

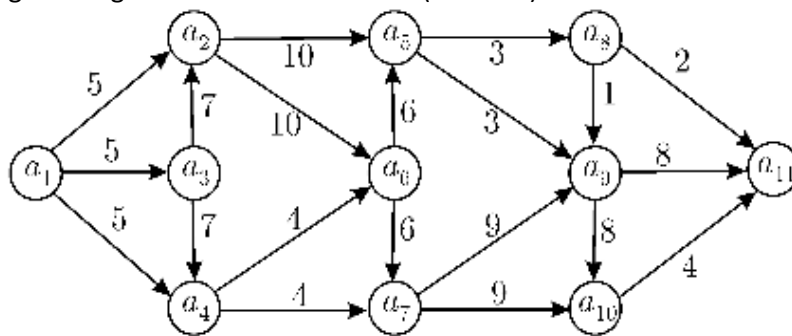
Teoría de grafos

Muchas organizaciones sistémicas de la realidad se representan a través de un lenguaje desarrollado por la matemática. Por ejemplo, el sistema interconectado nacional de provisión y distribución de energía eléctrica no es un mero conjunto de cables que se ven por la ruta, transmitiendo energía en una sola dirección y sentido. Todas ellas están interconectadas para que, en caso de fuera de servicio de alguna de ellas, siga circulando el suministro de energía por el sistema.

Cuando hay que representar un sistema como éste, no hace falta respetar las distancias del mapa, simplemente se hace un esquema donde encontramos dos elementos fundamentales: los nodos y las aristas, que serían las fuentes de energía y el tendido de cables de alta tensión respectivamente. Este tipo de representación ha dado lugar a toda una teoría matemática, la teoría de grafos. La complejidad teórica de los grafos escapa a este curso pero bien podemos ir a la parte práctica en investigación operativa, que es su uso en dos de las técnicas más conocidas en la toma de decisiones: *PERT* (Program Evaluation and Review Technique) y *CPM* (Critical Path Method).

El primero fue desarrollado por la armada de los Estados Unidos por la necesidad de terminar cada etapa de un proyecto dentro de los intervalos de tiempo disponibles. Se ha utilizado en acciones militares, pero también en todo el programa espacial. El segundo (CPM) data de 1957 y fue desarrollado por la empresa Dupont y Remington Rand, en la búsqueda del control y optimización de los costos de operación.

Un grafo es algo como lo que se ve en la figura siguiente. Hay que nombrar a los nodos y asignarle alguna variable a las aristas (caminos).



Para poder construir un esquema como el visto en la figura ⁽¹⁾, tanto en PERT como en CPM, primero es necesario comprender cómo realizar una matriz de precedencia y de tiempos. Ésta nos permitirá establecer cómo diseñar el grafo correspondiente a nuestro proyecto.

Matriz de Precedencia y de Tiempos. Caso de Estudio

Vamos directo a un ejemplo, para ir practicando.

Tenemos que preparar una cena para una cantidad de personas (no importa cuántas).

Tenemos 1 persona para quedarse en casa con los ingredientes del plato principal listos y esperando para preparar la ensalada y recibir otros invitados, y 3 más que van a comprar, de los cuales 1 (Marcela) tiene que pasar por el cajero automático para obtener efectivo y otra (Claudio) tiene que volver a su casa a buscar cubiertos extra, y lo hace después de comprar para no entrar con eso al negocio. La restante (Liliana) va a la panadería. Las tareas a realizar y sus tiempos estimados son los siguientes (incluimos los tiempos de traslado dentro de cada actividad):

Actividad	I.D.	T Mín	T Max	TM	TE	Desv Std	Preced.
Organizar (todos)	A	2	4	3	3	2/6	
ATM (Marcela)	B	1	15	5	6	14/6	
Pasar x casa (Claudio)	C	3	15	12	11	9/6	
Verdulería (Marcela)	D	4	14	7,5	8	10/6	
Supermercado (Claudio)	E	6	14	10	10	8/6	
Panadería (Liliana)	F	5	13	7,5	8	8/6	
Preparar la ensalada	G	4	12	5	6	8/6	
Preparar plato principal	H	12	18	13,5	14	1	
Servir la mesa	I	2	4	3	3	2/6	
Tender la mesa	J	2	4	3	3	2/6	

Descripción de los términos de la tabla

Actividad:	Descripción breve de cada actividad que forma parte del proyecto
I.D.:	Nombre abreviado de cada actividad para usar en los grafos
T Mín:	Tiempo optimista de cada actividad
T Máx:	Tiempo pesimista de cada actividad
T M	Tiempo medio de cada actividad
TE	Tiempo esperado. Sale del cálculo de distribución Beta (Ver Tema 1)
Desvío Std	Desvío Estándar del tiempo para una distribución Beta (ver Tema 1)

Por supuesto, en la vida real no vamos a hacer una tabla así para organizar una cena. Pero el ejemplo es válido para cualquier otro caso.

Vamos a construir los grafos siguiendo una serie de criterios que hay que respetar:

- 1) Los nodos No representan una actividad. Son solo hitos (instantes) en los cuales termina la actividad precedente y comienza la subsiguiente. Por lo tanto no tienen "duración". Pero sí acumulan hasta ese instante todos los tiempos anteriores.
- 2) Las aristas o caminos son las líneas que van de un nodo a otro (de un instante a otro), ocupan tiempo, que es el tiempo de la actividad que representan. No es necesario que la longitud de la línea sea proporcional a nada. Es sólo conceptual. Se le adjunta el nombre de la actividad y la duración (según estemos haciendo PERT o CPM)
- 4) De un nodo a otro sólo puede ir una sola arista. Si las precedencias indicaran que dos actividades parten del mismo nodo y van hacia otro mismo nodo, las dibujamos hacia nodos distintos y luego la volvemos a unificar, pero intercalando en uno de los casos un nodo y una actividad "ficticia" de duración cero. Esto es un artilugio para que el método funcione bien.

4) Por costumbre, se desarrolla de izquierda a derecha, y lo más prolijo es no cruzar las actividades.

EJERCICIO 6.1

Completar la tabla de precedencias y realizar el grafo correspondiente al caso siguiente que consiste en la construcción de una serie de chalets

B	Acometida de la luz en urbanización	
C	Construcción de los bloques de viviendas	
D	Acometida de la luz en viviendas	
E	Pavimentado de las calles	
F	Pavimentado de las aceras	
G	Construcción de la piscina	
H	Trabajos auxiliares de urbanización	
I	Trabajos de urbanización internos	
J	Acometida del gas en las viviendas	
K	Acometida de electricidad en las viviendas	
L	Carpintería, pintura y otros detalles en las viviendas	
M	Control y Verificación	

El orden en que deben efectuarse las distintas tareas es:

- La actividad A es previa a todas.
- Las actividades B y C son simultáneas.
- Las tareas D, E y F son correlativas a partir de B.
- Las actividades G y H también son correlativas pero a partir de A.
- La actividad I sólo puede iniciarse cuando se han terminado las actividades A, B, D, E, F, G y H.
- Las actividades J, K y L son correlativas a partir de C.
- La actividad M se puede iniciar cuando todas las tareas se han terminado.