

Algoritmos y Estructuras de Datos II

Primer parcial – Sábado 4 de mayo

Aclaraciones

- El parcial es a **libro abierto**.
- Incluir en cada hoja el número de orden asignado, apellido y nombre y número de hoja.
- Al entregar el parcial completar los datos faltantes en la planilla.
- Cada ejercicio se calificará con A, R o I, y se puede recuperar de forma independiente.
- Para aprobar el parcial se deberá obtener al menos una A en el primer ejercicio y en los ejercicios 2 y 3 se deberá obtener al menos una A y una R.
- Para considerar un parcial promocionado se debe obtener A en todos los ejercicios y **además** haber realizado una resolución ampliamente satisfactoria de todos ellos. En estos casos se agregará una P y una nota numérica.
- Se debe entregar cada ejercicio en hojas separadas.
- Numere las hojas e incluya el número de orden en las mismas.

Ej. 1. Especificación

Se desea especificar el comportamiento de un local de la cadena de comidas rápidas McPLUTO. En un local de esta cadena, hay una determinada cantidad de puntos de atención al público. Un cliente hace cola en cualquiera de ellos (nunca cambia de cola) y espera para hacer su pedido. Cuando le llega el turno, puede pedir cualquier cantidad de hamburguesas—Mc PLUTO sólo vende hamburguesas. Una vez que hace el pedido, se retira de la cola a esperar que le entreguen las hamburguesas. Mientras, se puede atender al siguiente cliente.

Una vez que un cliente hace el pedido, éste se comunica a la cocina, identificándolo con un número natural (que se incrementa en uno para cada pedido). La única responsabilidad de la cocina es preparar hamburguesas y entregarlas al mostrador. La cocina puede preparar hamburguesas aún si no hay pedidos que las necesiten. Las hamburguesas nunca se echan a perder, una vez preparadas, están a disposición para ser entregadas. Siempre que haya la cantidad suficiente de hamburguesas para completar un pedido pendiente, se lo puede entregar. No necesariamente se entregarán los pedidos en el orden en que fueron realizados.

Los clientes nunca dejan la cola una vez que entran a la misma, ni tampoco pueden estar haciendo la cola más de una vez al mismo tiempo.

Tenga en cuenta que se desea saber, en todo momento, qué pedidos están pendientes de ser entregados y a qué clientes corresponden.

Ej. 2. Inducción Estructural

Dadas las siguientes funciones sobre secuencias:

$$\begin{array}{lcl}
 \# : \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{nat} & \left| \right. & \text{restas} : \text{secu}(\text{int}) \ s \times \text{secu}(\text{int}) \ t \longrightarrow \text{secu}(\text{int}) \quad \{\#(s) = \#(t)\} \\
 \#_1) \quad \#(<>) \equiv 0 & \left| \right. & m_1) \quad \text{restas}(<>, t) \equiv <> \\
 \#_2) \quad \#(a \bullet s) \equiv 1 + \#(s) & \left| \right. & m_2) \quad \text{restas}(a \bullet s, t) \equiv (a - \text{prim}(t)) \bullet \text{restas}(s, \text{fin}(t))
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{inv} : \text{secu}(\text{int}) \longrightarrow \text{secu}(\text{int}) \\
 i_1) \quad \text{inv}(<>) \equiv <> \\
 i_2) \quad (a \bullet s) \equiv (-a) \bullet \text{inv}(s)
 \end{array}$$

Se quiere probar por inducción estructural la siguiente propiedad:

$$(\forall s: \text{secu}(\text{int}))(\forall t: \text{secu}(\text{int}))[(\#(s) \equiv \#(t)) \Rightarrow_L (\text{restas}(s, t) \equiv \text{inv}(\text{restas}(t, s)))]$$

Se puede asumir sin demostración los siguientes lemas:

$$\begin{array}{lcl}
 \forall x : \text{secu}(\alpha) & \left| \right. & \forall n, m : \text{int} \\
 pf) \quad \#(x) > 0 \Rightarrow_L (\text{prim}(x) \bullet \text{fin}(x) \equiv x) & \left| \right. & -) \quad -(n - m) \equiv (m - n) \\
 v0) \quad \#(x) = 0 \Rightarrow_L (x \equiv <>) & &
 \end{array}$$

- a) Escribir el predicado unario y dar el esquema de inducción a utilizar.
- b) Plantear el/los caso/s base y resolverlo/s, justificando cada paso de la demostración.
- c) Plantear el/los paso/s inductivo/s, marcando claramente la hipótesis, tesis inductiva y el alcance de los cuantificadores. Resolver justificando cada paso de la demostración.

Ej. 3. Diseño

TAD DISCOGRÁFICA

observadores básicos

$\text{discosLanzados} : \text{discográfica} \longrightarrow \text{conj}(\text{disco})$
 $\text{cantidadCanciones} : \text{disco} \times \text{discográfica} \longrightarrow \text{nat}$
 $\text{canción} : \text{disco } d \times \text{nat } i \times \text{discográfica } c \longrightarrow \text{canción} \quad \{i \leq \text{cantidadCanciones}(d, c)\}$
 $\text{intérprete} : \text{canción } s \times \text{discográfica } c \longrightarrow \text{artista}$
 $\{\exists d:\text{disco}, i:\text{nat } i \leq \text{cantidadCanciones}(d, c) \wedge_{\text{L}} \text{canción}(d, i, c)=s\}$

generadores

$\text{fundarDiscográfica} : \longrightarrow \text{discográfica}$
 $\text{grabarCanción} : \text{artista} \times \text{canción } c \times \text{disco} \times \text{discográfica } d \longrightarrow \text{discográfica}$
 $\{\nexists d:\text{disco} \exists i:\text{nat } i \leq \text{cantidadCanciones}(d, c) \wedge_{\text{L}} \text{canción}(d, i, c)=s\}$
 $\text{lanzarDisco} : \text{disco } d \times \text{discográfica } c \longrightarrow \text{discográfica}$
 $\{\text{cantidadCanciones}(d, c) > 0\}$

axiomas

$\text{discosLanzados}(\text{fundarDiscográfica}()) \equiv \emptyset$
 $\text{discosLanzados}(\text{grabarCanción}(a, c, n, d)) \equiv \text{discosLanzados}(d)$
 $\text{discosLanzados}(\text{lanzarDisco}(d, c)) \equiv \text{Ag}(d, \text{discosLanzados}(c))$
 $\text{cantidadCanciones}(d, \text{fundarDiscográfica}()) \equiv 0$
 $\text{cantidadCanciones}(d, \text{grabarCanción}(a, c, n, d')) \equiv \text{cantidadCanciones}(d, c) + \text{if } d = n \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi}$
 $\text{cantidadCanciones}(\text{lanzarDisco}(d, c)) \equiv \text{cantidadCanciones}(c)$
 $\text{canción}(d, i, \text{grabarCanción}(a, c, n, d')) \equiv \text{if } \text{cantidadCanciones}(n, d') = i - 1 \text{ then}$
 $\quad \quad \quad c$
 $\quad \quad \text{else}$
 $\quad \quad \text{canción}(d, i, d')$
 $\quad \text{fi}$
 $\text{canción}(d, i, \text{lanzarDisco}(d', c)) \equiv \text{canción}(d, i, c)$
 $\text{intérprete}(n, \text{grabarCanción}(a, c, n', d)) \equiv \text{if } n = n' \text{ then } a \text{ else } \text{intérprete}(n, d) \text{ fi}$
 $\text{intérprete}(n, \text{lanzarDisco}(d, c)) \equiv \text{intérprete}(n, c)$

Fin TAD

Se decidió utilizar la siguiente estructura para representar el TAD.

Discográfica **se representa con** estr, donde

estr es tupla $\langle \text{discosGrabados: dicc}(\text{artista}, \text{conj}(\text{disco})),$
 $\text{cancionesGrabadas: dicc}(\text{artista}, \text{conj}(\text{canción})),$
 $\text{canciones: dicc}(\text{disco}, \text{secu}(\text{canción})) \rangle$

donde *discosGrabados* dice, para cada artista, el conjunto de discos lanzados donde se encuentra como intérprete; *cancionesGrabadas* indica las canciones que interpretó cada artista, y *canciones* indica las canciones que componen un disco, en orden, sin importar si ya fue lanzado o si está aún en desarrollo.

- Escribir en castellano el invariante de representación.
- Escribir formalmente el invariante de representación.
- Escribir formalmente la función de abstracción.