

Algoritmos y Estructuras de Datos II

Primer parcial — Sábado 7 de mayo

Aclaraciones

- El parcial es a **libro abierto**.
- Numerar las hojas entregadas. Completar en la primera hoja la cantidad total de hojas entregadas.
- Incluir el número de orden asignado, apellido y nombre en cada hoja.
- Al entregar el parcial completar los datos faltantes en la planilla.
- Cada ejercicio se calificará con A, R o I, y se puede recuperar de forma independiente.
- Para aprobar el parcial se deberá obtener al menos una A en el primer ejercicio y en los ejercicios 2 y 3 se deberá obtener al menos una A y una R.
- Para considerar un parcial promocionado se debe obtener A en todos los ejercicios y **además** haber realizado una resolución ampliamente satisfactoria de todos ellos. En estos casos se agregará también una P (de promocionado) al parcial, y una nota numérica.
- Se debe entregar cada ejercicio en hojas separadas.

Ej. 1. Especificación

Se quiere especificar un sistema para llevar las cuentas de una votación en una cámara legislativa. La cámara esta compuesta por varios bloques y cada bloque por un número positivo de legisladores, en un orden fijo. Cada legislador pertenece a exactamente un bloque. Los legisladores se identifican unívocamente con un número natural. Cuando se abre la votación, cada legislador puede, en cualquier momento, registrar su voto positivo o negativo sobre la moción que se vota. Los que aún no votaron se consideran abstenciones hasta ese momento.

Para minimizar la burocracia, se decidió que cuando un legislador registra su voto, vota en su propio nombre, pero también en nombre de todos los legisladores de menor prioridad de su propio bloque que no hayan registrado un voto anteriormente. Una vez que el voto de un legislador fue registrado, sea por él mismo o automáticamente por un legislador de mayor prioridad, este no se puede cambiar de ninguna manera.

Para representar un bloque se utiliza un $\text{conj}(\text{nat})$ no vacío. Consideraremos que los legisladores con identificador mas grande siempre tienen mayor prioridad (es decir, el legislador 5 puede votar en nombre del legislador 3, pero no al revés). Para representar la cámara se utiliza un $\text{conj}(\text{conj}(\text{nat}))$ que representa el conjunto de todos los bloques. Se desea saber en todo momento la cantidad de votos afirmativos, negativos y abstenciones hasta dicho momento.

Se pide dar una especificación completa del TAD VOTACIÓN que responda a lo enunciado.

Ej. 2. Inducción Estructural

Dadas las siguientes versiones de algunas funciones sobre conjuntos,

- \in : $\alpha \times \text{conj}(\alpha) \rightarrow \text{bool}$
 - \in_1) $x \in \emptyset \equiv \text{false}$
 - \in_2) $x \in \text{Ag}(e, A) \equiv x = e \vee x \in A$
- \subseteq : $\text{conj}(\alpha) \times \text{conj}(\alpha) \rightarrow \text{bool}$
 - \subseteq_1) $\emptyset \subseteq B \equiv \text{true}$
 - \subseteq_2) $\text{Ag}(e, A) \subseteq B \equiv e \in B \wedge A \subseteq B$
- \cap : $\text{conj}(\alpha) \times \text{conj}(\alpha) \rightarrow \text{conj}(\alpha)$
 - \cap_1) $\emptyset \cap B \equiv \emptyset$
 - \cap_2) $\text{Ag}(e, A) \cap B \equiv \text{if } e \in B \text{ then } \text{Ag}(e, A \cap B) \text{ else } A \cap B \text{ fi}$

Se quiere probar por inducción estructural la siguiente propiedad:

$$(\forall A: \text{conj}(\alpha))(\forall B: \text{conj}(\alpha))(A \subseteq B \Rightarrow A \cap B \equiv A)$$

- a) Escribir el predicado unario a utilizar en la demostración.
- b) Dar el esquema de inducción a utilizar.
- c) Plantear el caso base y resolverlo, justificando cada paso de la demostración.
- d) Plantear los pasos inductivos, marcando claramente la hipótesis, tesis inductiva y el alcance de los cuantificadores. Resolver justificando cada paso de la demostración.

Para el desarrollo del ejercicio hay que usar *exclusivamente* la axiomatización presentada en este enunciado, no las axiomatizaciones alternativas que aparecen en el apunte de TADs básicos para las mismas funciones.

Ej. 3. Diseño

Considerar la siguiente especificación que modela una ciudad donde conviven héroes y villanos. Nuevos héroes y villanos llegan a menudo a la ciudad, pero nunca mueren ni se van. Por supuesto, de tanto en tanto hay peleas, que por cuestiones de caballería, son siempre entre exactamente un héroe y un villano. Héroes y villanos se identifican con naturales no repetidos (no hay dos héroes ni dos villanos ni un héroe y un villano identificados con el mismo natural).

TAD CIUDAD

observadores básicos

héroes	:	ciudad	\rightarrow	conj(nat)	
villanos	:	ciudad	\rightarrow	conj(nat)	
cantPeleas	:	ciudad $c \times$ nat $h \times$ nat v	\rightarrow	nat	$\{h \in \text{héroes}(c) \wedge v \in \text{villanos}(c)\}$

generadores

crear	:		\rightarrow	ciudad	
llegaHéroe	:	ciudad $c \times$ nat h	\rightarrow	ciudad	$\{h \notin (\text{héroes}(c) \cup \text{villanos}(c))\}$
llegaVillano	:	ciudad $c \times$ nat v	\rightarrow	ciudad	$\{v \notin (\text{héroes}(c) \cup \text{villanos}(c))\}$
pelean	:	ciudad $c \times$ nat $h \times$ nat v	\rightarrow	ciudad	$\{h \in \text{héroes}(c) \wedge v \in \text{villanos}(c)\}$

axiomas

héroes(crear)	$\equiv \emptyset$	villanos(crear)	$\equiv \emptyset$
héroes(llegaHéroe(c, h))	$\equiv \text{Ag}(h, \text{héroes}(c))$	villanos(llegaHéroe(c, h))	$\equiv \text{villanos}(c)$
héroes(llegaVillano(c, v))	$\equiv \text{héroes}(c)$	villanos(llegaVillano(c, v))	$\equiv \text{Ag}(v, \text{villanos}(c))$
héroes(pelean(c, h, v))	$\equiv \text{héroes}(c)$	villanos(pelean(c, h, v))	$\equiv \text{villanos}(c)$
cantPeleas(llegaHéroe(c, h'), h, v) \equiv if $h = h'$ then 0 else cantPeleas(c, h, v) fi			
cantPeleas(llegaVillano(c, v'), h, v) \equiv if $v = v'$ then 0 else cantPeleas(c, h, v) fi			
cantPeleas(pelean(c, h', v'), h, v) \equiv if $h = h' \wedge v = v'$ then 1 else 0 fi + cantPeleas(c, h, v)			

Fin TAD

Se decidió utilizar la siguiente estructura para representar el TAD.

ciudad **se representa con** estr, donde

estr es tupla $\langle \text{héroes}: \text{conj}(\text{nat}),$
 $\text{villanos}: \text{conj}(\text{nat}),$
 $\text{rivalesQueTuvo}: \text{dicc}(\text{nat}, \text{conj}(\text{nat})),$
 $\text{historialPeleas}: \text{secu}(\text{tupla } \langle h: \text{nat}, v: \text{nat} \rangle) \rangle$

donde *héroes* y *villanos* representan los conjuntos de identificadores de héroes y villanos respectivamente, *rivalesQueTuvo* asocia para cada peleador (tanto héroes como villanos, ya que todos los identificadores son distintos) el conjunto de todos los rivales contra los que peleó al menos una vez e *historialPeleas* tiene la secuencia de parejas (héroe, villano) que se entreveraron en una pelea, en el orden que éstas sucedieron.

- Escribir en castellano el invariante de representación.
- Escribir formalmente el invariante de representación.
- Escribir formalmente la función de abstracción.