

Algoritmos y Estructuras de Datos II

Recuperatorio del pimer parcial — Miércoles 6 de julio

Aclaraciones

- El parcial es a **libro abierto**.
- Numerar las hojas entregadas. Completar en la primera hoja la cantidad total de hojas entregadas.
- Incluir el número de orden asignado, apellido y nombre en cada hoja.
- Al entregar el parcial completar los datos faltantes en la planilla.
- Cada ejercicio se calificará con A, R o I, y se puede recuperar de forma independiente.
- Para aprobar el parcial se deberá obtener al menos una A en el primer ejercicio y en los ejercicios 2 y 3 se deberá obtener al menos una A y una R.
- Para considerar un parcial promocionado se debe obtener A en todos los ejercicios y **además** haber realizado una resolución ampliamente satisfactoria de todos ellos. En estos casos se agregará también una P (de promocionado) al parcial, y una nota numérica.
- Se debe entregar cada ejercicio en hojas separadas.

Ej. 1. Especificación

Se quiere especificar un sistema que maneja para la compra/venta de artículos online para un negocio llamado NQUP. Se especificará sólo la parte de publicación de artículos y transacciones. Al ingresar, cada usuario se identifica por su número de DNI.

Los usuarios publicar artículos para vender. Cada artículo se identifica mediante el TAD ARTÍCULO, que consideramos dado y del que sabemos únicamente que se puede comparar por igualdad. Al registrar la publicación de un artículo para la venta, el usuario también indica un precio de su elección. Cada artículo puede tener varias instancias publicadas al mismo tiempo con un multiconjunto cualquiera de precios.

Los usuarios también pueden elegir comprar cualquier artículo que esté a la venta. El sistema le asigna entonces, del artículo pedido, la unidad que está a la venta al menor precio, y se produce la transacción. La instancia del artículo resulta automáticamente removida de las posibilidades de compra posteriores (pudiendo o no quedar otras instancias que hubieran sido publicadas del mismo artículo, al mismo o a distintos precios).

Interesa en particular saber en un momento dado los artículos que tienen al menos una instancia disponible para ser comprada y cuál es el usuario que ganó más dinero vendiendo hasta ese momento. Para esto último se considera la ganancia neta, sin descontar posibles gastos que ese mismo usuario hiciera para comprar.

Se pide dar una especificación completa del TAD NQUP que responda a lo enunciado.

Nota: Los usuarios no son necesariamente racionales y podrían hacer cosas como tratar de vender varias copias del mismo artículo a diferentes precios, o comprar un artículo que ellos mismos tienen a la venta.

Ej. 2. Inducción Estructural

Dadas las siguientes funciones sobre árboles binarios ya presentadas en la práctica 2 y el apunte de TADs básicos:

$\text{nil?} : \text{ab}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

$n_1) \quad \text{nil?}(\text{nil}) \quad \equiv \text{true}$

$n_2) \quad \text{nil?}(\text{bin}(i, e, d)) \quad \equiv \text{false}$

$h : \text{ab}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$

$h_1) \quad h(\text{nil}) \quad \equiv 0$

$h_2) \quad h(\text{bin}(i, e, d)) \quad \equiv \text{máx}(h(i), h(d)) + 1$

$\#\text{Hojas} : \text{ab}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$

$\#h_1) \quad \#\text{Hojas}(\text{nil}) \quad \equiv 0$

$\#h_2) \quad \#\text{Hojas}(\text{bin}(i, e, d)) \quad \equiv \text{if nil?}(i) \wedge \text{nil?}(d) \text{ then } 1 \text{ else } \#\text{Hojas}(i) + \#\text{Hojas}(d) \text{ fi}$

#Internos : $ab(\alpha) \rightarrow \text{nat}$

$\#i_1) \quad \#Internos(\text{nil}) \equiv 0$

$\#i_2) \quad \#Internos(\text{bin}(i, e, d)) \equiv \text{if } \text{nil?}(i) \wedge \text{nil?}(d) \text{ then } 0 \text{ else } \#Internos(i) + \#Internos(d) + 1 \text{ fi}$

Se quiere probar por inducción estructural la siguiente propiedad:

$$(\forall a: ab(\alpha))(\neg \text{nil?}(a) \Rightarrow \#Internos(a) \leq \#Hojas(a) \times (h(a) - 1))$$

- Escribir el predicado unario a utilizar en la demostración.
- Dar el esquema de inducción a utilizar.
- Plantear el/los caso/s base/s y resolverlo, justificando cada paso de la demostración.
- Plantear el/los paso/s inductivo/s, marcando claramente la hipótesis, tesis inductiva y el alcance de los cuantificadores. Resolver justificando cada paso de la demostración.

Ej. 3. Diseño

Considerar la siguiente especificación de un sistema que realiza el seguimiento de varias maratones. Las maratones se enumeran por números naturales desde el 0 en adelante. De cada maratón solo se recuerdan los participantes y el orden en el que llegaron a la meta. Los participantes de las maratones se identifican por su número de DNI que es un NAT.

TAD MARATONES

observadores básicos

$\text{cantMaratones} : \text{maratones} \rightarrow \text{nat}$

$\text{ranking} : \text{maratones} \times \text{nat } i \rightarrow \text{secu}(\text{nat}) \quad \{i < \text{cantMaratones}(m)\}$

generadores

$\text{iniciarTemporada} : \rightarrow \text{maratones}$

$\text{nuevaMaraton} : \text{maratones} \times \text{secu}(\text{nat}) \ s \rightarrow \text{maratones} \quad \{\neg \text{vacía?}(s) \wedge \text{sinRepetidos}(s)\}$

axiomas

$\text{cantMaratones}(\text{iniciarTemporada}) \equiv 0$

$\text{cantMaratones}(\text{nuevaMaraton}(m, s)) \equiv 1 + \text{cantMaratones}(m)$

$\text{ranking}(\text{nuevaMaraton}(m, s), i) \equiv \text{if } i + 1 = \text{cantMaratones}(m) \text{ then } s \text{ else } \text{ranking}(m, i) \text{ fi}$

Fin TAD

sinRepetidos es una función booleana que devuelve true si y sólo si la secuencia no contiene elementos repetidos

Se decidió utilizar la siguiente estructura para representar el TAD.

Maratones se representa con *estr*, donde

estr es tupla $\langle \text{ordenPorIndice: dicc}(\text{nat}, \text{secu}(\text{nat})),$
 $\text{personasEnPosicion: dicc}(\text{nat}, \text{conj}(\text{nat})),$
 $\text{participantes: conj}(\text{nat}) \rangle$

donde *ordenPorIndice* asocia cada índice válido de una maratón con la secuencia de personas en el orden en que llegaron a la meta. *personasEnPosicion* asocia a cada posición el conjunto de participantes que llegaron en al menos una maratón en esa posición. Solo se definen las posiciones en las que algún participante llegó alguna vez (i.e., no hay definiciones que sean el conjunto vacío). La posición del ganador de una maratón, que se obtiene haciendo *prim* de la secuencia correspondiente, es 0, y los siguientes se enumeran con naturales consecutivos. *participantes*, por último, tiene el conjunto de todas las personas que participaron alguna vez en alguna maratón.

- Escribir en castellano el invariante de representación.
- Escribir formalmente el invariante de representación.
- Escribir formalmente la función de abstracción.