

Árboles de búsqueda 2

Nicolás D'Ippolito^{1,2}, Ariel Bendersky^{1,2}

¹Instituto de Investigaciones en Ciencias de la Computación - ICC, CONICET, Argentina.

²Departamento de Computación, FCEyN, Universidad de Buenos Aires, Buenos Aires, Argentina.

Algoritmos y Estructuras de Datos II
Segundo cuatrimestre de 2019

(2) Algoritmos

- ¿Cuánto tardan las búsquedas? $O(\log n)$
- ¿Y las inserciones y borrados?
- Debemos garantizar algoritmos que restauren el invariante de AVL.

(3) Inserción

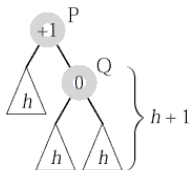
- Insertar el nuevo nodo como en un ABB (el nuevo nodo es una hoja).
- Recalcular los factores de balanceo que cambiaron por la inserción, sólo en la rama en la que ocurrió la inserción, de abajo hacia arriba.
- ¿Podrían haber cambiado los otros factores? No.
- Si en la rama aparece un factor de balanceo de ± 2 , hay que rebalancear.
- Eso se hace a través de **rotaciones**.

(4) Rotaciones en AVL

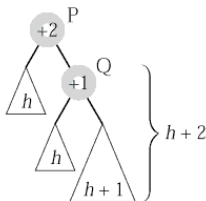
- Cuatro rotaciones posibles, dos simples, dos dobles:
 - RR: inserción en el subárbol derecho (R) de un hijo derecho (R) del nodo que se desbalancea.
 - LR: inserción en el subárbol izquierdo (L) de un hijo derecho (R) del nodo que se desbalancea.
 - RL: inserción en el subárbol derecho (R) de un hijo izquierdo (L) del nodo que se desbalancea.
 - LL: inserción en el subárbol izquierdo (L) de un hijo izquierdo (L) del nodo que se desbalancea.

(5) Rotaciones simples

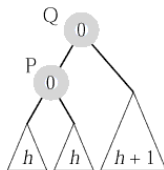
- Veamos como ejemplo la RR (la LL es simétrica):



a)



b)

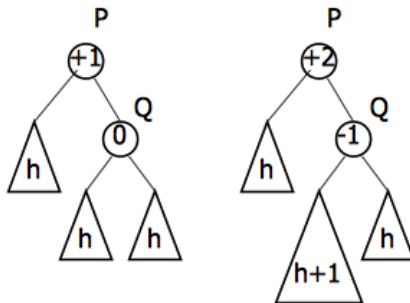


c)

- En el ejemplo el nodo Q es el primero de la rama donde cambió el FdB.
- Luego de la rotación el subarbol mantiene la misma altura que antes.
- La inserción no influye en los antepasados de P porque luego de la rotación recuperan su factor de balanceo anterior.

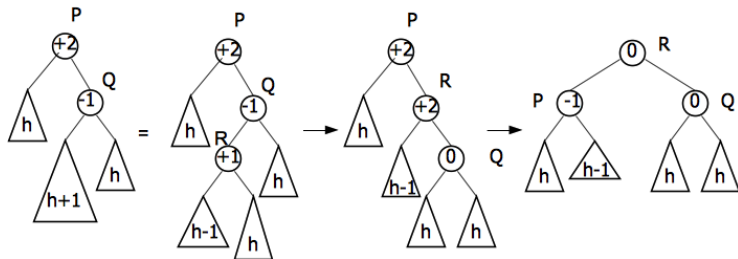
(6) Rotaciones dobles

- Veamos como ejemplo la RL (la LR es simétrica).
- La inserción produce lo siguiente:



(7) Rotaciones dobles (cont.)

- Lo que tenemos que hacer es:



- La inserción, ¿influye en la altura de los antepasados de P ?
No, y por eso no hace falta seguir rebalanceando.
- ¿Cuánto cuestan las rotaciones? $O(1)$.
- Ojo, eso es una vez que encuentro dónde hacerlas, primero debo detectarlas.
- ¿Cuánto cuesta eso? $O(h) = O(\log n)$

(8) Costo de la inserción

Analicemos el costo de las inserciones:

- 1) Insertar el nodo: proporcional a la altura del árbol, $\Theta(\log n)$.
- 2) Recalcular los FdB de la rama: proporcional a la altura del árbol, $\Theta(\log n)$.
- 3) Hacer las rotaciones necesarias: $O(1)$, ya que se hacen una o dos rotaciones por inserción.

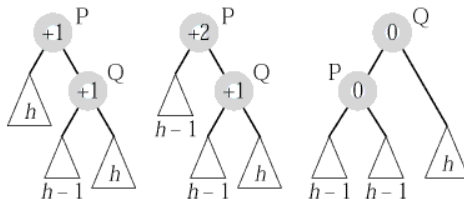
TOTAL) $\Theta(\log n)$

(9) Borrado en AVLs

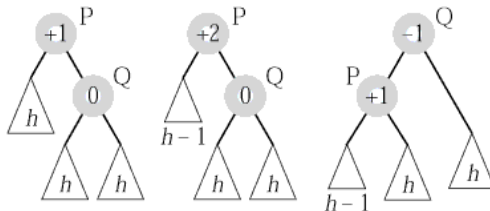
- Borrar el nodo como en un ABB.
- Recalcular los factores de balanceo que cambiaron por el borrado (sólo en la rama del borrado, de abajo hacia arriba).
- Para cada nodo con factor de balanceo ± 2 hay que hacer una rotación simple o doble: $O(\log n)$ rotaciones en el caso peor.

(10) Rotación simple en el borrado

- Eliminemos una hoja de un subárbol izquierdo de P , si el hijo derecho tiene $\text{FdB} +1$:

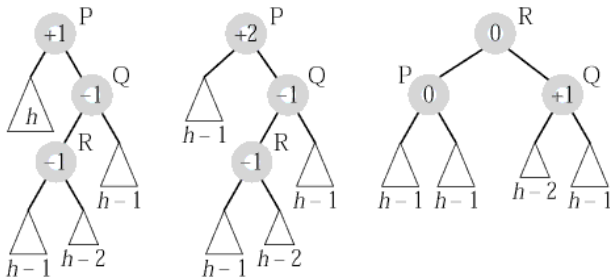


- Eliminemos una hoja de un subárbol izquierdo de P , si el hijo derecho tiene $\text{FdB} 0$:



(11) Rotación doble en el borrado

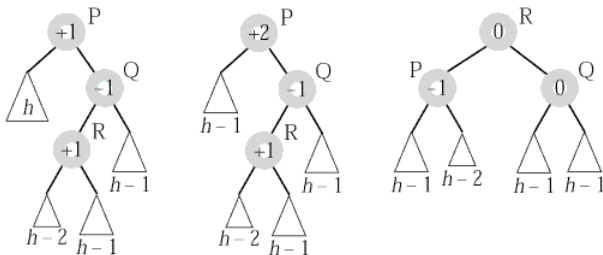
- Eliminemos una hoja de un subárbol izquierdo de P , si el hijo derecho tiene FdB -1 y su nieto también.



- Hacemos una rotación entre R y Q (P pasa a +2, R y Q pasan a +1) y luego una rotación P - R .

(12) Rotación doble en el borrado (cont.)

- Eliminemos una hoja de un subárbol izquierdo de P , si el hijo derecho tiene FdB -1 y su nieto +1.



- Hacemos una rotación entre R y Q (P y R pasan a +2, Q pasa a 0) y luego una rotación P - R .

(13) Costo del borrado

Analicemos el costo del borrado:

- 1) Borrar el nodo: proporcional a la altura del árbol, $\Theta(\log n)$.
- 2) Recalcular los FdB de la rama: proporcional a la altura del árbol, $\Theta(\log n)$.
- 3) Hacer las rotaciones necesarias: $\Theta(\log n) \cdot \Theta(1)$, ya que en el peor caso hay que hacer rotaciones a lo largo de toda la rama.

TOTAL) $\Theta(\log n)$

(14) Tarea

- Mirar en detalles las rotaciones y entenderlas. Ser capaces de explicarlas (que es lo mismo que entenderlas).
- Escribir el pseudo código imperativo de la inserción en AVL.
- Para valientes: escribir el pseudo código imperativo del borrado en AVL.