

# Algoritmos y Estructuras de Datos II

## Recuperatorio del primer parcial — Lunes 8 de julio

### Aclaraciones

- El parcial es a **libro abierto**.
- Incluir en cada hoja el número de orden asignado, apellido y nombre y número de hoja.
- Al entregar el parcial completar los datos faltantes en la planilla.
- Cada ejercicio se calificará con A, R o I.
- Para aprobar el parcial se deberá obtener al menos una R en cada ejercicio.
- Para considerar un parcial promocionado se debe obtener A en todos los ejercicios.
- Se pueden realizar los ejercicios para recuperar o promocionar. La nota definitiva ser'a la obtenida en el último ejercicio entregado. De no entregar un ejercicio quedará la nota obtenida en el parcial.
- Se debe entregar cada ejercicio en hojas separadas.

### Ej. 1. Especificación

Las comisiones del Congreso son las encargadas de analizar expedientes para decidir cuáles serán discutidos en las cámaras. Se desea especificar el comportamiento de una comisión. Los miembros de una comisión son, al menos, cinco diputados y tres senadores.

Los expedientes son ingresados a la comisión por cualquiera de sus miembros. A medida que se entienden mejor los temas de los expedientes, puede elegirse adosar un expediente a otro. En ese caso, se dice que estos expedientes están *vinculados* entre sí. Es preciso notar que si bien la vinculación es una relación uno a uno, la relación es simétrica y transitiva. Esto implica que, por ejemplo, si el expediente  $a$  es vinculado a otro  $b$ , necesariamente  $b$  se encontrará vinculado a  $a$ . Además, si se vincula  $a$  a  $b$ , se entiende que se vinculan también a  $a$  los ya vinculados a  $b$  anteriormente (y viceversa).

Cada expediente, para ser considerado como aprobado, debe tener al menos dos firmas. Al menos una debe ser de un diputado, y otra de un senador integrantes de la comisión. Más allá de este requisito, el expediente puede acumular cualquier cantidad de firmas (no siempre los firmantes firman todos al mismo tiempo).

De la misma manera, un expediente se considera listo para tratar en las cámaras si él y *todos* sus expedientes vinculados ya se encuentran aprobados.

Especifique el comportamiento descripto, teniendo en cuenta que en todo momento se desea saber cuáles son los expedientes listos para ser tratados en la cámara.

### Ej. 2. Inducción Estructural

Dadas las siguientes operaciones sobre secuencias

$\text{par} : \text{secu}(\text{nat}) \rightarrow \text{nat}$

$p_1) \quad \text{par}(<>) \quad \equiv 0$

$p_2) \quad \text{par}(a \bullet s) \quad \equiv \text{if } a \% 2 = 1 \text{ then } 1 - \text{par}(s) \text{ else } \text{par}(s) \text{ fi}$

$\text{sumar} : \text{secu}(\text{nat}) \rightarrow \text{nat}$

$s_1) \quad \text{sumar}(<>) \quad \equiv 0$

$s_2) \quad \text{sumar}(a \bullet s) \quad \equiv a + \text{sumar}(s)$

Se quiere probar por inducción estructural la siguiente propiedad:

$$(\forall s: \text{secu}(\text{nat}))(\text{par}(s) = 0 \Leftrightarrow (\text{sumar}(s) \bmod 2) = 0)$$

Los símbolos lógicos que aparecen son de lógica de primer orden.

- a) Plantear el/los caso/s base y resolverlo/s, justificando cada paso de la demostración.
- b) Plantear el/los paso/s inductivo/s, marcando claramente la hipótesis, tesis inductiva y el alcance de los cuantificadores. Resolver justificando cada paso de la demostración.

Para el desarrollo del ejercicio se pueden utilizar cosas sabidas de los números naturales (conmutatividad de la suma, definición del módulo, etc.) sin demostración.

### Ej. 3. Diseño

En la siguiente especificación se ilustra el comportamiento de una carrera de F1. En una carrera participan  $n$  automóviles, numerados de 1 a  $n$ . Los autos largan todos juntos y recorren la pista, hasta eventualmente cruzar la meta. Durante la carrera pueden ocurrir choques, en cuyo caso los participantes del choque (que pueden ser cualquier cantidad de autos) finalizan su participación en la carrera. A medida que los autos cruzan la meta, se les asigna la posición. Todos los autos accidentados comparten la posición  $n$ .

#### TAD CARRERA F1

##### observadores básicos

$\text{participantes} : \text{carreraF1} \longrightarrow \text{nat}$   
 $\text{enCarrera} : \text{carreraF1} \times \text{nat} \longrightarrow \text{bool}$   
 $\text{cruzaronMeta} : \text{carreraF1} \longrightarrow \text{nat}$   
 $\text{posicion} : \text{carreraF1 } c \times \text{nat } n \longrightarrow \text{nat} \quad \{1 \leq n \leq \text{participantes}(c) \wedge \neg \text{enCarrera}(c, n)\}$

##### generadores

$\text{nuevaCarrera} : \text{nat } n \longrightarrow \text{carreraF1} \quad \{n > 2\}$   
 $\text{cruzarMeta} : \text{carreraF1 } c \times \text{nat } n \longrightarrow \text{carreraF1} \quad \{\text{enCarrera}(c, n)\}$   
 $\text{choque} : \text{carreraF1 } c \times \text{conj}(\text{nat}) p \longrightarrow \text{carreraF1} \quad \{\forall n, n \in p \Rightarrow_{\text{L}} \text{enCarrera}(c, n)\}$

##### axiomas

$\text{participantes}(\text{nuevaCarrera}(p)) \equiv p$   
 $\text{participantes}(\text{cruzarMeta}(c, n)) \equiv \text{participantes}(c)$   
 $\text{participantes}(\text{choque}(c, p)) \equiv \text{participantes}(c)$   
 $\text{enCarrera}(\text{nuevaCarrera}(p), n) \equiv 1 \leq n \wedge n \leq p$   
 $\text{enCarrera}(\text{cruzarMeta}(c, n'), n) \equiv \text{enCarrera}(c, n) \wedge n \neq n'$   
 $\text{enCarrera}(\text{choque}(c, p), n) \equiv \text{enCarrera}(c, n) \wedge n \notin p$   
 $\text{cruzaronMeta}(\text{nuevaCarrera}(p)) \equiv 0$   
 $\text{cruzaronMeta}(\text{cruzarMeta}(c, n')) \equiv 1 + \text{cruzaronMeta}(c)$   
 $\text{cruzaronMeta}(\text{choque}(c, p)) \equiv \text{cruzaronMeta}(c)$   
 $\text{posicion}(\text{cruzarMeta}(c, n), n') \equiv \text{if } n = n' \text{ then } 1 + \text{cruzaronMeta}(c) \text{ else } \text{posicion}(c, n') \text{ fi}$   
 $\text{posicion}(\text{choque}(c, p), n) \equiv \text{if } n \in p \text{ then } \text{participantes}(c) \text{ else } \text{posicion}(c, n) \text{ fi}$

**Fin TAD**

Se decidió utilizar la siguiente estructura para representar el TAD.

$\text{carreraF1}$  se representa con  $\text{estr}$ , donde

$\text{estr}$  es tupla  $\langle \text{posiciones: conj}(\text{tupla } \langle \text{auto: nat, posición: nat} \rangle),$   
 $\text{chocados: conj}(\text{nat})$   
 $\text{enCarrera: conj}(\text{nat}) \rangle$

donde  $\text{posiciones}$  contiene tuplas indicando qué autos cruzaron la meta y en qué posición;  $\text{chocados}$  es el conjunto de autos que chocaron; y  $\text{enCarrera}$  los autos que quedan en competencia.

- Escribir en castellano el invariante de representación.
- Escribir formalmente el invariante de representación.
- Escribir formalmente la función de abstracción.