"
                 :[0.02, 0.05, 0.28, 0.45, 0.20],
108
       " wo "
                 :[0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 1.00],
   }, index=BUCKETS)
                     = pd.DataFrame({"bucket":BUCKETS,"pct"
   PROV_REG_DEFAULT
       :[0.02,0.10,0.30,0.50,1.00]})
   LGD_BUCKET_DEFAULT = pd.DataFrame({"bucket":BUCKETS,"lgd"
112
       : [0.25, 0.30, 0.35, 0.40, 0.45])
   OPEX_DEFAULT
                      = pd.DataFrame({"bucket":BUCKETS, "opex"
       :[0.0,15.0,22.0,35.0,80.0]})
   RHO_MULT_DEFAULT = pd.DataFrame({"bucket":BUCKETS, "rho_mult"
114
       :[1.00,1.05,1.10,1.15,1.20]})
   # ---- Helpers ----
116
   def _lower_cols(df): df.columns = df.columns.str.strip().str.lower();
117
      return df
   def _lower_index(df): df.index = df.index.map(lambda x: str(x).strip().
118
      lower()); return df
119
   def ler_tabela_ou_default(xls, sheet, default_df):
       try:
            df = pd.read_excel(xls, sheet)
            return _lower_cols(df)
       except Exception:
            return default_df.copy()
   def load_roll_rates_strict(xls, sheet_name, default_df, buckets):
128
       try:
            df = pd.read_excel(xls, sheet_name)
            df = _lower_cols(df)
130
       except Exception:
            df = default_df.copy()
       df = df.loc[:, ~df.columns.astype(str).str.contains("^unnamed",
           case=False, regex=True)]
       cand_idx = None
       for c in df.columns:
            if str(c).strip().lower() in ["bucket","bkt","estado","faixa","
136
               bucket_atraso"]:
                cand_idx = c; break
       if cand_idx is not None:
138
           df = df.set_index(cand_idx)
       df = _lower_index(df)
140
       if set(buckets).issubset(set(df.columns)):
            df = df[buckets]
       elif set(buckets).issubset(set(df.index)):
143
            df = df.loc[buckets].T
144
       df = df.reindex(index=buckets, columns=buckets)
145
       df = df.apply(pd.to_numeric, errors="coerce").fillna(0.0)
146
       for i in df.index:
            if i == "wo":
                df.loc[i] = 0.0; df.loc[i, "wo"] = 1.0
149
```

```
else:
                s = df.loc[i].sum()
                df.loc[i] = (df.loc[i] / s) if s > 0 else 0.0
                if s == 0: df.loc[i, i] = 1.0
       return df
   def pd_condicional_from_roll(start_bucket, horizon_m, roll_df):
156
       idx = {b:i for i,b in enumerate(roll_df.index)}
       state = np.zeros(len(roll_df)); state[idx[start_bucket]] = 1.0
158
       p_default = 0.0
       P = roll_df.values
       wo_col = roll_df.columns.get_loc("wo")
       for _ in range(horizon_m):
           p_default += state @ P[:, wo_col]
           state = state @ P
           state[idx["wo"]] = 0.0
       return float(np.clip(p_default, 0.0, 1.0))
   def expected_carry_cost(EAD, bucket, funding_aa, spread_aa, months,
       opex_map, suspende_accrual=True):
       funding_am = (1 + funding_aa)**(1/12) - 1
       spread_am = (1 + spread_aa)**(1/12) - 1
       lost_rev
                  = spread_am * EAD if suspende_accrual else 0.0
       carry_m
                  = funding_am * EAD + lost_rev + opex_map.get(bucket,
           0.0)
       return carry_m * months
174
   # ----- 1) Ler entrada -----
176
   xls = pd.ExcelFile(INPUT_XLSX)
   contratos = pd.read_excel(xls, "contratos")
   ghr_param = pd.read_excel(xls, "ghr_param")
178
179
   try:
180
       params = pd.read_excel(xls, "params")
   except Exception:
181
       params = None
182
   # opcionais
184
                = load_roll_rates_strict(xls, "roll_rates", ROLL_DEFAULT,
   roll_df
185
      BUCKETS)
   prov_reg_df = ler_tabela_ou_default(xls, "prov_reg", PROV_REG_DEFAULT)
   lgd_bkt_df = ler_tabela_ou_default(xls, "lgd_bucket",
187
      LGD_BUCKET_DEFAULT)
               = ler_tabela_ou_default(xls, "opex_cobranca", OPEX_DEFAULT)
   opex_df
188
   rho_mult_df = ler_tabela_ou_default(xls, "rho_mult_bucket",
189
      RHO_MULT_DEFAULT)
190
   prov_reg_df = _lower_cols(prov_reg_df); lgd_bkt_df = _lower_cols(
191
      lgd_bkt_df)
              = _lower_cols(opex_df);
                                            rho_mult_df = _lower_cols(
   opex_df
192
      rho_mult_df)
   prov_map = dict(zip(prov_reg_df["bucket"], prov_reg_df["pct"]))
   lgd_map = dict(zip(lgd_bkt_df["bucket"], lgd_bkt_df["lgd"]))
194
   opex_map = dict(zip(opex_df["bucket"],
                                                opex_df["opex"]))
195
   rho_mult = dict(zip(rho_mult_df["bucket"], rho_mult_df["rho_mult"]))
196
197
198
   funding_aa = FUNDING_AA_DEFAULT
   H_FWD_MESES = H_FWD_MESES_DEFAULT
199
  if params is not None and {"Parametro", "Valor"}.issubset(params.columns
200
```

```
):
       mparams = params.set_index("Parametro")["Valor"].to_dict()
201
       try: funding_aa = float(mparams.get("Funding_aa",
           FUNDING_AA_DEFAULT))
       except: pass
       try: H_FWD_MESES = int(mparams.get("H_fwd_meses",
           H_FWD_MESES_DEFAULT))
       except: pass
205
       if "Modo_prazo" in mparams:
206
           MODO_PRAZO = str(mparams["Modo_prazo"]).strip().lower()
207
       if "K_EAA" in mparams:
208
           try: K_EAA = float(mparams["K_EAA"])
            except: pass
211
     ----- PATCH Spread_aa
212
   def _norm_cols_keepcase(df):
213
       df.columns = df.columns.str.strip()
214
   contratos = _norm_cols_keepcase(contratos)
   ghr_param = _norm_cols_keepcase(ghr_param)
217
   alt_names = {"spread":"Spread_aa", "Spread_aa": "Spread_aa", "spread_aa": "
       Spread_aa","SPREAD_AA":"Spread_aa"}
   contratos.rename(columns={k:v for k,v in alt_names.items() if k in
       contratos.columns}, inplace=True)
   ghr_param.rename(columns={k:v for k,v in alt_names.items() if k in
      ghr_param.columns}, inplace=True)
   if "GHR" not in contratos.columns or "GHR" not in ghr_param.columns:
       raise ValueError("A coluna 'GHR' deve existir em 'contratos' e '
           ghr_param'.")
   contratos["GHR"] = contratos["GHR"].astype(str).str.strip()
224
   ghr_param["GHR"] = ghr_param["GHR"].astype(str).str.strip()
225
226
   need_cols = {"PD_Base","LGD_Base","Spread_aa"}
227
   if not need_cols.issubset(contratos.columns):
228
       cols_to_bring = ["GHR"] + [c for c in ["PD_Base","LGD_Base","
           Spread_aa"] if c in ghr_param.columns]
       contratos = contratos.merge(ghr_param[cols_to_bring], on="GHR", how
           ="left", validate="many_to_one")
231
   if "Spread_aa" not in contratos.columns or contratos["Spread_aa"].isna
232
       ().all():
       if "Spread_aa" in ghr_param.columns and not ghr_param["Spread_aa"].
           isna().all():
           contratos["Spread_aa"] = contratos["GHR"].map(dict(zip(
234
               ghr_param["GHR"], ghr_param["Spread_aa"])))
       if "Spread_aa" not in contratos.columns:
           contratos["Spread_aa"] = np.nan
       if contratos["Spread_aa"].isna().any():
           ghrs = sorted(contratos["GHR"].unique())
238
           defaults = [0.14, 0.16, 0.18, 0.20, 0.22]
           while len(defaults) < len(ghrs): defaults.append(defaults[-1])
240
           contratos["Spread_aa"] = contratos["Spread_aa"].fillna(
241
               contratos["GHR"].map({g:s for g,s in zip(ghrs, defaults)}))
       contratos["Spread_aa"] = contratos["Spread_aa"].fillna(0.18)
242
243
   if contratos["Spread_aa"].isna().any():
       raise ValueError("N o foi poss vel determinar 'Spread_aa' para
244
           alguns contratos.")
```

```
245
   # ----- 2) Pr -processamento -----
   contratos = contratos[contratos["Estado"].isin(ESTADOS_ATIVOS)].copy()
247
   req_cols = {"ContratoID", "GHR", "Estado", "Valor_Liberado", "Prazo_Meses",
       "Meses_Pagos"}
   missing = req_cols - set(contratos.columns)
   if missing:
        raise ValueError(f"Faltam colunas em 'contratos': {missing}")
   contratos["Meses_Pagos"] = contratos.apply(
253
        lambda r: 0 if r["Estado"] == "Na Safra" else min(max(int(r["
254
           Meses_Pagos"]), 0), int(r["Prazo_Meses"])-1), axis=1
   contratos["Meses_Restantes"] = contratos["Prazo_Meses"] - contratos["
256
       Meses_Pagos"]
   contratos = contratos[contratos["Meses_Restantes"] > 0].copy()
257
   contratos["Juros_aa"] = funding_aa + contratos["Spread_aa"]
259
   contratos["Juros_am"] = (1 + contratos["Juros_aa"])**(1/12) - 1
   if "Saldo_Atual" in contratos.columns:
        contratos["Saldo"] = contratos["Saldo_Atual"].astype(float)
263
   else:
264
       contratos["Saldo"] = [
265
            saldo_price(v, i, n, p)
            for v, i, n, p in zip(contratos["Valor_Liberado"], contratos["
267
               Juros_am"], contratos["Prazo_Meses"], contratos["Meses_Pagos
               "])
       ]
268
269
   def infer_bucket(row):
        if "Bucket_Atraso" in contratos.columns and pd.notnull(row.get("
271
           Bucket_Atraso")):
           b = str(row["Bucket_Atraso"]).strip().lower()
272
           return "current" if b in ["0","cur","current"] else b
273
        if "DPD" in contratos.columns and pd.notnull(row.get("DPD")):
            d = int(row["DPD"])
275
            if d <= 0: return "current"</pre>
            if d <= 30: return "30"
277
            if d <= 60: return "60"
278
            if d <= 90: return "90"
            return "wo"
280
        if row["Estado"] in ["Em dia", "Na Safra"]: return "current"
281
       return "30"
282
   contratos["bucket"] = contratos.apply(infer_bucket, axis=1)
283
284
   if "Overs_Flag" not in contratos.columns or "IsDelayed_Flag" not in
285
       contratos.columns:
       rng = np.random.default_rng(SEED)
286
        overs_prob = np.where(
287
            contratos["Estado"].eq("Em atraso"), rng.uniform(0.20,0.50, len
               (contratos)),
            np.where(contratos["Estado"].eq("Na Safra"), rng.uniform
289
               (0.05, 0.15, len(contratos)),
                     rng.uniform(0.00,0.05, len(contratos)))
290
        isdel_prob = np.where(
            contratos["Estado"].eq("Em atraso"), rng.uniform(0.10,0.30, len
```

```
(contratos)),
            np.where(contratos["Estado"].eq("Na Safra"), rng.uniform
               (0.05, 0.20, len(contratos)),
                     rng.uniform(0.01,0.08, len(contratos)))
       )
296
       contratos["Overs_Flag"]
                                    = rng.random(len(contratos)) <
           overs_prob
       contratos["IsDelayed_Flag"] = rng.random(len(contratos)) <</pre>
298
           isdel_prob
     ----- 3) Agregado por GHR -----
   agg = []
301
   for ghr, sub in contratos.groupby("GHR"):
       ead = sub["Saldo"].sum()
303
       vol = len(sub)
304
       pd_base = float(sub["PD_Base"].iloc[0])
305
       lgd_base = float(sub["LGD_Base"].iloc[0])
                 = float(sub["Spread_aa"].iloc[0])
       spread
307
                 = float(sub["Overs_Flag"].mean())
       overs
308
                 = float(sub["IsDelayed_Flag"].mean())
       isdel
309
       m_rem_anos = float(np.average(sub["Meses_Restantes"], weights=sub["
           Saldo"]) / 12.0) if ead > 0 else 0.0
       pd_adj = pd_dinamico(pd_base, overs, isdel)
311
312
       el_mes_total = 0.0
       lgd_eff_weighted = 0.0
       rho_mult_w = 0.0
315
       for _, r in sub.iterrows():
            EADi = float(r["Saldo"]); bkt = str(r["bucket"]).strip().lower
            prov_inc = float(prov_map.get(bkt, 0.0)) * EADi
318
           H_i = int(min(H_FWD_MESES, r["Meses_Restantes"]))
            pd_fwd = pd_condicional_from_roll(bkt, H_i, roll_df)
            lgd_b = float(np.clip(lgd_map.get(bkt, lgd_base), LGD_FLOOR,
               LGD_CAP))
            ecl_fwd = pd_fwd * lgd_b * EADi
            susp = (bkt != "current")
            carry = expected_carry_cost(EADi, bkt, funding_aa, spread,
               months=H_i, opex_map=opex_map, suspende_accrual=susp)
            el_mes_total += (prov_inc + ecl_fwd + carry)
            lgd_eff_weighted += lgd_b * EADi
            rho_mult_w += rho_mult.get(bkt, 1.0) * EADi
328
       lgd_eff = (lgd_eff_weighted / ead) if ead > 0 else lgd_base
       rho_eff = (rho_mult_w / ead) * RHO_PADRAO if ead > 0 else
           RHO_PADRAO
331
       el_1y = pd_adj * lgd_eff * ead
       ul_1y = vasicek_ul(pd_adj, lgd_eff, ead, rho_eff, Z_ALPHA)
333
       ec_1y = max(ul_1y - el_1y, 0.0)
       ec_adj = basel_maturity_adjustment(pd_adj, ec_1y, m_rem_anos)
       ret_liq_anual = spread * ead - el_mes_total
       agg.append({
340
            "GHR": ghr, "EAD": ead, "Volume_Contratos": vol,
            "Overs": overs, "Is_Delayed": isdel, "M_Rem_anos": m_rem_anos,
            "PD_Base": pd_base, "PD_Ajustado": pd_adj,
```

```
"LGD_Base": lgd_base, "LGD_Efetivo": lgd_eff,
           "Spread": spread, "Rho_Efetivo": rho_eff,
           "EL_gerencial_mes": el_mes_total,
           "UL_1y": ul_1y, "EC_1y": ec_1y, "EC_Ajustado": ec_adj,
           "Ret_Liq_Anual": ret_liq_anual
348
   df_ghr = pd.DataFrame(agg).set_index("GHR")
   # ----- 3.1) M trica de retorno (prazo) ------
   npv_proxy = df_ghr["Ret_Liq_Anual"] * df_ghr["M_Rem_anos"]
   if MODO_PRAZO.lower() in ["anual", "12m"]:
353
       df_ghr["Ret_Metrica"] = df_ghr["Ret_Liq_Anual"]
       Y_LABEL_RET = "Retorno L quido Anual (R$ milh es)"
   elif MODO_PRAZO.lower() == "eaa":
356
       anos = np.clip(df_ghr["M_Rem_anos"], M_PISO_ANOS, None)
357
       fator_eaa = K_EAA / (1 - (1 + K_EAA)**(-anos))
358
       df_ghr["Ret_Metrica"] = npv_proxy * fator_eaa
       Y_LABEL_RET = "Retorno Normalizado (EAA, R$ milh es/ano)"
360
   else:
361
       raise ValueError("MODO_PRAZO inv lido. Use 'anual', '12m' ou 'eaa
          7.")
363
   # ----- 4) Fronteira e Efici ncia ------
364
   rho_mat = np.full((len(df_ghr), len(df_ghr)), RHO_PADRAO)
365
   np.fill_diagonal(rho_mat, 1.0)
366
   rho_scaler = np.clip(df_ghr["Rho_Efetivo"].mean() / RHO_PADRAO, 0.8,
367
      1.5)
   rho_mat *= rho_scaler
368
   np.fill_diagonal(rho_mat, 1.0)
   fr_ec, fr_ret, ecs_cloud, rets_cloud = construir_fronteira(
371
       EAD=df_ghr["EAD"].values,
372
373
       LGD=df_ghr["LGD_Efetivo"].values,
       374
          values,
       RetLiq_1y=df_ghr["Ret_Metrica"].values,
       rho_mat=rho_mat,
       n_points = 30000,
377
       seed=SEED,
378
379
   interp_ret_max = interp1d(fr_ec, fr_ret, bounds_error=False, fill_value
380
      ="extrapolate")
   interp_roe_max = interp1d(fr_ec, (fr_ret / fr_ec), bounds_error=False,
381
      fill_value="extrapolate")
   df_ghr["Ret_Fronteira_Ideal"] = interp_ret_max(df_ghr["EC_Ajustado"].
383
      values)
   df_ghr["Efici ncia"]
                                  = df_ghr["Ret_Metrica"] / df_ghr["
      Ret_Fronteira_Ideal"]
   df_ghr["ROE_Ajustado"]
                                 = df_ghr["Ret_Metrica"] / df_ghr["
385
      EC_Ajustado"].replace(0, np.nan)
   df_ghr["ROE_Max_Fronteira"]
                                 = interp_roe_max(df_ghr["EC_Ajustado"].
      values)
   df_ghr["Efici ncia_ROE"]
                                  = df_ghr["ROE_Ajustado"] / df_ghr["
387
      ROE_Max_Fronteira"]
388
   # ----- 5) Gr ficos -----
389
   mask_ok = df_ghr["Efici ncia"] >= 1.0
```

```
391
   mask_bad = ~mask_ok
392
   def _label_points(ax, xs, ys, labels, color):
393
       for x, y, lab in zip(xs, ys, labels):
            ax.text(x, y, str(lab),
                    fontsize=9, ha="left", va="bottom", color=color,
396
                    path_effects=[pe.withStroke(linewidth=2, foreground="
                       white")])
   # Fronteira
   plt.figure(figsize=(12,7))
400
   ax = plt.gca()
   if len(ecs_cloud) > 0:
402
       ax.scatter(ecs_cloud/1e6, rets_cloud/1e6, alpha=0.06, s=4, label="
403
           Carteiras Simuladas")
   ax.plot(fr_ec/1e6, fr_ret/1e6, linewidth=2, label="Fronteira Eficiente"
404
   ax.scatter(df_ghr.loc[mask_ok,"EC_Ajustado"]/1e6, df_ghr.loc[mask_ok,"
405
      Ret_Metrica"]/1e6,
               s=80, marker='o', label="GHRs Eficientes ( 1 )", color="#2
406
                  ca02c")
   _label_points(ax, df_ghr.loc[mask_ok,"EC_Ajustado"]/1e6, df_ghr.loc[
407
      mask_ok, "Ret_Metrica"]/1e6,
                  df_ghr.loc[mask_ok].index, "#2ca02c")
408
   ax.scatter(df_ghr.loc[mask_bad, "EC_Ajustado"]/1e6, df_ghr.loc[mask_bad,
409
       "Ret_Metrica"]/1e6,
               s=90, marker='x', label="GHRs Ineficientes (<1)", color="#1
410
                  f77b4")
   _label_points(ax, df_ghr.loc[mask_bad,"EC_Ajustado"]/1e6, df_ghr.loc[
411
      mask_bad, "Ret_Metrica"]/1e6,
                  df_ghr.loc[mask_bad].index, "#1f77b4")
412
   ax.set_xlabel("Capital Econ mico Ajustado (R$ milh es)")
413
   ax.set_ylabel(Y_LABEL_RET)
414
   ax.set_title("Consignado INSS
                                       GHRs vs. Fronteira Eficiente")
415
   ax.legend(); ax.grid(True); plt.tight_layout()
416
   plt.savefig(OUTPUT_DIR / "fronteira.png", dpi=200)
   plt.show()
418
419
   # ROE
   plt.figure(figsize=(12,7))
421
   ax = plt.gca()
   ax.plot(fr_ec/1e6, (fr_ret/fr_ec)*100, linewidth=2, label="ROE M ximo
      (Fronteira)")
   ax.scatter(df_ghr["EC_Ajustado"]/1e6, (df_ghr["ROE_Ajustado"]*100),
               s=80, marker='o', label="GHRs (ROE Ajustado)")
   _label_points(ax, df_ghr["EC_Ajustado"]/1e6, (df_ghr["ROE_Ajustado"
426
      ]*100),
                  df_ghr.index, "#333333")
427
   ax.set_xlabel("Capital Econ mico Ajustado (R$ milh es)")
428
   ax.set_ylabel("ROE Ajustado ao Risco (% a.a.)")
429
   ax.set_title("Consignado INSS
                                       ROE Ajustado vs. ROE M ximo")
430
   ax.legend(); ax.grid(True); plt.tight_layout()
431
   plt.savefig(OUTPUT_DIR / "roe_maximo.png", dpi=200)
432
   plt.show()
433
434
435
   # ====== Vis es extra: sem safra / s
                                              safra ======
   def agrega_e_fronteira_subset(subset, label_subset, seed=SEED):
436
       if subset.empty:
437
```

```
return {"label": label_subset, "df_ghr": pd.DataFrame(),
                    "fr_ec": np.array([]), "fr_ret": np.array([]),
439
                    "ecs_cloud": np.array([]), "rets_cloud": np.array([])}
440
       agg_loc = []
441
       for ghr, sub in subset.groupby("GHR"):
            ead = sub["Saldo"].sum(); vol = len(sub)
443
            pd_base = float(sub["PD_Base"].iloc[0]); lgd_base = float(sub[
               "LGD_Base"].iloc[0])
                     = float(sub["Spread_aa"].iloc[0])
            spread
445
                     = float(sub["Overs_Flag"].mean()); isdel = float(sub["
446
               IsDelayed_Flag"].mean())
           m_rem_anos = float(np.average(sub["Meses_Restantes"], weights=
447
               sub["Saldo"]) / 12.0) if ead > 0 else 0.0
            pd_adj = pd_dinamico(pd_base, overs, isdel)
448
            el_mes_total = 0.0; lgd_eff_weighted = 0.0; rho_mult_w = 0.0
449
            for _, r in sub.iterrows():
450
                EADi = float(r["Saldo"]); bkt = str(r["bucket"]).strip().
451
                   lower()
                prov_inc = float(prov_map.get(bkt, 0.0)) * EADi
                H_i = int(min(H_FWD_MESES, r["Meses_Restantes"]))
                pd_fwd = pd_condicional_from_roll(bkt, H_i, roll_df)
                lgd_b = float(np.clip(lgd_map.get(bkt, lgd_base), LGD_FLOOR
455
                   , LGD_CAP))
                ecl_fwd = pd_fwd * lgd_b * EADi
456
                susp = (bkt != "current")
457
                carry = expected_carry_cost(EADi, bkt, funding_aa, spread,
458
                   months=H_i, opex_map=opex_map, suspende_accrual=susp)
                el_mes_total += (prov_inc + ecl_fwd + carry)
                lgd_eff_weighted += lgd_b * EADi
                rho_mult_w += rho_mult.get(bkt, 1.0) * EADi
461
            lgd_eff = (lgd_eff_weighted / ead) if ead > 0 else lgd_base
462
            rho_eff = (rho_mult_w / ead) * RHO_PADRAO if ead > 0 else
463
               RHO_PADRAO
            el_1y = pd_adj * lgd_eff * ead; ul_1y = vasicek_ul(pd_adj,
464
               lgd_eff, ead, rho_eff, Z_ALPHA)
            ec_1y = max(ul_1y - el_1y, 0.0); ec_adj =
               basel_maturity_adjustment(pd_adj, ec_1y, m_rem_anos)
            ret_liq_anual = spread * ead - el_mes_total
466
467
            agg_loc.append({
                "GHR": ghr, "EAD": ead, "Volume_Contratos": vol,
468
                "Overs": overs, "Is_Delayed": isdel, "M_Rem_anos":
469
                   m_rem_anos,
                "PD_Base": pd_base, "PD_Ajustado": pd_adj,
                "LGD_Base": lgd_base, "LGD_Efetivo": lgd_eff,
                "Spread": spread, "Rho_Efetivo": rho_eff,
472
                "EL_gerencial_mes": el_mes_total,
473
                "UL_1y": ul_1y, "EC_1y": ec_1y, "EC_Ajustado": ec_adj,
474
                "Ret_Liq_Anual": ret_liq_anual
475
           })
476
       df_loc = pd.DataFrame(agg_loc).set_index("GHR")
477
       if df_loc.empty:
            return {"label": label_subset, "df_ghr": df_loc,
479
                    "fr_ec": np.array([]), "fr_ret": np.array([]),
480
                    "ecs_cloud": np.array([]), "rets_cloud": np.array([])}
481
       npv_proxy_loc = df_loc["Ret_Liq_Anual"] * df_loc["M_Rem_anos"]
482
483
       if MODO_PRAZO.lower() in ["anual","12m"]:
            df_loc["Ret_Metrica"] = df_loc["Ret_Liq_Anual"]
484
       elif MODO_PRAZO.lower() == "eaa":
485
```

```
anos = np.clip(df_loc["M_Rem_anos"], M_PISO_ANOS, None)
486
           fator_eaa = K_EAA / (1 - (1 + K_EAA)**(-anos))
487
           df_loc["Ret_Metrica"] = npv_proxy_loc * fator_eaa
488
       else:
           raise ValueError("MODO_PRAZO inv lido no subset.")
490
       rho_mat_loc = np.full((len(df_loc), len(df_loc)), RHO_PADRAO); np.
           fill_diagonal(rho_mat_loc, 1.0)
       rho_scaler_loc = np.clip(df_loc["Rho_Efetivo"].mean() / RHO_PADRAO,
           0.8, 1.5)
       rho_mat_loc *= rho_scaler_loc; np.fill_diagonal(rho_mat_loc, 1.0)
493
       fr_ec_loc, fr_ret_loc, ecs_cloud_loc, rets_cloud_loc =
494
           construir_fronteira(
           EAD=df_loc["EAD"].values, LGD=df_loc["LGD_Efetivo"].values,
           EL_1y=(df_loc["PD_Ajustado"]*df_loc["LGD_Efetivo"]*df_loc["EAD"
496
               ]).values,
           RetLiq_1y=df_loc["Ret_Metrica"].values,
497
           rho_mat=rho_mat_loc, n_points=30000, seed=seed,
498
499
       if len(fr_ec_loc):
           interp_ret_max_loc = interp1d(fr_ec_loc, fr_ret_loc,
               bounds_error=False, fill_value="extrapolate")
           interp_roe_max_loc = interp1d(fr_ec_loc, (fr_ret_loc /
               fr_ec_loc), bounds_error=False, fill_value="extrapolate")
           df_loc["Ret_Fronteira_Ideal"] = interp_ret_max_loc(df_loc["
               EC_Ajustado"].values)
           df_loc["Efici ncia"]
                                           = df_loc["Ret_Metrica"] / df_loc
               ["Ret_Fronteira_Ideal"]
           df_loc["ROE_Ajustado"]
                                          = df_loc["Ret_Metrica"] / df_loc[
               "EC_Ajustado"].replace(0, np.nan)
           df_loc["ROE_Max_Fronteira"]
                                          = interp_roe_max_loc(df_loc["
               EC_Ajustado"].values)
           df_loc["Efici ncia_ROE"]
                                           = df_loc["ROE_Ajustado"] /
               df_loc["ROE_Max_Fronteira"]
       else:
           for c in ["Ret_Fronteira_Ideal","Efici ncia","ROE_Ajustado","
               ROE_Max_Fronteira","Efici ncia_ROE"]:
               df_loc[c] = np.nan
       return {"label": label_subset, "df_ghr": df_loc,
                "fr_ec": fr_ec_loc, "fr_ret": fr_ret_loc,
               "ecs_cloud": ecs_cloud_loc, "rets_cloud": rets_cloud_loc}
   def plot_subset(res, fname_suffix, y_label_ret):
       df_loc = res["df_ghr"]; fr_ec_loc, fr_ret_loc = res["fr_ec"], res["
          fr_ret"]
       ecs_cloud_loc, rets_cloud_loc = res["ecs_cloud"], res["rets_cloud"]
       if df_loc.empty:
518
           print(f"[{res['label']}] Subconjunto vazio; gr ficos n o
519
               gerados."); return
       mask_ok = df_loc["Efici ncia"] >= 1.0; mask_bad = ~mask_ok
       def _label_points(ax, xs, ys, labels, color):
           for x, y, lab in zip(xs, ys, labels):
               ax.text(x, y, str(lab), fontsize=9, ha="left", va="bottom",
                    color=color,
                        path_effects=[pe.withStroke(linewidth=2, foreground
                           ="white")])
       plt.figure(figsize=(12,7)); ax = plt.gca()
       if len(ecs_cloud_loc) > 0:
           ax.scatter(ecs_cloud_loc/1e6, rets_cloud_loc/1e6, alpha=0.06, s
```

```
=4, label="Carteiras Simuladas")
       if len(fr_ec_loc) > 0:
           ax.plot(fr_ec_loc/1e6, fr_ret_loc/1e6, linewidth=2, label="
              Fronteira Eficiente")
       ax.scatter(df_loc.loc[mask_ok,"EC_Ajustado"]/1e6, df_loc.loc[
          mask_ok, "Ret_Metrica"]/1e6,
                  s=80, marker='o', label="GHRs Eficientes ( 1 )", color=
                      "#2ca02c")
       _label_points(ax, df_loc.loc[mask_ok,"EC_Ajustado"]/1e6, df_loc.loc
           [mask_ok, "Ret_Metrica"]/1e6,
                     df_loc.loc[mask_ok].index, "#2ca02c")
       ax.scatter(df_loc.loc[mask_bad,"EC_Ajustado"]/1e6, df_loc.loc[
          mask_bad, "Ret_Metrica"]/1e6,
                  s=90, marker='x', label="GHRs Ineficientes (<1)", color=
                      "#1f77b4")
       _label_points(ax, df_loc.loc[mask_bad,"EC_Ajustado"]/1e6, df_loc.
          loc[mask_bad, "Ret_Metrica"]/1e6,
                      df_loc.loc[mask_bad].index, "#1f77b4")
       ax.set_xlabel("Capital Econ mico Ajustado (R$ milh es)"); ax.
          set_ylabel(y_label_ret)
       ax.set_title(f"Risk Frontier
                                         {res['label']}"); ax.legend(); ax.
          grid(True); plt.tight_layout()
       plt.savefig(OUTPUT_DIR / f"fronteira_{fname_suffix}.png", dpi=200);
540
           plt.show()
       plt.figure(figsize=(12,7)); ax = plt.gca()
       if len(fr_ec_loc) > 0:
           ax.plot(fr_ec_loc/1e6, (fr_ret_loc/fr_ec_loc)*100, linewidth=2,
                label="ROE M ximo (Fronteira)")
       ax.scatter(df_loc["EC_Ajustado"]/1e6, (df_loc["ROE_Ajustado"]*100),
                  s=80, marker='o', label="GHRs (ROE Ajustado)")
       _label_points(ax, df_loc["EC_Ajustado"]/1e6, (df_loc["ROE_Ajustado"
546
          ] * 100),
547
                     df_loc.index, "#333333")
       ax.set_xlabel("Capital Econ mico Ajustado (R$ milh es)");
548
       ax.set_ylabel("ROE Ajustado ao Risco (% a.a.)");
       ax.set_title(f"ROE Ajustado vs ROE M ximo
                                                       {res['label']}"); ax
           .legend(); ax.grid(True); plt.tight_layout()
       plt.savefig(OUTPUT_DIR / f"roe_maximo_{fname_suffix}.png", dpi=200)
           ; plt.show()
   contratos_sem_safra = contratos[contratos["Estado"] != "Na Safra"].copy
      ()
                       = contratos[contratos["Estado"] == "Na Safra"].copy
   contratos_safra
      ()
   res_sem_safra = agrega_e_fronteira_subset(contratos_sem_safra, "
      Carteira (sem Safra)")
                                                                    "Somente
   res_safra
                 = agrega_e_fronteira_subset(contratos_safra,
       Safra")
   plot_subset(res_sem_safra, "sem_safra", Y_LABEL_RET)
   plot_subset(res_safra,
                               "safra".
                                            Y_LABEL_RET)
558
   # ----- 6) Salvar Excel -----
   fronteira_df = pd.DataFrame({"EC": fr_ec, "Retorno": fr_ret})
   if len(ecs_cloud):
       sample_n = min(15000, len(ecs_cloud))
       sample_idx = np.random.choice(len(ecs_cloud), size=sample_n,
          replace=False)
       nuvem_df = pd.DataFrame({"EC": ecs_cloud[sample_idx], "Retorno":
```

```
rets_cloud[sample_idx]})
   else:
       nuvem_df = pd.DataFrame(columns=["EC","Retorno"])
568
   fronteira_sem_safra_df = pd.DataFrame({"EC": res_sem_safra["fr_ec"], "
       Retorno": res_sem_safra["fr_ret"]})
                           = pd.DataFrame({"EC": res_safra["fr_ec"],
   fronteira_safra_df
      Retorno": res_safra["fr_ret"]})
   nuvem_sem_safra_df = (pd.DataFrame({"EC": res_sem_safra["ecs_cloud"], "
      Retorno": res_sem_safra["rets_cloud"]})
                          if len(res_sem_safra["ecs_cloud"]) else pd.
                             DataFrame(columns=["EC","Retorno"]))
                       = (pd.DataFrame({"EC": res_safra["ecs_cloud"],
   nuvem_safra_df
      Retorno": res_safra["rets_cloud"]})
                          if len(res_safra["ecs_cloud"]) else pd.DataFrame(
574
                             columns = ["EC", "Retorno"]))
   with pd.ExcelWriter(OUT_XLSX, engine="xlsxwriter") as writer:
       contratos.to_excel(writer, sheet_name="contratos_ativos_pp", index=
           False)
       df_ghr.reset_index().to_excel(writer, sheet_name="
           ghr_agregado_total", index=False)
       fronteira_df.to_excel(writer, sheet_name="fronteira_total", index=
579
           False)
       nuvem_df.to_excel(writer, sheet_name="nuvem_carteiras_total", index
580
          =False)
581
       res_sem_safra["df_ghr"].reset_index().to_excel(writer, sheet_name="
582
           ghr_agregado_sem_safra", index=False)
       fronteira_sem_safra_df.to_excel(writer, sheet_name="
           fronteira_sem_safra", index=False)
       nuvem_sem_safra_df.to_excel(writer, sheet_name="nuvem_sem_safra",
584
           index=False)
       res_safra["df_ghr"].reset_index().to_excel(writer, sheet_name="
586
           ghr_agregado_safra", index=False)
       fronteira_safra_df.to_excel(writer, sheet_name="fronteira_safra",
587
           index=False)
       nuvem_safra_df.to_excel(writer, sheet_name="nuvem_safra", index=
588
           False)
589
       roll_df.to_excel(writer, sheet_name="roll_rates_usado")
590
       pd.DataFrame(list(prov_map.items()), columns=["bucket","pct"]).
           to_excel(writer, sheet_name="prov_reg_usado", index=False)
       pd.DataFrame(list(lgd_map.items()), columns=["bucket","lgd"]).
           to_excel(writer, sheet_name="lgd_bucket_usado", index=False)
       pd.DataFrame(list(opex_map.items()), columns=["bucket","opex"]).
           to_excel(writer, sheet_name="opex_usado", index=False)
       pd.DataFrame(list(rho_mult.items()), columns=["bucket","rho_mult"])
594
           .to_excel(writer, sheet_name="rho_mult_usado", index=False)
   print(f"\nRelat rio salvo em: {OUT_XLSX.resolve()}")
   print(f"PNGs em: {OUTPUT_DIR.resolve()} (inclui *_sem_safra e *_safra)"
      )
```

Listing 1: $risk_f rontier.py$