

# Algoritmos y Estructuras de Datos II

## Recuperatorio del pimer parcial — Miércoles 4 de julio

### Aclaraciones

- El parcial es a **libro abierto**.
- Incluir en cada hoja el número de orden asignado, apellido y nombre y número de hoja.
- Al entregar el parcial completar los datos faltantes en la planilla.
- Cada ejercicio se calificará con A, R o I, y se puede recuperar de forma independiente.
- Para aprobar el parcial se deberá obtener al menos una A en el primer ejercicio y en los ejercicios 2 y 3 se deberá obtener al menos una A y una R.
- Para considerar un parcial promocionado se debe obtener A en todos los ejercicios y **además** haber realizado una resolución ampliamente satisfactoria de todos ellos. En estos casos se agregará una P y una nota numérica.
- Se debe entregar cada ejercicio en hojas separadas.

### Ej. 1. Especificación

Se desea especificar un sistema de notificaciones para un teatro. Los organizadores registrarán en el sistema eventos a realizarse en el teatro. Cada evento se registra mediante un pequeño texto que lo describe, la fecha y hora de realización, y la duración. La fecha puede tomarse como un número natural de días desde el comienzo del sistema, la hora es siempre una hora entera entre 0 y 23, la duración también es una cantidad entera positiva de horas y todos los eventos transcurren íntegramente durante el mismo día.

Cualquier persona puede registrarse cuando lo desee al sistema como usuario. Cada vez que un usuario registrado ingresa, el sistema recibirá la fecha y hora de ingreso y mostrará al usuario la lista de notificaciones de eventos que aún no han empezado. El usuario tiene la opción de avisar al sistema que va a asistir a un evento disponible, o de avisar que no le interesa. Si un usuario avisa que un evento no le interesa, el sistema nunca más le muestra ese evento. Si un usuario avisa que va a asistir a un evento, el sistema nunca más le muestra ese evento ni tampoco ningún otro evento que se solape en horario con el evento al que el usuario va. Los eventos que no hayan ocurrido, no estén solapados con un evento seleccionado ni hayan sido rechazados explícitamente serán mostrados al usuario en la siguiente consulta.

### Ej. 2. Inducción Estructural

Dadas las siguientes operaciones sobre árbol binario

pares :  $\text{ab}(\alpha) \rightarrow \text{nat}$

$$p_1) \quad \text{pares}(\text{nil}) \quad \equiv \quad 0$$

$$p_2) \quad \text{pares}(\text{bin}(i, r, d)) \quad \equiv \quad \text{impares}(i) + \text{impares}(d) + 1$$

impares :  $\text{ab}(\alpha) \rightarrow \text{nat}$

$$i_1) \quad \text{impares}(\text{nil}) \quad \equiv \quad 0$$

$$i_2) \quad \text{impares}(\text{bin}(i, r, d)) \quad \equiv \quad \text{pares}(i) + \text{pares}(d)$$

Se quiere probar por inducción estructural la siguiente propiedad:

$$(\forall a: \text{ab}(\alpha)) (2 \times \text{pares}(a) \geq \text{impares}(a) \wedge 2 \times \text{impares}(a) + 1 \geq \text{pares}(a))$$

Los símbolos lógicos que aparecen son de lógica de primer orden. El TAD BOOL no aparece en este ejercicio.

- a) Escribir el predicado unario y dar el esquema de inducción a utilizar.
- b) Plantear el/los caso/s base y resolverlo/s, justificando cada paso de la demostración.
- c) Plantear el/los paso/s inductivo/s, marcando claramente la hipótesis, tesis inductiva y el alcance de los cuantificadores. Resolver justificando cada paso de la demostración.

Para el desarrollo del ejercicio se pueden utilizar cosas sabidas de los números naturales (conmutatividad de la suma, distributiva respecto del producto, etc.) sin demostración.

### Ej. 3. Diseño

Considerar la siguiente especificación de un sistema que realiza el seguimiento de varios partidos de un torneo de Jiggly Ball. Cada partido es entre 2 equipos (identificados con strings) y el ganador se lleva un punto. Puede haber una cantidad arbitraria de partidos entre cada par de equipos.

#### TAD TORNEO

##### observadores básicos

equipos : torneo  $\longrightarrow$  conj(string)  
 puntos : torneo  $t \times$  string  $e \longrightarrow$  nat  $\{e \in \text{equipos}(t)\}$   
 historial : torneo  $t \times$  string  $e \longrightarrow$  secu(string)  $\{e \in \text{equipos}(t)\}$

##### generadores

nuevoTorneo : conj(string)  $c \longrightarrow$  torneo  $\{\neg\emptyset?(c)\}$   
 regPartido : torneo  $t \times$  string  $g \times$  string  $p \longrightarrow$  torneo  $\{g \in \text{equipos}(t) \wedge p \in \text{equipos}(t) \wedge g \neq p\}$

##### axiomas

equipos(nuevoTorneo( $c$ ))  $\equiv c$   
 equipos(regPartido( $t, g, p$ ))  $\equiv \text{equipos}(t)$   
 puntos(nuevoTorneo( $c$ ),  $e$ )  $\equiv 0$   
 puntos(regPartido( $t, g, p$ ),  $e$ )  $\equiv \text{puntos}(t, e) + \text{if } r = g \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi}$   
 historial(nuevoTorneo( $c$ ),  $e$ )  $\equiv \langle \rangle$   
 historial(regPartido( $t, g, p$ ),  $e$ )  $\equiv \text{if } e = g \text{ then } p \bullet \text{historial}(t, e) \text{ else } \text{if } e = p \text{ then } g \bullet \text{historial}(t, e) \text{ else } \text{historial}(t, e) \text{ fi}$   
 fi

#### Fin TAD

Se decidió utilizar la siguiente estructura para representar el TAD.

Torneo **se representa con** estr, donde

estr es tupla  $\langle \text{ranking: secu}(\text{tupla } \langle \text{ptos: nat, eq: string } \rangle),$   
 $\text{jugados: secu}(\text{tupla } \langle \text{eq1: string, eq2: string } \rangle)$   
 $\text{derrotas: dice}(\text{string, multiconj}(\text{string})) \rangle$

donde *ranking* tiene una entrada por cada equipo que haya jugado al menos un partido, ordenados decrecientemente por cantidad de puntos (entre los que tengan la misma cantidad, es válido cualquier orden), *jugados* dice todos los partidos que se jugaron en orden cronológico, y *derrotas* dice para cada equipo el multiconjunto de los que lo vencieron (cada vencedor aparece repetido la cantidad de veces que le haya ganado al equipo en cuestión). Notar que en *jugados eq1* y *eq2* no se asocian de una manera determinada con ganador y perdedor del partido, es decir, la secuencia solo registra los partidos qué se jugaron, pero sin saber quien fue el ganador.

- Escribir en castellano el invariante de representación.
- Escribir formalmente el invariante de representación.
- Escribir formalmente la función de abstracción.