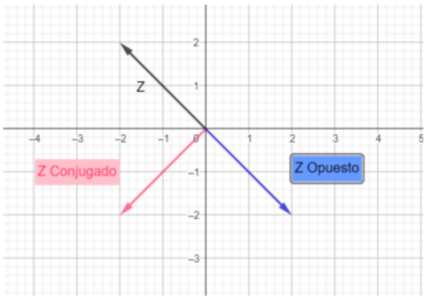

EJERCITACIÓN DE REPASO

1) Averiguar el valor del número complejo Z en cada caso. Representar a Z, su conjugado y su opuesto en cada caso.

a) $\boldsymbol{Z}.(4-i)=12i-16-9i^{35}$ **b)** $i^{37}=\boldsymbol{Z}-\dfrac{4-i}{2+3i}$

c) $4\boldsymbol{Z}+(4-2i)^2=4-3i-5i^{45}$

Respuestas: a) $-5+4i$ b) $\frac{5}{13}-\frac{1}{13}i$ c) $-2+2i$



Respuesta: c)

La representación de los complejos pedidos en el ítem a) figuran en el siguiente link https://www.geogebra.org/m/pfghbsk Para el ítem b) se procede de manera similar.
El ítem c) se explica en el siguiente video https://youtu.be/hmKZUnBlBTs

a) $\boldsymbol{Z}.(4-i)=12i-16-9i^{35}$

$$\begin{array}{r|l} 35 & 4 \\ \hline 3 & 8 \end{array}$$

$\boldsymbol{Z}.(4-i)=12i-16-9i^{3}$

$\boldsymbol{Z}.(4-i)=12i-16-9(-i)$

$\boldsymbol{Z}.(4-i)=12i-16+9i$

$\boldsymbol{Z}.(4-i)=-16+21i$

$$\boldsymbol{Z}=\frac{-16+21i}{4-i}\cdot\frac{4+i}{4+i}$$

$$\boldsymbol{Z}=\frac{-64-16i+84i+21i^2}{4^2-i^2}$$

$$\boldsymbol{Z}=\frac{-64+68\,i+21(-1)}{16-(-1)}$$

$$\boldsymbol{Z}=\frac{-64+68i-21}{16+1}$$

$$\boldsymbol{Z}=\frac{-85+68i}{17}$$

$$\boxed{\boldsymbol{Z=-5+4i}}$$

b) $i^{37}=\boldsymbol{Z}-\dfrac{4-i}{2+3i}$

$$\begin{array}{r|l} 37 & 4 \\ \hline 1 & 9 \end{array}$$

$$i+\frac{4-i}{2+3i}\cdot\frac{2-3i}{2-3i}=\boldsymbol{Z}$$

$$i+\frac{8-2i-12i+3i^2}{2^2-(3i)^2}=\boldsymbol{Z}$$

$$i+\frac{8-14i+3.(-1)}{4-9.(-1)}=\boldsymbol{Z}$$

$$i+\frac{8-14i-3}{4+9}=\boldsymbol{Z}$$

$$i+\frac{5-14i}{13}=\boldsymbol{Z}$$

$$i+\frac{5}{13}-\frac{14}{13}i=\boldsymbol{Z}$$

$$\boxed{\boldsymbol{Z=\frac{5}{13}-\frac{1}{13}i}}$$

c) $4\boldsymbol{Z} + (4-2i)^2 = 4 - 3i - 5i^{45}$

$$\begin{array}{r|l} 45 & 4 \\ \hline 1 & 11 \end{array}$$

$4\boldsymbol{Z} + 4^2 + 2.4.(-2i) + (-2i)^2 = 4 - 3i - 5i$

$4\boldsymbol{Z} + 4^2 + 2.4.(-2i) + (-2i)^2 = 4 - 8i$

$4\boldsymbol{Z} + 16 - 16i + 4i^2 = 4 - 8i$

$4\boldsymbol{Z} + 16 - 16i + 4(-1) = 4 - 8i$

$4\boldsymbol{Z} + 16 - 16i - 4 = 4 - 8i$

$4\boldsymbol{Z} = 4 - 8i - 16 + 16i + 4$

$4\boldsymbol{Z} = -8 + 8i$

$\boxed{\boldsymbol{Z = -2 + 2i}}$

2) Resolver las siguientes operaciones con polinomios e indicar de qué grado es el polinomio obtenido como resultado final.

a) $(3x^3 - 6 + x^6 - x) : (x^3 - 3) =$ **b)** $T(x) = (2x-4)^3 - 3x.(x-4) =$

a)

$$\begin{array}{r|l}
x^6 + 0x^5 + 0x^4 + 3x^3 + 0x^2 - x - 6 & x^3 + 0x^2 + 0x - 3 \\ \cline{2-2}
-x^6 + 0x^5 + 0x^4 + 3x^3 & x^3 + 6 \\ \cline{1-1}
6x^3 + 0x^2 - x - 6 & \\
-6x^3 + 0x^2 + 0x + 18 &
\end{array}$$

$\boxed{\begin{array}{c} \boldsymbol{C(x) = x^3 + 6 \;\; Grado\ 3} \\ \boldsymbol{R(x) = -x + 12} \end{array}}$

b) $T(x) = (2x-4)^3 - 3x.(x-4)$

$T(x) = (2x)^3 + 3.(2x)^2.(-4) + 3.2x.(-4)^2 + (-4)^3 - 3x^2 + 12x$

$T(x) = 8x^3 - 48x^2 + 96x - 64 - 3x^2 + 12x$

$\boxed{\boldsymbol{T(x) = 8x^3 - 51x^2 + 108x - 64 \;\; Grado\ 3}}$

3) Simplificar, indicando previamente para qué valores numéricos está definida cada fracción:

$$h(x) = \frac{-4x^2 - 20x - 24}{x^3 - 3x + 2x^2 - 6}$$

$$h(x) = \frac{-4\cancel{(x+2)}(x+3)}{\cancel{(x+2)}(x^2-3)}$$

$$h(x) = \frac{-4(x+3)}{(x^2-3)}$$

$$\boxed{\boldsymbol{h(x) = \frac{-4x - 12}{x^2 - 3}}}$$

$\boldsymbol{-4x^2 - 20x - 24} = -4(x^2 + 5x + 6)$

$\boldsymbol{-4x^2 - 20x - 24} = \boldsymbol{-4(x+2)(x+3)}$

$$\begin{array}{c|ccc}
 & 1 & 5 & 6 \\
-3 & & -3 & -6 \\ \hline
 & 1 & 2 & \boxed{0}
\end{array}$$

$\boldsymbol{x^3 - 3x + 2x^2 - 6} = x(x^2-3) + 2(x^2-3)$

$\boldsymbol{x^3 - 3x + 2x^2 - 6} = (x+2)(x^2-3)$

$(x+2)(x^2-3) \neq 0 \quad x + 2 \neq 0 \Rightarrow \boldsymbol{x \neq -2} \quad \wedge \quad x^2 - 3 \neq 0 \Rightarrow x^2 \neq 3 \Rightarrow \boldsymbol{|x| \neq \sqrt{3}}$

$\boldsymbol{Dh(x): R - \{-2; \sqrt{3}; -\sqrt{3}\}}$

$$j(x)=\frac{5x^2-45}{x^3+2x^2-11x-12}$$

$$j(x)=\frac{5\cancel{(x-3)}(x+3)}{(x+4)(x+1)\cancel{(x-3)}}$$

$$\boldsymbol{j(x)=\frac{5(x+3)}{(x+4)(x+1)}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{j(x)=\frac{5x+15}{x^2+5x+4}}}$$

$$\boldsymbol{5x^2-45}=5\ (\underbrace{x^2}_{\sqrt{x^2}=x}-\underbrace{9}_{\sqrt{9}=3})=\boldsymbol{5(x-3)(x+3)}$$

$$\boldsymbol{x^3+2x^2-11x-12}=\boldsymbol{(x+4)(x+1)(x-3)}$$

	1	2	-11	-12
3		3	15	12
	1	5	4	0
-1		-1	-4	
	1	4	0	

$(x+4)(x+1)(x-3)\neq 0$ $\quad x+4\neq 0\ \Rightarrow \boldsymbol{x\neq -4}\ \wedge\ x+1\neq 0\ \Rightarrow \boldsymbol{x\neq -1}\ \wedge\ x-3\neq 0\ \Rightarrow \boldsymbol{x\neq 3}$

$\boldsymbol{Dj(x): R-\{-4;-1;3\}}$

4) Resolver las siguientes operaciones con fracciones algebraicas indicando cuáles son los valores para los que está definida.

a) $$\frac{-x-1}{x^2+2x-15}-\frac{x+4}{2x+10}=\frac{-x-1}{(x-3)(x+5)}-\frac{x+4}{2(x+5)}=\frac{\boldsymbol{2}(-x-1)}{\boldsymbol{2}(x-3)(x+5)}-\frac{(x+4)\boldsymbol{(x-3)}}{2(x+5)\boldsymbol{(x-3)}}$$

$$=\frac{-2x-2-(x^2-3x+4x-12)}{2(x-3)(x+5)}=\frac{-2x-2-x^2-x+12}{2(x-3)(x+5)}=\frac{-x^2-3x+10}{2(x-3)(x+5)}$$

$$=\frac{-1(x-2)\cancel{(x+5)}}{2(x-3)\cancel{(x+5)}}=\frac{\boldsymbol{-1(x-2)}}{\boldsymbol{2(x-3)}}=\boxed{\frac{\boldsymbol{-x+2}}{\boldsymbol{2x-6}}}$$

$2(x-3)(x+5)\neq 0$ entonces $x-3\neq 0\ \Rightarrow \boldsymbol{x\neq 3}\ \wedge\ x+5\neq 0\ \Rightarrow \boldsymbol{x\neq -5}$

$\boldsymbol{D: R-\{-5;3\}}$

b) $$\frac{\frac{x^2-36}{2x+12}}{\frac{x^2-12x+36}{8x}}=\frac{\cancel{(x-6)}\cancel{(x+6)}}{2\cancel{(x+6)}}\cdot\frac{8x}{(x-6)^{\cancel{2}}}=\frac{8x}{2(x-6)}=\boxed{\frac{\boldsymbol{4x}}{\boldsymbol{x-6}}}$$

$2(x+6)\neq 0\quad x+6\neq 0\ \Rightarrow \boldsymbol{x\neq -6}\ \wedge\ (x-6)^2\neq 0\ \Rightarrow \boldsymbol{x\neq 6}\ \wedge\ 8x\neq 0\ \Rightarrow \boldsymbol{x\neq 0}$

$\boldsymbol{D: R-\{-6;0;6\}}$

c) $$\frac{x^2-169}{2x+26}\cdot\frac{18.x}{x^2-12x-13}=\frac{\cancel{(x-13)}\cancel{(x+13)}}{2\cancel{(x+13)}}\cdot\frac{18x}{\cancel{(x-13)}(x+1)}=\frac{18x}{2(x+1)}=\boxed{\frac{\boldsymbol{9x}}{\boldsymbol{x+1}}}$$

$2(x+13)\neq 0\quad x+13\neq 0\ \Rightarrow \boldsymbol{x\neq -13}$

$(x-13)(x+1)\neq 0\ \Rightarrow\quad x-13\neq 0 \Rightarrow \boldsymbol{x\neq 13}\ \wedge\ x+1\neq 0\ \Rightarrow \boldsymbol{x\neq -1}$

$\boldsymbol{D: R-\{-13;-1;13\}}$

5) Resolver las siguientes inecuaciones, representar el conjunto solución en la recta y expresarlo como intervalos o unión de intervalos.

a) $-2.|x+6| < -4$ **b)** $-3x^2 - 5 \geq -8$ **c)** $(x-2).(x+\frac{9}{2}).x \leq 0$

d) $-3x^2 - 15x + 18 \geq 0$ **e)** $-2x.(x+5).\left(x-\frac{3}{4}\right) > 0$

a) $-2.|x+6| < -4$

$$|x+6| > -4 : (-2)$$

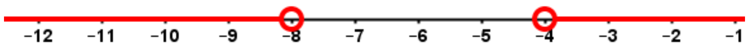
$$|x+6| > 2$$

$$x+6 < -2 \quad \vee \quad x+6 > 2$$

$$x < -2-6 \quad \vee \quad x > 2-6$$

$$x < -8 \quad \vee \quad x > -4$$

$$\boldsymbol{S = (-\infty; -8) \cup (-4; +\infty)}$$



b) $-3x^2 - 5 \geq -8$

$$-3x^2 \geq -8+5$$

$$x^2 \leq -3 : (-3)$$

$$\sqrt{x^2} \leq \sqrt{1}$$

$$|x| \leq 1$$

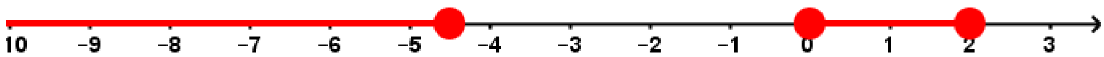
$$-1 \leq x \leq 1$$

$$\boldsymbol{S = [-1; 1]}$$

c) $(x-2).\left(x+\frac{9}{2}\right).x \leq 0$

	$\left(-\infty; -\frac{9}{2}\right)$	$-\frac{9}{2}$	$\left(-\frac{9}{2}; 0\right)$	0	$(0; 2)$	2	$(2; +\infty)$
$x-2$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x+\frac{9}{2}$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
x	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$(x-2).\left(x+\frac{9}{2}\right).x$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

$$\boldsymbol{S = \left(-\infty; -\frac{9}{2}\right] \cup [0; 2]}$$



d) $-3x^2 - 15x + 18 \geq 0 \Rightarrow -3(x^2+5x-6) \geq 0 \Rightarrow x^2+5x-6 \leq 0 \Rightarrow (x+6)(x-1) \leq 0$

	$(-\infty; -6)$	-6	$(-6; 1)$	1	$(1; +\infty)$
$x+6$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x-1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$(x+6)(x-1)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$$\boldsymbol{S = [-6; 1]}$$

e) $-2x.(x+5).\left(x-\frac{3}{4}\right)>0 \quad \Rightarrow \quad x.(x+5).\left(x-\frac{3}{4}\right)<0:(-2) \quad \Rightarrow \quad x.(x+5).\left(x-\frac{3}{4}\right)<0$

	$(-\infty;-5)$	-5	$(-5;0)$	0	$\left(0;\frac{3}{4}\right)$	$\frac{3}{4}$	$\left(\frac{3}{4};+\infty\right)$
x	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x+5$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$x-\frac{3}{4}$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x(x+5).\left(x-\frac{3}{4}\right)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

$$S=(-\infty;-5)\cup\left(0;\frac{3}{4}\right)$$

6) a) El rango de temperaturas en Ushuaia, en grados Celcius (ºC), un determinado día verifica $|-3t-6|+4\leq 19$. Indicar cuál es el rango de temperaturas, expresarlo como intervalo y graficarlo en la recta numérica.
Si a dicho intervalo lo llamamos T responder V ó F: $-7{,}1°C\in T$. Justificar Este ejercicio está explicado en el siguiente video https://youtu.be/9p2RILeSYBQ

$$|-3t-6|+4\leq 19$$
$$|-3t-6|\leq 19-4$$
$$|-3t-6|\leq 15$$
$$-15\leq -3t-6\leq 15$$
$$-15+6\leq -3t\leq 15+6$$
$$(-9):(-3)\geq -3t\geq 21:(-3)$$
$$-7\leq t\leq 3$$

$$\boxed{\begin{array}{c} T=[-7;3] \\ \text{Falso } -7{,}1<-7 \end{array}}$$

6) b) En una perforación de un pozo de petróleo se establece que el trépano esté actuando a no más de 35 metros de distancia del valor deseable de 540 metros de profundidad bajo boca de pozo (altura = 0 m). Escribir la inecuación con valor absoluto que expresa el intervalo de variación de la altura a la que actúa. ¿Entre qué alturas verticales medidas respecto de la altura 0 puede moverse?

$$|x-(-540)|\leq 35$$
$$|x+540)|\leq 35$$
$$-35\leq x+540\leq 35$$
$$-35-540\leq x\leq 35-540$$
$$-575\leq x\leq -505$$

Es decir, el trépano se mueve entre los **−575 m** y **−505 m**

7) Determinar la ecuación de la función cuadrática cuyo vértice es $V = (-1; 12)$ y corta al eje "y" en $(0; 11)$. Calcular sus raíces y graficarla.

a) ***Datos***: $\boldsymbol{V = (-1; 12)}$ $\quad \boldsymbol{(0; 11)}$

Como tenemos el vértice, podemos utilizar la ecuación canónica, nos faltaría el coeficiente cuadrático que se puede averiguar con el punto que nos dieron como dato.

$$y = \boldsymbol{a}(x - x_v)^2 + y_v \;\Rightarrow\; y = \boldsymbol{a}[x - (-1)]^2 + 12 \;\Rightarrow\; y = \boldsymbol{a}(x + 1)^2 + 12$$

Averiguamos a, para ello si $\boldsymbol{(0; 11)}$ es la ordenada al origen, podemos reemplazar $\boldsymbol{x}$ por **0** e $\boldsymbol{y}$ por **11**.

$$11 = a(0 + 1)^2 + 12 \;\Rightarrow 11 = a.1 + 12 \;\Rightarrow\; 11 - 12 = a \;\Rightarrow\; \boldsymbol{a = -1}$$

$$\boldsymbol{y = -1(x + 1)^2 + 12} \quad \textbf{Canónica}$$

$$y = -1(x^2 + 2x + 1) + 12 \Rightarrow y = -x^2 - 2x - 1 + 12 \;\Rightarrow\; \boldsymbol{y = -x^2 - 2x + 11} \quad \textbf{Polinómica}$$

Raíces:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(-1).11}}{2(-1)} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 44}}{-2} = \frac{2 \pm \sqrt{48}}{-2} = \frac{2 \pm 4\sqrt{3}}{-2}$$

$$x_1 = \frac{2 + 4\sqrt{3}}{-2} = \boldsymbol{-1 - 2\sqrt{3}}$$

$$x_2 = \frac{2 - 4\sqrt{3}}{-2} = \boldsymbol{-1 + 2\sqrt{3}}$$

Otra forma:

$$y = -1(x + 1)^2 + 12$$

$$0 = -1(x + 1)^2 + 12$$

$$-12 = -1(x + 1)^2$$

$$12 = (x + 1)^2$$

$$\sqrt{12} = \sqrt{(x + 1)^2}$$

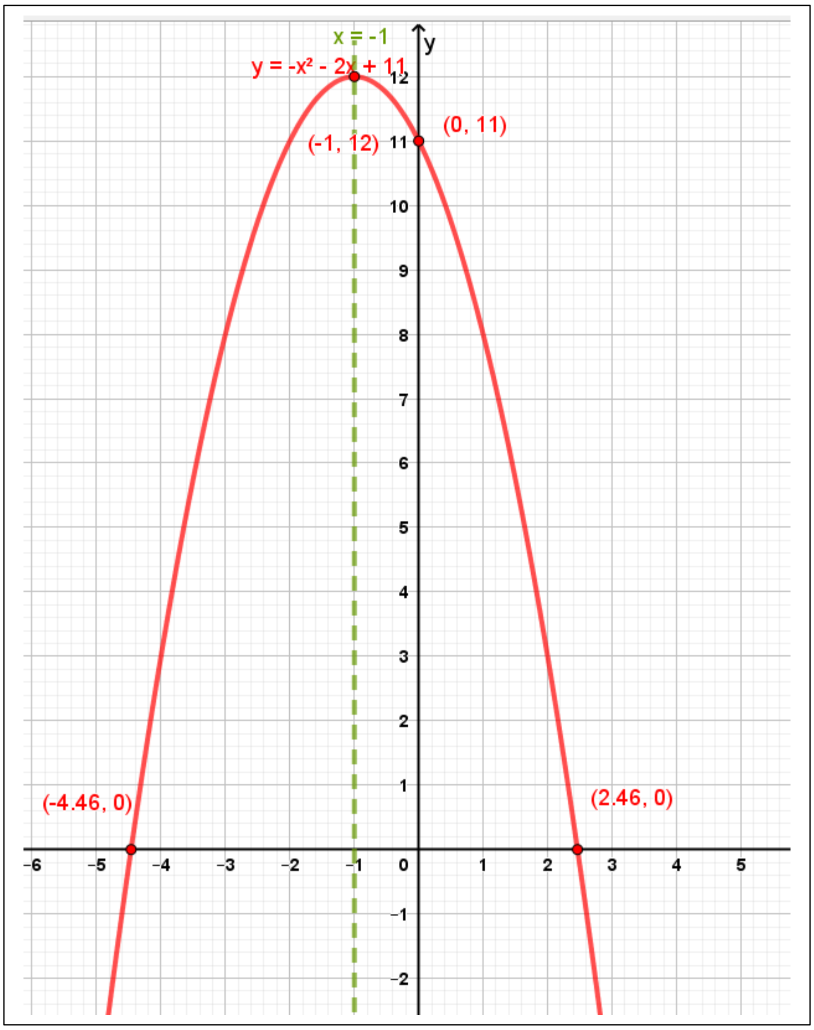
$$2\sqrt{3} = |x + 1|$$

$$2\sqrt{3} = x + 1 \quad \vee \quad -2\sqrt{3} = x + 1$$

De ahí se deduce que:

$$\boldsymbol{x_1 = 2\sqrt{3} - 1}$$

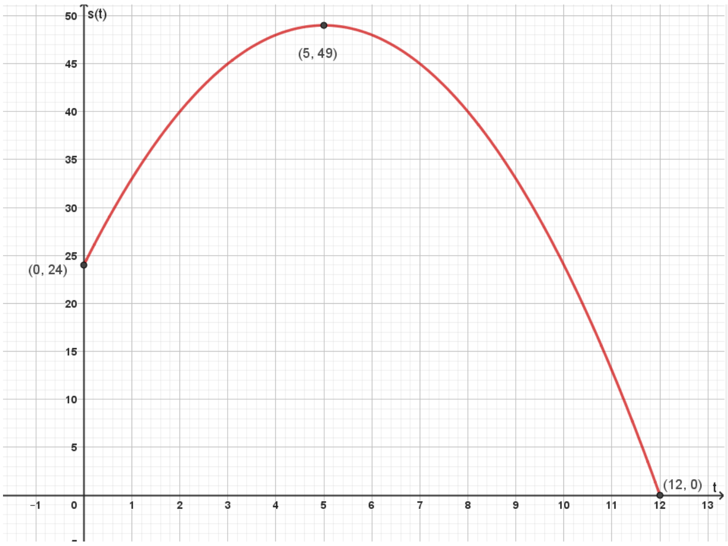
$$\boldsymbol{x_2 = -2\sqrt{3} - 1}$$



Raíces: $\boldsymbol{-1 - 2\sqrt{3}}$ **y** $\boldsymbol{-1 + 2\sqrt{3}}$ **Ordenada al origen:** $\boldsymbol{(0; 11)}$ **Eje de simetría:** $\boldsymbol{x = -1}$

8) Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba desde lo alto de un edificio, con una velocidad inicial de 10 m/seg. Su distancia $\boldsymbol{s(t)}$ en metros sobre el suelo después de $\boldsymbol{t}$ segundos está dada por la siguiente función $\boldsymbol{s(t) = -t^2 + 10t + 24}$.

Determinar: **a)** Desde que altura se lanza el objeto. **b)** La altura máxima respecto del piso, que alcanza el objeto y en qué instante la alcanza. **c)** En qué momento llega al piso.



a) La altura desde la cual se arroja el objeto coincide con la ordenada al origen, o sea, **24 metros**.

b) Para averiguar la altura máxima debemos calcular las coordenadas del vértice.

$$t_v = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \quad t_v = \frac{-10}{2(-1)} \Rightarrow \boldsymbol{t_v = 5}$$

$$s_v = s(5) = -5^2 + 10.5 + 24 \Rightarrow \boldsymbol{s_v = 49}$$

Rta: El objeto alcanza una altura máxima de $\boldsymbol{49\ m}$.

a los $\boldsymbol{5\ seg}$.

c) Para saber en qué momento llega al piso tenemos que averiguar $\boldsymbol{s(t) = 0}$ pues que llegue al suelo implica que la distancia sea cero. Calculamos las raíces de la función:

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$t_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4.(-1).24}}{2(-1)}$$

$$t_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 96}}{-2}$$

$$t_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{196}}{-2}$$

$$t_{1,2} = \frac{-10 \pm 14}{-2}$$

$$\boldsymbol{t_1 = \frac{-10 + 14}{-2} = -2}$$

$$\boldsymbol{t_2 = \frac{-10 - 14}{-2} = 12}$$

Los valores de $\boldsymbol{t}$ deben ser mayores que cero por eso se descarta $\boldsymbol{t = -2}$.

Rta: El objeto llega al piso $\boldsymbol{12\ seg.}$ después de ser lanzado.

8 bis) La tasa de procesamiento de una CPU (T) varía con la frecuencia de reloj (f) según la función: $\boldsymbol{T(f) = -\frac{1}{15}f^2 + 12f + 100}$. Donde f es la **frecuencia de reloj** en gigahercios (GHz) y T es la tasa de procesamiento en giga instrucciones por segundo (GIPS).

a) Determinar para qué frecuencia de reloj la tasa de procesamiento es máxima y cuál es el valor de dicha tasa.

b) Indicar de forma aproximada para qué valor positivo de frecuencia de reloj se cumple que la tasa de procesamiento es nula.

a) Para averiguar para qué frecuencia de reloj la tasa de procesamiento es máxima debemos calcular las coordenadas del vértice.

$$f_{máx} = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \quad f_{máx} = \frac{-12}{2\left(-\frac{1}{15}\right)} \Rightarrow \boldsymbol{f_{máx} = 90\ GHz}$$

$$T(90) = -\frac{1}{15} \cdot 90^2 + 12.90 + 100 \Rightarrow \boldsymbol{T_{máx} = 640\ GIPS}$$

Rta: Para una frecuencia de $\boldsymbol{90\ GHz}$ la tasa de procesamiento es de $\boldsymbol{640\ GIPS}$

b) Para saber para qué frecuencia de reloj la tasa de procesamiento es nula tenemos que averiguar $\boldsymbol{s(t)=0}$ Calculamos entonces las raíces de la función:

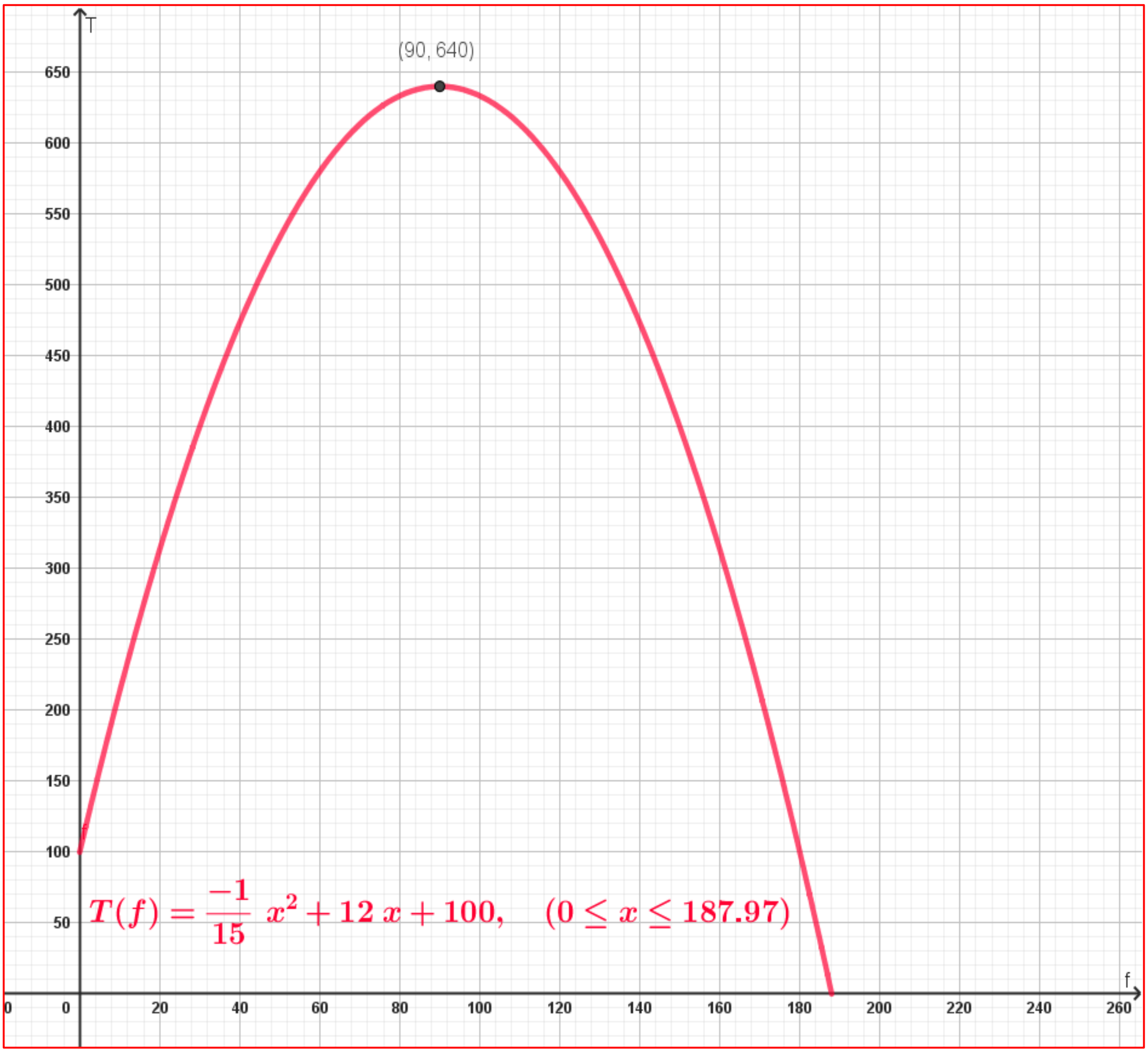
$$\boldsymbol{f_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}} \qquad f_{1,2}=\frac{-12\pm\sqrt{12^2-4.\left(-\frac{1}{15}\right).100}}{2\left(-\frac{1}{15}\right)}$$

$$f_{1,2}=\frac{-12\pm\sqrt{144+\frac{80}{3}}}{-\frac{2}{15}}\Rightarrow \quad f_{1,2}=\frac{-12\pm\sqrt{\frac{512}{3}}}{-\frac{2}{15}}\Rightarrow \quad f_{1,2}=\frac{-12\pm\frac{16\sqrt{6}}{6}}{-\frac{2}{15}}$$

$$\boldsymbol{f_1=\frac{-12+\frac{16\sqrt{6}}{6}}{-\frac{2}{15}}=-90-40\sqrt{6}\cong-7,9792}$$

$$\boldsymbol{f_2=\frac{-12-\frac{16\sqrt{6}}{6}}{-\frac{2}{15}}=-90+40\sqrt{6}\cong 187,9795}$$

Rta: El enunciado indica valor positivo de $\boldsymbol{f}$, por lo tanto, la tasa es nula para una frecuencia de $\boldsymbol{187,97\ GHz}$



9) Dada la siguiente función logarítmica $h(x) = log_2(x+6)$, determinar su dominio e imagen. Calcular analíticamente su raíz, indicar ordenada al origen, ecuación de su asíntota y graficar la curva correspondiente

La respuesta en detalle está en el siguiente link https://www.geogebra.org/classic/pqumd6ny

Respecto de la función básica $y = \log_2 x$, la función $\boldsymbol{y = \log_2(x+6)}$ está desplazada 6 unidades hacia la izquierda.

Dominio: $x + 6 > 0 \Rightarrow x > -6$ $\quad$ $\boldsymbol{D = (-6; +\infty)}$

A.V.: $\boldsymbol{x = -6}$

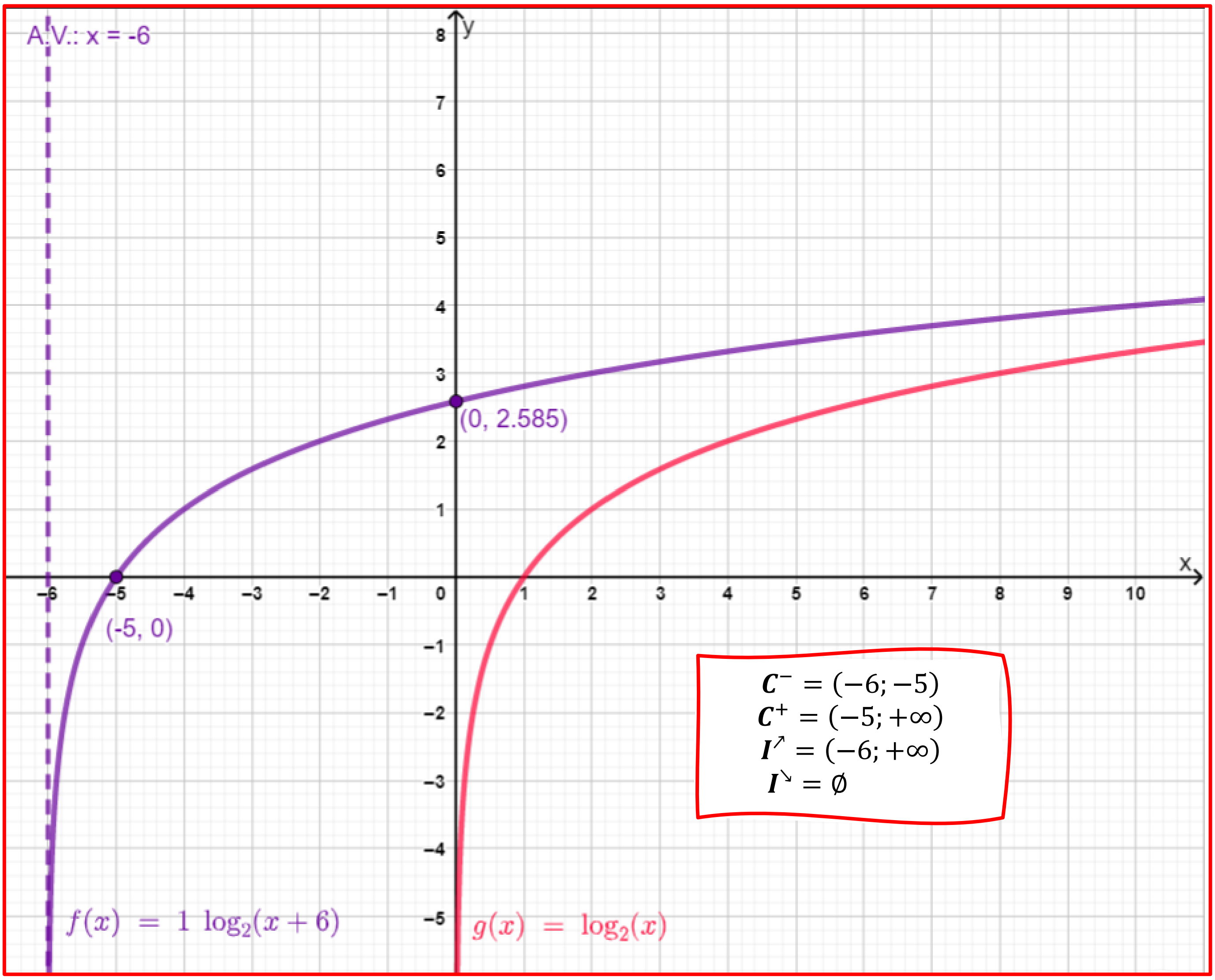
Imagen: $\boldsymbol{R}$

Intersección eje $\boldsymbol{y}$:

$y = \log_2(0+6) \quad \Rightarrow \quad y = \log_2(6) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{y \cong 2,5849} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{(0;\ \log_2(6))}$

Intersección eje $\boldsymbol{x}$:

$\log_2(x+6) = 0 \quad \Rightarrow \quad x + 6 = 2^0 \quad \Rightarrow \quad x = 1 - 6 \quad \Rightarrow \boldsymbol{x = -5} \quad \Rightarrow \boldsymbol{(-5; 0)}$



$\boldsymbol{C^-} = (-6; -5)$
$\boldsymbol{C^+} = (-5; +\infty)$
$\boldsymbol{I^\nearrow} = (-6; +\infty)$
$\boldsymbol{I^\searrow} = \emptyset$

10) En el diseño de un circuito de transmisión de señal, la amplitud máxima permitida de la señal en volts (A) varía de manera lineal con la longitud del cable (L) en metros. Dos empresas especializadas en el diseño de estos circuitos ofrecen soluciones diferentes para la transmisión de la señal. Las relaciones que cada empresa propone son:

- **Empresa 1**: $\boldsymbol{A = 4L + 30}$
- **Empresa 2**: $A = 6L + 10$

a) ¿Para qué longitud de cable (en metros), las dos empresas proponen la misma amplitud máxima? ¿Cuál es esa amplitud máxima? Resolver el problema de manera analítica.

b) Graficar ambas rectas para verificar la solución hallada en el punto anterior, usando escalas adecuadas para los ejes cartesianos.

a) Debemos plantear un sistema de ecuaciones y resolverlo por alguno de lo métodos analíticos vistos durante el curso.

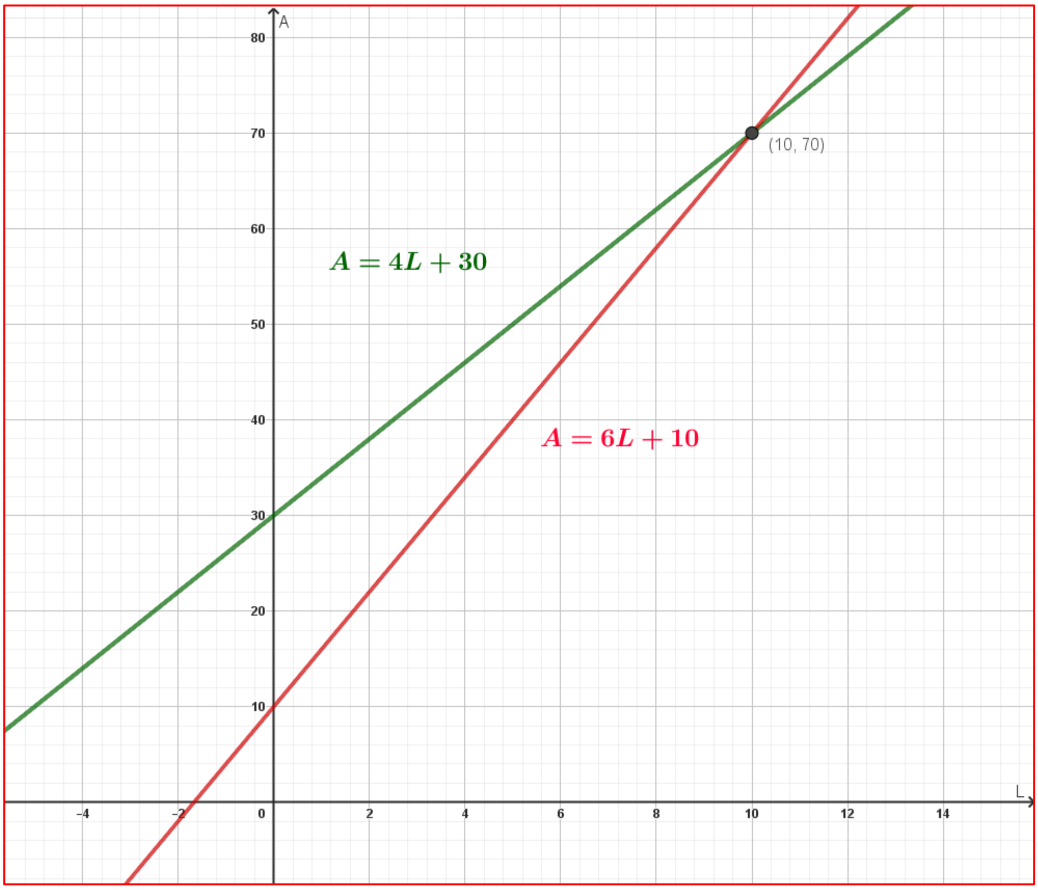
$$\begin{cases} A = 4L + 30 \\ A = 6L + 10 \end{cases}$$

Si aplicamos igualación, resulta que:

$$A = A \Rightarrow 4L + 30 = 6L + 10 \quad \Rightarrow 30 - 10 = 6L - 4L \quad \Rightarrow 20 = 2L \quad \Rightarrow 20:2 = L \quad \Rightarrow \boldsymbol{L = 10\ m}$$

Para calcular la amplitud máxima sustituimos el valor de L hallado en cualquiera de las dos ecuaciones: $A = 4.10 + 30 \Rightarrow \boldsymbol{A = 70\ Volts}$

Rta: $\boldsymbol{L = 10\ m}$ y la amplitud es de $\boldsymbol{70\ Volts}$



11) La fórmula Matemática que sugiere un grupo de investigadores de la Universidad de San Diego para calcular la 'edad humana'**(eh)** de un perro que tiene **(ep)** años de vida es: $\boldsymbol{eh = 16 \,.\, ln\,(ep)\, +\, 31}$.

a) ¿Cuál es la edad humana de un perro que tiene 2 años de vida?

b) ¿Cuántos años de vida debe tener un perro para considerar que corresponde a 60 años de vida humana?

a) $eh = 16\,.\,ln\,(2)\, +\, 31$

$eh = 16\,.\,0{,}69\, +\, 31$

$eh \approx 42{,}04$

Rta: **La edad humana es 42 años**

b) $60 = 16\,.\,ln\,(ep)\, +\, 31$

$60 - 31 = 16\,.\ln(ep)$

$29: 16 = \ln(ep)$

$1{,}8125 = ln\,(ep)$

$e^{1{,}8125} = ep$

$6{,}13 \approx ep$

Rta: **La edad del perro es de 6 años**

12) Si la presión de un combustible en función de su temperatura se expresa mediante la siguiente función: $\boldsymbol{p(t) = 3.10^t - 4}$**.** Hallar analíticamente cuál es el valor de la temperatura del combustible cuando alcanza una presión de **8** unidades.

$8 = 3.10^t - 4$

$8 + 4 = 3.10^t$

$12/3 = 10^t$

$\log(4) = \log(10^t)$

$\log(4) = \boldsymbol{t}.\log(10)$

$\boldsymbol{\log(4) = t}$

Rta: El valor de la temperatura del combustible cuando alcanza una presión de 8 unidades es $\mathbf{t = \log(4) \cong 0,6020}$