Algoritmos y Estructuras de Datos II
Primer parcial – 3 de mayo de 2014

Aclaraciones

- El parcial es **a libro abierto**.
- Cada ejercicio debe entregarse **en hojas separadas**.
- Incluir en cada hoja el número de orden asignado, número de hoja, apellido y nombre.
- Al entregar el parcial, completar el resto de las columnas en la planilla.
- Cada ejercicio se calificará con **MB**, **B**, **R** o **M**, y podrá recuperarse independientemente de los demás. Podrán aprobarse los parciales de la materia con hasta 2 (dos) ejercicios **R** (regular) **entre ambos exámenes**, siempre que ninguno de ellos sea un ejercicio 1. Para más detalles, ver "Información sobre la cursada" en el sitio Web.

Ej. 1. Especificación

La famosa emisora televisiva HBoBo está lanzando su nuevo reality show, Juego de Monos, que sigue en vivo y en directo la evolución de una colonia de monos muy competitivos. El predio será aislado al comenzar la serie, es decir, no ingresarán nuevos monos durante el juego. Los monos se organizan siguiendo a otros monos que consideran sus líderes. Cada mono puede tener (o no) varios monos seguidores, mientras que un mono puede seguir a lo sumo a un único otro mono. En cualquier momento, un mono puede cambiar a qué mono sigue, pero sólo si ese mono (el que desea cambiar) no está siendo seguido por ningún otro mono. HBoBo se asegurará de que, al comenzar la serie, ningún mono esté siguiendo a ningún otro.

Durante las luchas de poder, es común que un mono asesine a otro (un *monocidio*). En estos casos, todos los seguidores del mono asesinado (incluyendo también a los seguidores de los seguidores, y así recursivamente) se retiran inmediatamente del Juego de Monos para evitar represalias.

HBoBo nos encarga especificar usando TADs el comportamiento de los monos durante el Juego de Monos. Se desea saber en todo momento quién va ganando el Juego de Monos; a tal efecto se considera que un mono va ganando cuando sus seguidores (la cantidad total, contando recursivamente) son los más numerosos.

Ej. 2. Inducción estructural

Este TAD modela un conjunto peculiar, al que se le pueden agregar tanto elementos como conjuntos de elementos.

TAD Konj(α)

generadores

vacío	:		$\longrightarrow$	konj(α)
agElem	:	$\alpha \times$ konj(α)	$\longrightarrow$	konj(α)
agKonj	:	konj(α) $\times$ konj(α)	$\longrightarrow$	konj(α)

observadores básicos

estáElem?	:	$\alpha \times$ konj(α)	$\longrightarrow$	bool
estáKonj?	:	konj(α) $\times$ konj(α)	$\longrightarrow$	bool

otras operaciones

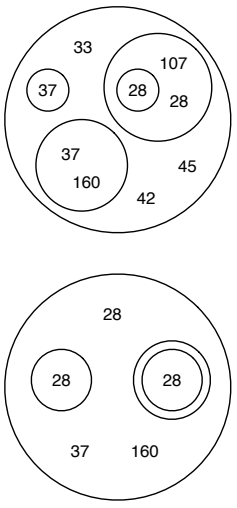
#aps	:	$\alpha \times$ konj(α)	$\longrightarrow$	nat
aplanar	:	konj(α)	$\longrightarrow$	conj(α)

axiomas $\forall x, e : \alpha, \forall P, Q, K :$ konj(α)

$eE0$)	estáElem?(x, vacío)	$\equiv$	false
$eE1$)	estáElem?(x, agElem(e, K))	$\equiv$	x = e $\vee_{\mathrm{L}}$ estáElem?(x, K)
$eE2$)	estáElem?(x, agKonj(Q, K))	$\equiv$	estáElem(x, K)
$eK0$)	estáKonj?(P, vacío)	$\equiv$	false
$eK1$)	estáKonj?(P, agElem(e, K))	$\equiv$	estáKonj?(P, K)
$eK2$)	estáKonj?(P, agKonj(Q, K))	$\equiv$	P = Q $\vee_{\mathrm{L}}$ estáKonj?(P, K)
$\#a0$)	#aps(x, vacío)	$\equiv$	0
$\#a1$)	#aps(x, agElem(e, K))	$\equiv$	if $x = e$ then 1 else 0 fi + #aps(x, K)
$\#a2$)	#aps(x, agKonj(Q, K))	$\equiv$	#aps(x, Q) + #aps(x, K)
$apl0$)	aplanar(vacío)	$\equiv$	$\emptyset$
$apl1$)	aplanar(agElem(e, K))	$\equiv$	Ag(e, aplanar(K))
$apl2$)	aplanar(agKonj(Q, K))	$\equiv$	aplanar(Q) $\cup$ aplanar(K)

Fin TAD

Ejemplos de posibles konj(nat):



Interesa demostrar por inducción estructural la siguiente propiedad:

$$\big(\forall K : \text{konj}(\alpha)\big)\big(\forall e : \alpha\big)\big(\#\text{aps}(e, K) > 0 \implies e \in \text{aplanar}(K)\big)$$

Si lo desea puede usar cualquiera de los siguientes lemas sin necesidad de demostrarlos:

$$\text{[Lema 1]} \quad \big(\forall A : \text{conj}(\alpha)\big)\big(\forall x : \alpha\big)\big(x \in A \implies (\forall B : \text{conj}(\alpha))(x \in A \cup B)\big)$$

$$\text{[Lema 2]} \quad \big(\forall A : \text{conj}(\alpha)\big)\big(\forall x : \alpha\big)\big(x \in A \implies (\forall B : \text{conj}(\alpha))(x \in B \cup A)\big)$$

a) Escribir el predicado unario. Luego escribir, completo, **el esquema de inducción** a utilizar.
En el esquema, marcar **claramente** CB(s), PI(s), HI(s), TI(s) y el alcance de cada cuantificador.

b) Plantear el/los caso(s) base y resolverlo(s), justificando cada paso de la demostración.

c) Plantear el/los paso(s) inductivo(s) y resolverlo(s), justificando cada paso de la demostración.

Ej. 3. Diseño

En este ejercicio trabajaremos con un modelo del conocido sistema de viajes educativos *Autobús Mágico*. Se trata de una escuela que tiene ciertos estudiantes inscriptos, que son quienes pueden hacer los viajes. Cada viaje tiene un nivel de aprendizaje asociado. Los estudiantes tienen un nivel de sabiduría, que es la suma de los aprendizajes obtenidos en cada viaje que hacen. Este aprendizaje se mide en naturales.

En todo momento se pueden agregar nuevos viajes para hacer, en los que los estudiantes pueden embarcarse de a grupos. Estos grupos no deben ser de más de 8 personas, para no sobrepasar la capacidad del Autobús. Además, el Autobús no repite viajes: cada viaje se puede hacer sólo una vez. Interesa conocer los viajes realizados por cada estudiante, cuánta sabiduría tiene cada uno, y el mayor nivel de sabiduría existente.

TAD AUTOBÚS

generadores

nuevo : conj(estudiante) $\longrightarrow$ autobús

agregarViaje : viaje v $\times$ nat $\times$ autobús am $\longrightarrow$ autobús $\quad \{(v \notin \text{viajesTotales}(am))\}$

viajar : viaje v $\times$ conj(estudiante) c $\times$ autobús am $\longrightarrow$ autobús
$\{(v \in \text{viajesDisponibles}(am)) \land (\neg\emptyset?(c)) \land (\#(c) \leq 8) \land (c \subseteq \text{estudiantes}(am))\}$

observadores básicos

estudiantes : autobús $\longrightarrow$ conj(estudiante)

viajesDisponibles : autobús am $\longrightarrow$ conj(viaje)

viajesHechosPor : estudiante e $\times$ autobús am $\longrightarrow$ conj(viaje) $\quad \{e \in \text{estudiantes}(am)\}$

aprendizaje : viaje v $\times$ autobús am $\longrightarrow$ nat $\quad \{v \in \text{viajesTotales}(am)\}$

otras operaciones

sabiduría : estudiante e $\times$ autobús am $\longrightarrow$ nat $\quad \{e \in \text{estudiantes}(am)\}$

viajesTotales : autobús $\longrightarrow$ conj(viaje)

mayorSabiduría : autobús $\longrightarrow$ nat

Fin TAD

A la hora del diseño se elige la siguiente estructura de representación:

autobús **se representa con** estr, donde

estr es tupla $\langle$ *disponibles*: conj(viaje),
realizados: dicc(viaje, conj(estudiante)),
valor_didáctico: dicc(viaje, nat),
sabiduría: dicc(estudiante, nat),
mayor_sab: nat $\rangle$

en la cual:

- *disponibles* son todos los viajes actualmente disponibles,
- *realizados* indica qué estudiantes realizaron cada viaje,
- *valor_didáctico* indica el valor de aprendizaje de cada viaje,
- *sabiduría* indica el nivel de sabiduría de cada estudiante,
- *mayor_sab* es el mayor valor de sabiduría existente.

a) Escribir el invariante de representación en castellano.

b,c) Escribir formalmente *b)* el invariante de representación y *c)* la función de abstracción.