

ESBA



GRUPO EDUCATIVO

ANÀLISIS DE SISTEMAS

PROF.: CLAUDIA VILLAR

MATERIA:

INVESTIGACIÓN OPERATIVA Y FINANCIERA

CLASE 1

LA INVESTIGACIÓN OPERATIVA. HISTORIA Y CONTEXTO

La Investigación Operativa, o I.O., consiste en aplicar método científico para asignar los recursos o actividades de manera eficaz, ya sea desde lo técnico como desde lo económico. Las etapas del método científico pueden enumerarse de la siguiente manera:

- a) *La observación del fenómeno.* Se observa y se describe el proceso objeto de estudio.
- b) *Formulación de hipótesis.* Formular una hipótesis no es más que adelantar la solución a un problema planteado. Para ello, se establecen posibles causas que expliquen el fenómeno estudiado, que después habrá que confirmar experimentalmente.
- c) *Diseño experimental.* Se monta un dispositivo experimental que pueda probar nuestras hipótesis. Si hay varias variables, se controlan todas salvo la que queremos estudiar.
- d) *Análisis de resultados y conclusiones.* Los resultados obtenidos se suelen reflejar en tablas de datos y gráficas. La variable independiente se representa en abscisas y la dependiente en el eje de ordenadas.

Los comienzos de la Investigación Operativa datan de la Segunda Guerra Mundial en Gran Bretaña, cuando se llamó a un grupo de científicos de distintas áreas del saber para que estudiaran los problemas tácticos y estratégicos asociados a la defensa del país. El nombre de Investigación Operativa fue dado aparentemente porque el equipo estaba llevando a cabo la actividad de investigar operaciones militares. A partir de los resultados alentadores obtenidos por los equipos británicos, los administradores militares de Estados Unidos comenzaron a desarrollar investigaciones del mismo tipo.

Como ocurre con muchas de los desarrollos realizados a partir de la guerra, la industria comenzó a aplicar las herramientas de la Investigación Operativa a la resolución de problemas relacionados con el crecimiento del tamaño y la complejidad de la propia actividad industrial.

Los Estados Unidos tomaron pronto el liderazgo en este campo rápidamente creciente. La primera técnica matemática ampliamente aceptada en el medio de Investigación Operativa fue el Método Simplex de Programación Lineal, desarrollado en 1947 por el matemático norteamericano George B. Dantzig.

Un segundo factor en el avance de la Investigación Operativa fue el desarrollo de la informática, con sus tremendas capacidades de velocidad de cómputo y de almacenamiento y recuperación de información, permitió al individuo que tenía que tomar decisiones hacerlo con rapidez y precisión.

Actualmente la Investigación Operativa se está aplicando en muchas actividades que han ido más allá de las aplicaciones militares e industriales, para incluir hospitales, instituciones financieras, bibliotecas, planificación urbana, sistemas de transporte y sistemas de comercialización.

Características de la Investigación Operativa

El enfoque de la *Investigación Operativa* sigue las pautas del *método científico*, y su contribución proviene principalmente de:

- ✓ La estructuración de una situación de la vida real como un modelo matemático, logrando una abstracción de los elementos esenciales para que pueda buscarse una solución que concuerde con los objetivos del tomador de decisiones. Esto implica tomar en cuenta el problema dentro del contexto del sistema completo.
- ✓ El análisis de la estructura de tales soluciones y el desarrollo de procedimientos sistemáticos para obtenerlas.
- ✓ El desarrollo de una solución, incluyendo la teoría matemática si es necesario, que lleva al valor óptimo de la medida de lo que se espera del sistema (o quizá que compare los cursos de acción opcionales evaluando esta medida para cada uno).
- ✓ El modelo matemático trata de responder al problema de elegir los valores de las variables de decisión de manera que se optimice la función objetivo, sujeta a las restricciones dadas.

“Optimizar es la acción de llevar una cierta magnitud a su óptimo, o sea, a su máximo o a su mínimo, según se trate de algo que se considera beneficioso o perjudicial, en cuyos casos respectivos se utilizan también los nombres de maximizar o minimizar.” ⁽¹⁾

Se optimiza todo tipo de magnitudes para las que se estima o valora que tienen estados preferibles a otros y se quiere alcanzar el de mayor utilidad o satisfacción. Es posible construir modelos específicos de programación lineal que se ajustan a diversos tipos de problemas.

Definición de Investigación Operativa

La **Investigación Operativa** o Investigación Operacional se puede definir como: *"La aplicación del método científico a problemas relacionados con el control de las organizaciones o sistemas a fin de que se produzcan soluciones que mejor sirvan a los objetivos de toda la organización"*.

Metodología de la Investigación de Operativa

El proceso de la Investigación Operativa comprende las siguientes fases:

Formulación y definición del problema. En esta fase del proceso se necesita: una descripción de los objetivos del sistema, es decir, qué se desea optimizar; identificar las variables implicadas, ya sean controlables o no; determinar las restricciones del sistema. También hay que tener en cuenta las alternativas posibles de decisión y las restricciones para producir una solución adecuada.

Construcción del modelo. El investigador de operaciones debe decidir el modelo a utilizar para representar el sistema. Debe ser un modelo tal que relacione a las variables de decisión con los parámetros y restricciones del sistema. Los parámetros (o cantidades conocidas) se pueden obtener ya sea a partir de datos pasados o estimados por medio de algún método estadístico. Es recomendable determinar si el modelo es probabilístico o determinístico.

Solución del modelo. Una vez que se tiene el modelo, se procede a derivar una solución matemática empleando las diversas técnicas y métodos matemáticos para resolver problemas y ecuaciones. Debemos tener en cuenta que las soluciones que se obtienen en este punto del proceso son matemáticas y debemos interpretarlas en el mundo real. Además, para la solución del modelo, se deben realizar análisis de sensibilidad, es decir, ver cómo se comporta el modelo ante cambios en las

especificaciones y parámetros del sistema. Esto se hace debido a que los parámetros no necesariamente son precisos y las restricciones pueden estar equivocadas.

Validación del modelo. La validación de un modelo requiere que se determine si dicho modelo puede predecir con certeza el comportamiento del sistema. Un método común para probar la validez del modelo es someterlo a datos pasados disponibles del sistema actual y observar si reproduce las situaciones pasadas del sistema. Pero, como no hay seguridad de que el comportamiento futuro del sistema continúe replicando el comportamiento pasado, entonces siempre debemos estar atentos a cambios posibles del sistema con el tiempo, para poder ajustar adecuadamente el modelo.

Implementación de resultados. Una vez que hayamos obtenido la solución o soluciones del modelo, el siguiente y último paso del proceso es interpretar esos resultados y dar conclusiones y cursos de acción para la optimización del sistema. Si el modelo utilizado puede servir a otro problema, es necesario revisar, documentar y actualizar el modelo para sus nuevas aplicaciones.

Experimentos deterministas y experimentos aleatorios:

Se llaman **experimentos deterministas** a aquellos experimentos donde los resultados son perfectamente previsibles. Aunque pueden tener más de un resultado, estos se conocen. Ejemplo: si uno se arroja a un precipicio, seguramente va a caer. Y si repite el experimento, volverá a obtener el mismo resultado.

En cambio, en los **experimentos aleatorios (o estocásticos)**, no se puede predecir de antemano el resultado que obtendremos cada vez que se repita. Pero siempre es posible prever una ley de comportamiento de todos los resultados posibles y, en base a ella, calcular la probabilidad de obtener cada uno de los mismos.

En los experimentos aleatorios, y sólo en ellos, es posible hablar de probabilidad. Ejemplo: sabemos que al arrojar un dado tenemos 6 resultados posibles, aunque no tenemos idea qué resultado dará. Lo que sí podemos es calcular la probabilidad de ocurrencia que tiene cada resultado posible. Si se trata de un dado perfectamente balanceado, los 6 resultados tienen la misma probabilidad de ocurrir. Pero, en general, en los experimentos aleatorios, cada resultado tiene su propia probabilidad de ocurrir, lo que da lugar a una distribución de probabilidades, como habrán visto en Estadística.

Evento aleatorio: Es el resultado de un experimento aleatorio. O sea, cada resultado posible que tiene ese experimento. En el ejemplo del dado, un evento aleatorio es que salga un 3. Este experimento tiene 6 eventos aleatorios.

Cálculo de probabilidades: Es una teoría matemática que nos permite asignar un número a la ocurrencia de un evento a través de la construcción de modelos que describen el comportamiento de los experimentos aleatorios.

Repasamos algunas consecuencias prácticas de la teoría axiomática de probabilidad, vistas en el cuatrimestre anterior:

PRIMERA CONSECUENCIA: Un evento que no tiene resultado favorable dentro del conjunto de resultados posibles de un experimento aleatorio se denomina **evento imposible**. Y su probabilidad es cero. En símbolos: $P(\emptyset) = 0$

SEGUNDA CONSECUENCIA: El evento que consiste de todos los resultados que no contiene el evento E se denomina **evento complementario** de un evento E . Por definición. Y su probabilidad da $1 - P(E)$.

TERCERA CONSECUENCIA: Considerando que $P(\emptyset) = 0$ y $P(Z) = 1$, se puede decir que la probabilidad siempre varía entre 0 y 1: $0 \leq P(E) \leq 1$ cualquiera sea el evento E .

CUARTA CONSECUENCIA: A continuación se verá que ocurre cuando se debe calcular la probabilidad de eventos no mutuamente excluyentes.

Los eventos no mutuamente excluyentes son aquellos que tienen resultados en común. La probabilidad de A o B cuando tales eventos no son mutuamente excluyentes es:

$$P(A \text{ o } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

ELEMENTOS DESCRIPTIVOS DE UNA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDADES

Una distribución de probabilidades está dada por los valores de probabilidad que van adquiriendo todos los eventos de un experimento. Tirar un dado y analizar su resultado es un experimento aleatorio con 6 eventos, todos tienen la misma probabilidad de ocurrir ($1/6$), y por supuesto la suma de las probabilidades de todos los eventos da 1. Es una distribución de probabilidad UNIFORME (el gráfico es una línea horizontal en $y = 1/6$)

Pero hay muchas distribuciones de probabilidad. Una de ellas, que Uds. la estudiaron en Estadística, es la distribución Normal, que se aplica para variables aleatorias continuas. También está la distribución de Poisson (que utilizaremos al final de la materia), la distribución Beta (que también utilizaremos) y muchas más. Lo que describe o caracteriza a cada distribución es su Esperanza Matemática (Media aritmética) y su Desvío Estándar.

En Estadística, Uds. vieron cómo se calculan estos dos parámetros (para toda la población) o estimadores (si es una muestra). Lo interesante es que, para algunas distribuciones de probabilidad el cálculo de la esperanza matemática y del desvío estándar se simplifica, pudiéndose llegar a los mismos valores con fórmulas más sencillas. Este es el caso de Poisson y Beta. Ya veremos su cálculo cuando lo necesitemos.

EJERCICIO 1.1

Supongamos que recibimos en casa a unos cuantos amigos y hay que organizar la compra en el supermercado. Aunque parezca ridículo, vamos a estar aplicando los conceptos de investigación operativa, aunque sea, en forma intuitiva. Hacer una lista de características de la I.O. que aparecen al organizar tal compra.

EJERCICIO 1.2

Buscar 2 ejemplos cotidianos en los cuales buscamos la optimización, ya sea por maximización o por minimización.

AUTOEVALUACIÓN 1

- 1) La Investigación operativa utiliza métodos que son siempre probabilísticos. V o F ?
- 2) Optimizar es llevar cierta magnitud hacia su óptimo que es, según el caso, el valor máximo posible o el valor mínimo posible. V ó F ?
- 3) La metodología de la I.O. contiene 5 fases. Listarlas en el orden en que se llevan a cabo

CLASE 2

TOMA DE DECISIONES



La toma de decisiones es una acción que se realiza cuando se tiene alternativa. En realidad, aunque tengamos una sola cosa para decidir, siempre existe la alternativa de no hacerlo. Pero, cuando pasamos a sistemas u organizaciones, normalmente se presenta más de un camino para llegar a un fin y comienza la necesidad de elegir la forma de tomar decisiones.

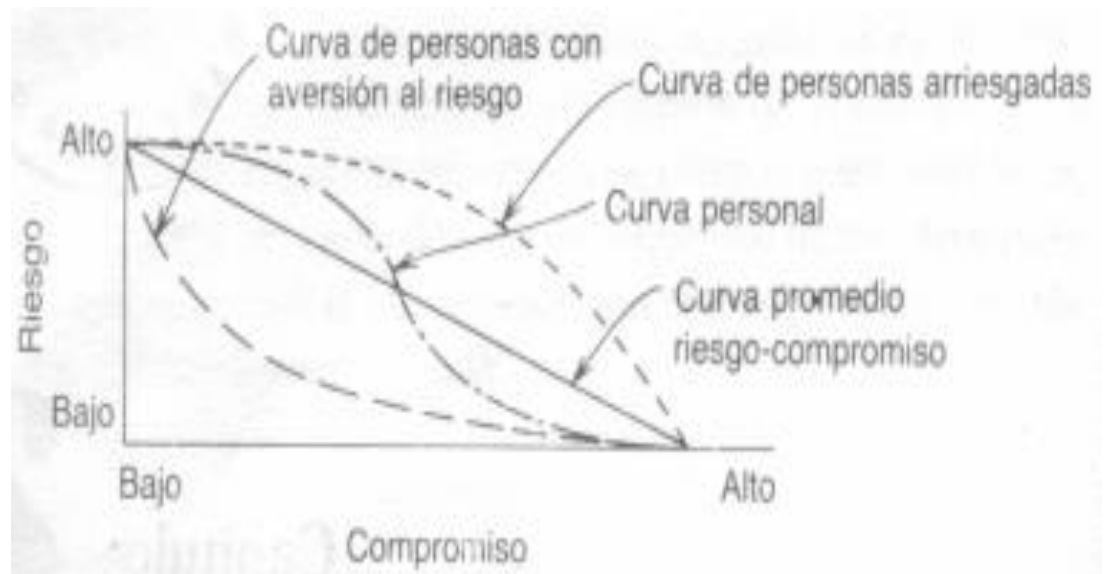
Siempre me gusta aclarar que, lejos de la aritmética, donde hay un resultado cierto y correcto, en la toma de decisiones no existe tal cosa como el “resultado correcto”. Simplemente las decisiones llevan a tener consecuencias, que son distintas según las decisiones que hayamos tomado, pero que también pueden haberse visto afectadas en el transcurso por la aparición de variables inesperadas.

Lo que uno hace al elegir un método de toma de decisiones es tratar de acotar (limitar) lo más posible el resultado final respecto del resultado deseado al principio, sabiendo que la probabilidad de obtener el deseado es casi siempre nula. Al fin y al cabo, la vida es esto y así todo lo que hacemos.

CURVA RIESGO-COMPROMISO

Un individuo tiende a asumir un riesgo inversamente proporcional a la magnitud del compromiso. (ver gráfico). La preferencia que cada uno tiene son los puntos de las curvas de la figura. Una persona con aversión al riesgo (le tiene miedo, prefiere la seguridad), va a asumir riesgos cuando el compromiso es muy bajo. Pero ni bien aumenta el nivel de compromiso, el riesgo que está dispuesto a asumir baja abruptamente y se acerca a cero, para seguir bien abajo a medida que el compromiso aumenta. Compárenlo con la curva de las personas arriesgadas. En particular, uno no tiene porqué ajustarse tal cual a esas curvas (curva personal). ⁽¹⁾





(1) <http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/manizales/4010014/Contenidos/Capitulos%20PDF/CAPITULO%202.pdf>

“Un hombre con un reloj sabe qué hora es. Un hombre con dos relojes nunca está seguro de la hora.” *Tomado de las Leyes de Murphy*

MODELOS DE TOMA DE DECISIONES

Se supondrá que se ha definido el problema, que se tienen todos los datos y que se han identificado los cursos de acción alternativos. La tarea es entonces seleccionar la mejor alternativa. La teoría de decisiones dice que esta tarea de hacer una selección caerá en una de las cuatro categorías generales dependiendo de la habilidad personal para predecir las consecuencias de cada alternativa.



Categorías	Consecuencias
Certidumbre	Deterministas
Riesgo	Probabilísticas
Incertidumbre	Desconocidas
Conflicto	Influidas por un oponente

TOMA DE DECISIONES BAJO INCERTIDUMBRE



En los procesos de decisión bajo **incertidumbre**, el decisor conoce cuáles son los posibles estados de la naturaleza, aunque no dispone de información alguna sobre cuál de ellos ocurrirá.

Uds. se preguntarán qué significa “estado de la naturaleza”. Se podría decir que es el resultado de una acción. Por ejemplo, invertir en un negocio inmobiliario puede darme básicamente 3 resultados: pérdida, empate o ganancia. No tengo indicios firmes de cuál me dará. Sólo sé que será uno de esos 3. Otro ejemplo: tengo un restaurant y sé que si vienen 300 clientes mi ganancia es x pesos, si vienen 500 es y pesos y si vienen 800 es z pesos. Pero no puedo anticipar de ninguna manera (incertidumbre) cuántos vendrán efectivamente. No puedo cuantificar la incertidumbre porque no sé qué probabilidad hay de que vengan 300 ó 500 ó lo que sea, pero sí cuál sería el resultado en cada caso. Cada uno de esos resultados sería un estado de la naturaleza.



REGLAS DE DECISIÓN - CASO DE ESTUDIO

Nuestro problema consiste en decidir la compra de un terreno, entre 2 locaciones posibles A ó B, para construir un hotel en una ciudad con 2 aeropuertos. Según dónde hagamos el emprendimiento, tendremos distintos resultados (estados de la naturaleza). No nos vamos a detener en qué unidades medimos esos resultados. Normalmente se los conoce como “pagos”, o sea el beneficio que representa cada elección – que puede dar negativo, o sea, pérdida.

A continuación se describen tres de las principales **reglas de decisión** en ambiente de incertidumbre, y que serán aplicadas al ejemplo de construcción de un hotel.

Criterio de Laplace, 2) Criterio de Wald, 3) Criterio de Hurwicz

CRITERIO DE LAPLACE

Este criterio, propuesto por Laplace en 1825, está basado en el **principio de razón insuficiente**: como a priori no existe ninguna razón para suponer que un estado se puede presentar antes que los demás, podemos considerar que **todos los estados tienen la misma probabilidad de ocurrencia**

(distribución uniforme, ver Tema 1), es decir, la ausencia de conocimiento sobre el estado de la naturaleza equivale a afirmar que todos los estados son igual de probables. Así, para un problema de decisión con **n posibles estados de la naturaleza**, asignaríamos **probabilidad $1/n$** a cada uno de ellos.

La regla de Laplace selecciona como **alternativa óptima aquella que proporciona un mayor resultado esperado**:

EJEMPLO

Partiendo del ejemplo de construcción del hotel, la siguiente tabla muestra los resultados esperados para cada una de las alternativas.



Alternativas Terreno comprado	Estados de la Naturaleza		Resultado esperado
	Aeropuerto en A	Aeropuerto en B	
A	13	-12	0.5
B	-8	11	1.5
A y B	5	-1	2
Ninguno	0	0	0

En este caso, cada estado de la naturaleza tendría probabilidad ocurrencia $1/2$. El resultado esperado máximo se obtiene para la tercera alternativa, por lo que la decisión óptima según el criterio de Laplace sería comprar ambas parcelas.

CRÍTICA ⁽³⁾

La **objeción** que se suele hacer al criterio de Laplace es la siguiente: **ante una misma realidad, pueden tenerse distintas probabilidades, según los casos que se consideren**. Por ejemplo, una partícula puede moverse o no moverse, por lo que la probabilidad de no moverse es $1/2$. En cambio, también puede considerarse de la siguiente forma: una partícula puede moverse a la derecha, moverse a la izquierda o no moverse, por lo que la probabilidad de no moverse es $1/3$. Habría que elaborar una **lista exhaustiva y mutuamente excluyente de todos los posibles estados de la naturaleza**. Por otra parte, en aquellos casos en que la elección sólo va a realizarse una vez, puede

conducir a decisiones poco acertadas si la distribución de resultados presenta una gran dispersión, como se muestra en la siguiente tabla:

	Estados de la Naturaleza		
Alternativas	e_1	e_2	Resultado esperado
a_1	15000	-5000	5000
a_2	5000	4000	4500

Rtyy



jj

Este criterio seleccionaría la alternativa a_1 , que puede ser poco conveniente si la toma de decisiones se realiza una única vez, ya que podría conducirnos a una pérdida elevada

“Hace 9 años tuve que, ya con los trámites de residencia casi listos, tuve que decidir entre radicarme en otro país lejano o quedarme aquí. Un criterio como este me mostraba que había mucha dispersión entre los beneficios y los costos, tanto en una decisión como en la otra. Equivocarme me habría costado mucho. En última instancia, terminó definiendo el gráfico de riesgo-compromiso (visto más arriba). Otra persona podría haber decidido lo contrario y tampoco habría estado mal. Las consecuencias son lo que cuenta, y eso no lo conocemos a priori.” Prof. Gustavo Lanfranchi

CRITERIO DE WALD

Este es el criterio más conservador ya que está basado en lograr lo mejor de las peores condiciones posibles. Este criterio recibe el nombre de **criterio maximin**, y corresponde a un **pensamiento pesimista**, pues razona sobre lo peor que le puede ocurrir al decisor cuando elige una alternativa.

EJEMPLO

Partiendo del ejemplo de construcción del hotel, la siguiente tabla muestra las recompensas obtenidas junto con los niveles de seguridad de las diferentes alternativas:

Alternativas Terreno comprado	Estados de la Naturaleza		s _i
	Aeropuerto en A	Aeropuerto en B	
A	13	- 12	-12
B	- 8	11	-8
A y B	5	- 1	-1
Ninguno	0	0	0

La alternativa óptima según el criterio de Wald sería no comprar ninguno de los terrenos.

CRÍTICA

En ocasiones, el criterio de Wald puede conducir a decisiones poco adecuadas. Por ejemplo, consideremos la siguiente tabla de decisión, en la que se muestran los niveles de seguridad de las diferentes alternativas.

Alternativas	Estados de la Naturaleza		s _i
	e ₁	e ₂	
a ₁	1000	99	99
a ₂	100	100	100

El criterio de Wald seleccionaría la alternativa **a₂**, aunque lo más razonable parece ser elegir la alternativa **a₁**, ya que en el caso más favorable proporciona una recompensa mucho mayor, mientras que en el caso más desfavorable la recompensa es similar.

CRITERIO DE HURWICZ

Este criterio representa un intervalo de actitudes desde la más optimista hasta la más pesimista. Hurwicz busca un balance entre el optimismo extremo y el pesimismo extremo ponderando las dos condiciones anteriores por los pesos respectivos a y $(1-a)$, donde

$$0 \leq a \leq 1.$$

El parámetro a se conoce como **índice de optimismo**: cuando $a = 1$, el criterio es demasiado optimista; cuando $a = 0$, es demasiado pesimista. Un valor de a entre cero y uno puede ser seleccionado dependiendo de si el decisor tiende hacia el pesimismo o al optimismo. En ausencia de una sensación fuerte de una circunstancia u otra, un valor de $a = 1/2$ parece ser una selección razonable. ⁽⁴⁾



EJEMPLO

Partiendo del ejemplo de construcción del hotel, la siguiente tabla muestra las recompensas obtenidas junto con la media ponderada de los niveles de optimismo y pesimismo de las diferentes alternativas para un valor $a = 0.4$:

Alternativas	Estados de la Naturaleza		míne _i	máxe _i	S(a _i)
	Aeropuerto en A	Aeropuerto en B			
Terreno comprado					
A	13	-12	-12	13	-2
B	-8	11	-8	11	-0.4
A y B	5	-1	-1	5	1.4
Ninguno	0	0	0	0	0

La alternativa óptima según el criterio de Hurwicz sería comprar las parcelas A y B, pues proporciona la mayor de las medias ponderadas para el valor de α seleccionado.

Resumiendo. Una vez definido el problema, si se trata de una toma de decisión de incertidumbre, hay que elegir el método que se va a aplicar, o aplicar varios y analizar sus resultados. Por supuesto, como acabamos de ver, los resultados pueden ser distintos según el método elegido, lo que agregaría más incertidumbre al problema. Está en la capacidad y talento del decisor circunscribir primeramente bien el problema y elegir el método más apropiado para la toma de decisiones.

CRITERIOS DE DECISION EN INCERTIDUMBRE

RESOLVER UTILIZANDO LOS CRITERIOS ANTERIORES

1. Una instalación recreativa debe decidir acerca del nivel de abastecimiento que debe almacenar para satisfacer las necesidades de sus clientes durante uno de los días de fiesta. El número exacto de clientes no se conoce, pero se espera que esté en una de cuatro categorías: 200, 250, 300 o 350 clientes. Se sugieren, por consiguiente, cuatro niveles de abastecimiento, siendo el nivel i el ideal (desde el punto de vista de costos) si el número de clientes cae en la categoría i . La desviación respecto de niveles ideales resulta en costos adicionales, ya sea porque se tenga un abastecimiento extra sin necesidad o porque la demanda no puede satisfacerse. La tabla que sigue proporciona estos costos en miles de unidades monetarias. Determine cuál es el nivel de aprovisionamiento óptimo, utilizando los criterios explicados.

Nivel de abastecimiento		e1(200)	e2(250)	e3(300)	e4(350)
	a1(200)	5	10	18	25
	a2(250)	8	7	8	23
	a3(300)	21	18	12	21
	a4(350)	30	22	19	15

AUTOEVALUACIÓN

- 1) Indicar qué consecuencia corresponde a los siguientes categorías de decisiones: a) Certidumbre
b) Incertidumbre
c) Riesgo
d) Conflicto
- 2) Una persona con baja aversión al riesgo tiende a tomar mucho riesgo aún cuando el compromiso es grande. V ó F ?
- 3) El método de Laplace le adjudica igual probabilidad de ocurrencia a todos los eventos. V ó F ?
- 4) En el método de Hurwicz, un índice de optimismo = 1 indica optimismo máximo e = -1 pesimismo máximo. V ó F
- 5) Considere la siguiente matriz de pagos (beneficios):

	e1	e2	e3	e4	e5
a1	15	10	0	-6	17
a2	3	14	8	9	2
a3		5	14	20	-3
a4	7	19	10	2	0

No se conocen probabilidades para la ocurrencia de los estados de la naturaleza. Compare las soluciones obtenidas con cada uno de los criterios aprendidos.

TOMA DE DECISIONES BAJO RIESGO

Esta categoría incluye aquellas decisiones para las que las consecuencias de una acción dada dependen de algún evento probabilístico.

EJEMPLO

Suponga que tiene un pequeño local de ventas de pinos para Navidad. La primera tarea es decidir cuántos pinos ordenar para la siguiente temporada. Supóngase que se debe pagar \$35 por cada árbol, se pueden ordenar solo lotes de 100 y se planea venderlos a \$80 cada uno. Por supuesto, si no se venden, no tienen valor de recuperación. Se estudian los registros de ventas pasadas y se analiza el crecimiento potencial de las ventas con otros vendedores, llegando a las siguientes estimaciones para la siguiente temporada:

Venta de pinos	Probabilidad
100	0.3
200	0.5
300	0.2

Con estos datos se puede calcular la ganancia para cada combinación de cantidad ordenada y ventas eventuales. Por ejemplo, si se ordenan 300 pinos y se venden sólo 200, la utilidad neta será de \$45 por cada árbol vendido menos una pérdida de \$35 por los árboles no vendidos, es decir: $200(\$80-\$35)-100(\$35) = \$9000 - \$3500 = \5500

Si se hace esto para cada una de las combinaciones y se obtienen los resultados mostrados en la tabla de decisiones siguiente o también llamada matriz de pagos:

Eventos (demanda de árboles)				
Alternativas de decisión		100	200	300
		(0.3)	(0.5)	(0.2)
	100	\$4500	\$4500	\$4500
	200	\$1000	\$9000	\$9000
	300	\$-2500	\$5500	\$13500

El resultado más importante de la teoría de decisiones bajo riesgo es que debe seleccionarse la alternativa que tenga el mayor VALOR ESPERADO (media aritmética de las probabilidades) Existen muchas decisiones administrativas que pueden catalogarse como toma de decisiones bajo riesgo. Algunas de ellas son:

¿Deberá introducirse un nuevo producto en particular?

¿Deberá ofrecerse más para obtener un contrato?

¿Deberá construirse una nueva planta o ampliarse la que se tiene?

¿Cuántos pasteles deberá producir una pastelería para la venta diaria?

¿Deberá una compañía petrolera realizar pruebas sísmicas costosas antes de hacer una nueva perforación?

¿Deberá iniciarse un nuevo programa costoso de propaganda?

Para el ejemplo anterior cada combinación con su probabilidad de ocurrencia nos da

Eventos (demanda de árboles)				
Alternativas de decisión		$100 \times (0.3)$	$200 \times (0.5)$	$300 \times (0.2)$
	100	\$ 1350	\$ 2250	\$ 900
	200	\$ 300	\$ 4500	\$ 1800
	300	\$ -750	\$ 2750	\$ 2700

Si bien, intuitivamente, el resultado también podría haber sido éste, obsérvese que una variación en las probabilidades de cada opción podría modificar la elección. Invitamos al lector a probar con otros valores de probabilidad para la venta de 100, 200 y 300 pinos (recordar que siempre debe sumar 1)

TOMA DE DECISIONES BAJO CERTIDUMBRE

Si se pueden predecir con certeza las consecuencias de cada alternativa de acción, entonces se tiene una tarea de toma de decisiones bajo certidumbre.

EJERCICIO 1

Determinar la mejor decisión bajo riesgo, para la tabla de pagos siguiente:

		Eventos (cantidad de clientes)		
Alternativas de decisión		1000	2000	3000
		(0.25)	(0.45)	(0.3)
	1000	\$55000	\$55000	\$55000
	2000	\$-10000	\$110000	\$110000
	3000	\$-75000	\$45000	\$165.000

AUTOEVALUACIÓN 3

1) Las decisiones bajo riesgo se aproximarían al método de Laplace, si la probabilidad de todos los n eventos (n estados de la naturaleza) fueran

- a) $\frac{1}{2}$
- b) 1
- c) 0,5
- d) $\frac{1}{n}$



INVESTIGACIÓN OPERATIVA Y FINANCIERA PROF: Villar, Claudia

- 2) El resultado más importante de la teoría de decisiones bajo riesgo es que debe seleccionarse la alternativa que tenga el mayor Valor Esperado.
- a) Verdadero
 - b) Falso
- 3) Las decisiones *bajo certidumbre* son aquellas en las cuales:
- a) Podemos predecir lo que va a pasar
 - b) Podemos predecir el resultado de cada estado distinto de la naturaleza
 - c) Necesitamos una distribución de probabilidad
 - d) Ninguna de las anteriores.

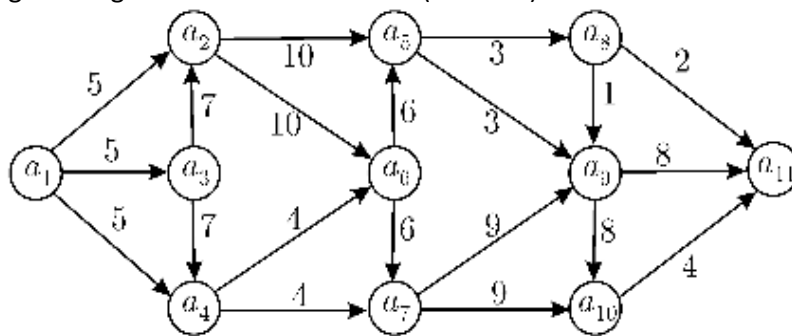
Teoría de grafos

Muchas organizaciones sistémicas de la realidad se representan a través de un lenguaje desarrollado por la matemática. Por ejemplo, el sistema interconectado nacional de provisión y distribución de energía eléctrica no es un mero conjunto de cables que se ven por la ruta, transmitiendo energía en una sola dirección y sentido. Todas ellas están interconectadas para que, en caso de fuera de servicio de alguna de ellas, siga circulando el suministro de energía por el sistema.

Cuando hay que representar un sistema como éste, no hace falta respetar las distancias del mapa, simplemente se hace un esquema donde encontramos dos elementos fundamentales: los nodos y las aristas, que serían las fuentes de energía y el tendido de cables de alta tensión respectivamente. Este tipo de representación ha dado lugar a toda una teoría matemática, la teoría de grafos. La complejidad teórica de los grafos escapa a este curso pero bien podemos ir a la parte práctica en investigación operativa, que es su uso en dos de las técnicas más conocidas en la toma de decisiones: *PERT* (Program Evaluation and Review Technique) y *CPM* (Critical Path Method).

El primero fue desarrollado por la armada de los Estados Unidos por la necesidad de terminar cada etapa de un proyecto dentro de los intervalos de tiempo disponibles. Se ha utilizado en acciones militares, pero también en todo el programa espacial. El segundo (CPM) data de 1957 y fue desarrollado por la empresa Dupont y Remington Rand, en la búsqueda del control y optimización de los costos de operación.

Un grafo es algo como lo que se ve en la figura siguiente. Hay que nombrar a los nodos y asignarle alguna variable a las aristas (caminos).



Para poder construir un esquema como el visto en la figura ⁽¹⁾, tanto en PERT como en CPM, primero es necesario comprender cómo realizar una matriz de precedencia y de tiempos. Ésta nos permitirá establecer cómo diseñar el grafo correspondiente a nuestro proyecto.

Matriz de Precedencia y de Tiempos. Caso de Estudio

Vamos directo a un ejemplo, para ir practicando.

Tenemos que preparar una cena para una cantidad de personas (no importa cuántas).

Tenemos 1 persona para quedarse en casa con los ingredientes del plato principal listos y esperando para preparar la ensalada y recibir otros invitados, y 3 más que van a comprar, de los cuales 1 (Marcela) tiene que pasar por el cajero automático para obtener efectivo y otra (Claudio) tiene que volver a su casa a buscar cubiertos extra, y lo hace después de comprar para no entrar con eso al negocio. La restante (Liliana) va a la panadería. Las tareas a realizar y sus tiempos estimados son los siguientes (incluimos los tiempos de traslado dentro de cada actividad):

Actividad	I.D.	T Mín	T Max	TM	TE	Desv Std	Preced.
Organizar (todos)	A	2	4	3	3	2/6	
ATM (Marcela)	B	1	15	5	6	14/6	
Pasar x casa (Claudio)	C	3	15	12	11	9/6	
Verdulería (Marcela)	D	4	14	7,5	8	10/6	
Supermercado (Claudio)	E	6	14	10	10	8/6	
Panadería (Liliana)	F	5	13	7,5	8	8/6	
Preparar la ensalada	G	4	12	5	6	8/6	
Preparar plato principal	H	12	18	13,5	14	1	
Servir la mesa	I	2	4	3	3	2/6	
Tender la mesa	J	2	4	3	3	2/6	

Descripción de los términos de la tabla

Actividad:	Descripción breve de cada actividad que forma parte del proyecto
I.D.:	Nombre abreviado de cada actividad para usar en los grafos
T Mín:	Tiempo optimista de cada actividad
T Máx:	Tiempo pesimista de cada actividad
T M	Tiempo medio de cada actividad
TE	Tiempo esperado. Sale del cálculo de distribución Beta (Ver Tema 1)
Desvío Std	Desvío Estándar del tiempo para una distribución Beta (ver Tema 1)

Por supuesto, en la vida real no vamos a hacer una tabla así para organizar una cena. Pero el ejemplo es válido para cualquier otro caso.

Vamos a construir los grafos siguiendo una serie de criterios que hay que respetar:

- 1) Los nodos No representan una actividad. Son solo hitos (instantes) en los cuales termina la actividad precedente y comienza la subsiguiente. Por lo tanto no tienen "duración". Pero sí acumulan hasta ese instante todos los tiempos anteriores.
- 2) Las aristas o caminos son las líneas que van de un nodo a otro (de un instante a otro), ocupan tiempo, que es el tiempo de la actividad que representan. No es necesario que la longitud de la línea sea proporcional a nada. Es sólo conceptual. Se le adjunta el nombre de la actividad y la duración (según estemos haciendo PERT o CPM)
- 4) De un nodo a otro sólo puede ir una sola arista. Si las precedencias indicaran que dos actividades parten del mismo nodo y van hacia otro mismo nodo, las dibujamos hacia nodos distintos y luego la volvemos a unificar, pero intercalando en uno de los casos un nodo y una actividad "ficticia" de duración cero. Esto es un artilugio para que el método funcione bien.

4) Por costumbre, se desarrolla de izquierda a derecha, y lo más prolijo es no cruzar las actividades.

EJERCICIO 6.1

Completar la tabla de precedencias y realizar el grafo correspondiente al caso siguiente que consiste en la construcción de una serie de chalets

B	Acometida de la luz en urbanización	
C	Construcción de los bloques de viviendas	
D	Acometida de la luz en viviendas	
E	Pavimentado de las calles	
F	Pavimentado de las aceras	
G	Construcción de la piscina	
H	Trabajos auxiliares de urbanización	
I	Trabajos de urbanización internos	
J	Acometida del gas en las viviendas	
K	Acometida de electricidad en las viviendas	
L	Carpintería, pintura y otros detalles en las viviendas	
M	Control y Verificación	

El orden en que deben efectuarse las distintas tareas es:

- La actividad A es previa a todas.
- Las actividades B y C son simultáneas.
- Las tareas D, E y F son correlativas a partir de B.
- Las actividades G y H también son correlativas pero a partir de A.
- La actividad I sólo puede iniciarse cuando se han terminado las actividades A, B, D, E, F, G y H.
- Las actividades J, K y L son correlativas a partir de C.
- La actividad M se puede iniciar cuando todas las tareas se han terminado.