EJERCITACIÓN DE REPASO

1) Un polígono regular cumple que la medida de cada ángulo exterior es igual a dos séptimas partes de la medida de cada ángulo interior.
a) Calcular la medida de cada ángulo interior y exterior y expresarlas en el sistema circular y sexagesimal.
b) Calcular la cantidad de lados del polígono e indicar su nombre.

a) El ángulo interior y el exterior son suplementarios:

$$\measuredangle \text{int} + \measuredangle \text{ext} = 180° \quad y \quad \measuredangle \text{ext} = \frac{2}{7}\measuredangle int \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{7}\measuredangle \text{int} + \measuredangle \text{int} = 180°$$

$$\frac{9}{7}\measuredangle \text{int} = 180° \quad \Rightarrow \quad \measuredangle \text{int} = 180°:\frac{9}{7} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\measuredangle \text{int} = 140°}$$

$$\measuredangle \text{int} + \measuredangle \text{ext} = 180° \quad \Rightarrow \measuredangle \text{ext} = 180° - \measuredangle \text{int} \Rightarrow \measuredangle\text{ext} = 180° - 140° \Rightarrow \boldsymbol{\measuredangle \text{ext} = 40°}$$

$$180° \ldots\ldots\pi$$
$$40° \ldots\ldots\theta \quad \Rightarrow \quad \theta = \frac{40°.\pi}{180°} \Rightarrow \boldsymbol{\measuredangle \text{ext} = \frac{2}{9}\pi}$$

$$180° \ldots\ldots\pi$$
$$140° \ldots\ldots\theta \Rightarrow \theta = \frac{140°.\pi}{180°} \Rightarrow \boldsymbol{\measuredangle \text{int} = \frac{7}{9}\pi}$$

b) $S\measuredangle \text{ext} = 360° \quad \Rightarrow \quad \measuredangle \text{ext} = \frac{360°}{n} \Rightarrow \quad n = \frac{40°}{\measuredangle \text{ext}} \Rightarrow n = \frac{360°}{40°} \Rightarrow \boldsymbol{n = 9}$ es un **Eneágono**

2) a) Un polígono regular tiene un ángulo interior de 140° Calcular analíticamente, la cantidad de lados del polígono y la medida de cada ángulo exterior.
b) Si el polígono está inscripto en una circunferencia de radio igual a 6 cm calcular, empleando trigonometría, la medida del lado del polígono y su área.
c) Construirlo, **empleando los útiles de geometría**.

a) $S\measuredangle int = 180°(n-2) \; y \measuredangle int = \frac{S\measuredangle int}{n} \Rightarrow \measuredangle int = \frac{180°(n-2)}{n} \Rightarrow 140° = \frac{180°(n-2)}{n}$

$\Rightarrow 140°.n = 180°n - 360° \Rightarrow 360° = 180°n - 140°n$

$\Rightarrow 360° = 40°n \Rightarrow 360°: 40° = n \Rightarrow \boldsymbol{n = 9}$

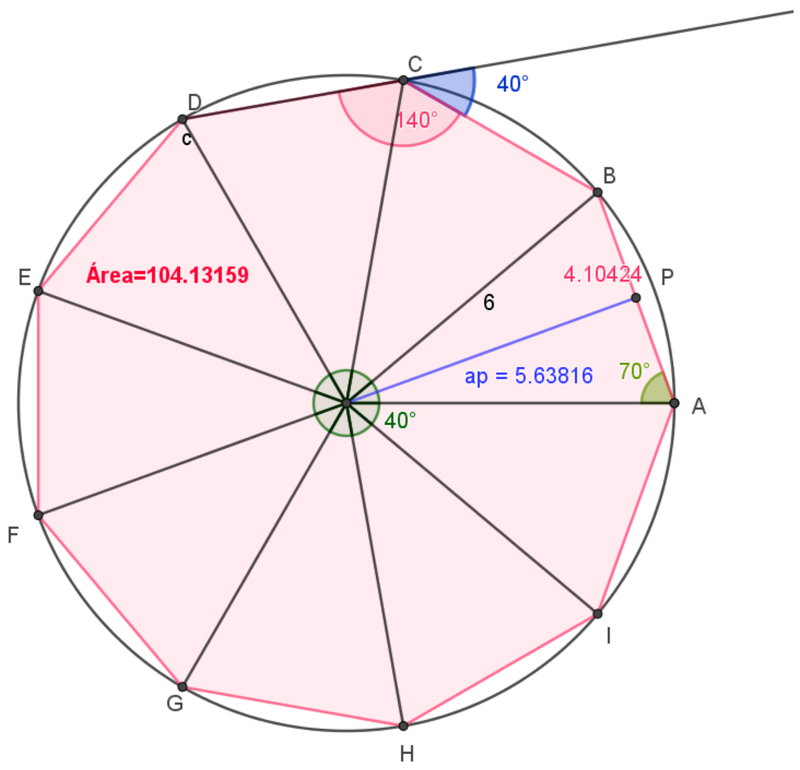
$\measuredangle \text{int} + \measuredangle \text{ext} = 180° \; y \; \measuredangle \text{int} = 140° \Rightarrow \measuredangle \text{ext} = 180° - 140° \Rightarrow \boldsymbol{\measuredangle \text{ext} = 40°}$

b) $sen\ 70° = \frac{ap}{6\ cm} \quad \Rightarrow \quad sen\ 70°.6\ cm = ap \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{ap = 5,6381\ cm}$

$cos\ 70° = \frac{L/2}{6\ cm} \quad \Rightarrow \quad cos\ 70°.6\ cm = \frac{L}{2} \quad \Rightarrow \quad 2,052\ cm\ .2 = L \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{L = 4,10424\ cm}$

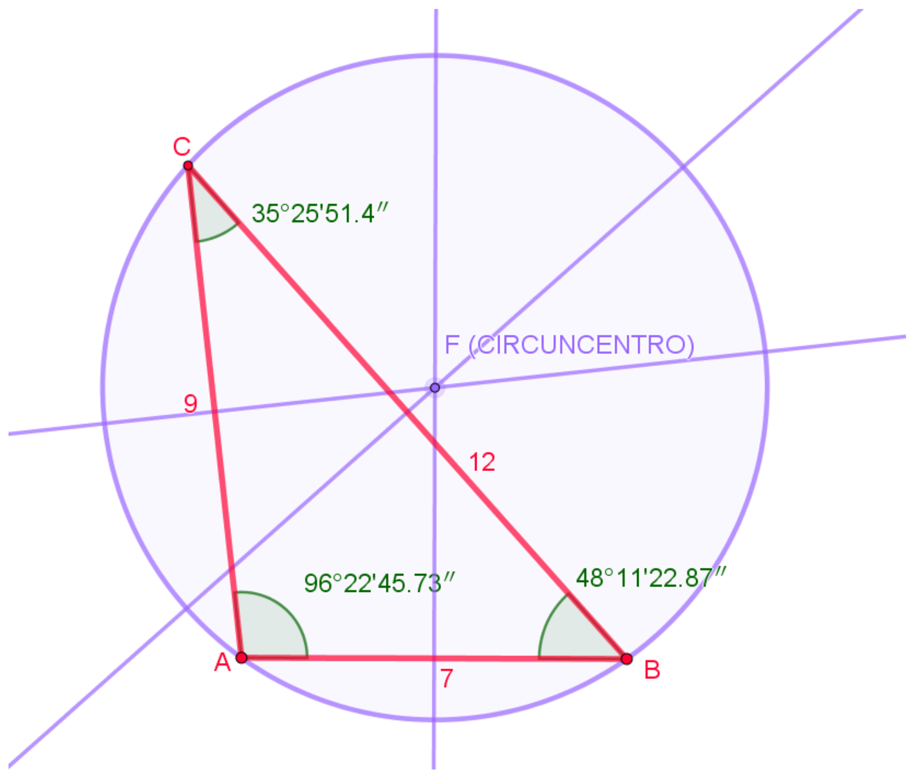
$A = \frac{\text{Perímetro.Apotema}}{2} \Rightarrow A = \frac{n.L.ap}{2} \Rightarrow A = \frac{9.4,10424\ cm\ .5,6381\ cm}{2}$

$\boldsymbol{A = 104,13052\ cm^2}$



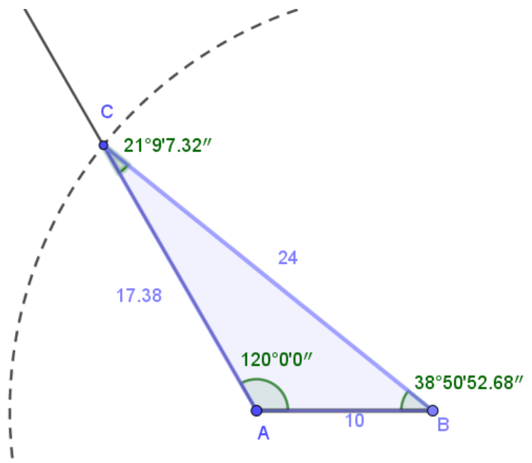
3) Construir, **empleando los útiles de geometría**, un triángulo que cuyos lados midan 7 cm, 9 cm y 12 cm.
b) Calcular las amplitudes de los ángulos interiores del triángulo
c) Construirle, además, las mediatrices de sus lados. Marcar el circuncentro del triángulo (nombrarlo punto F)

Rta:48º11'22'',96º22'45'',35º25'53''



$7^2 = 9^2 + 12^2 - 2.9.12.\cos\hat{C}$ $49 = 81 + 144 - 216.\cos\hat{C}$ $49 - 81 - 144 = -216.\cos\hat{C}$ $\frac{-176}{-216} = \cos\hat{C}$ $\frac{22}{27} = \cos\hat{C}$ $arc\ cos\left(\frac{22}{27}\right) = \hat{C}$ $\boldsymbol{\hat{C} = 35°25'51,4"}$	$12^2 = 9^2 + 7^2 - 2.9.7.\cos\hat{A}$ $144 = 81 + 49 - 126.\cos\hat{A}$ $144 - 81 - 49 = -126.\cos\hat{A}$ $\frac{14}{-126} = \cos\hat{A}$ $-\frac{1}{9} = \cos\hat{A}$ $arc\ cos\left(-\frac{1}{9}\right) = \hat{A}$ $\boldsymbol{\hat{A} = 96°22'45,76"}$	$9^2 = 7^2 + 12^2 - 2.7.12.\cos\hat{B}$ $81 = 49 + 144 - 168.\cos\hat{B}$ $81 - 49 - 144 = -168.\cos\hat{B}$ $\frac{-112}{-168} = \cos\hat{B}$ $\frac{2}{3} = \cos\hat{B}$ $arc\ cos\left(\frac{2}{3}\right) = \hat{B}$ $\boldsymbol{\hat{B} = 48°11'22,87"}$

4) a) Construir, **empleando los útiles de geometría**, un triángulo ABC en el que el lado $\overline{BC}$ mida 24 cm, el lado $\overline{AB}$ mida 10 cm y el ángulo $\hat{A} = 120$º.
b) Calcular aplicando teorema del seno y/o coseno las medidas del lado $\overline{AC}$ y los ángulos restantes.



Por la suma de ángulos interiores de un triángulo

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$$

$$120° + \hat{B} + 21°\,9'\,7{,}32'' = 180°$$

$$\boxed{\boldsymbol{\hat{B} = 38°\,50'\,52{,}68''}}$$

Utilizando el teorema del Seno

$$\frac{\text{sen}\,\hat{A}}{\overline{BC}} = \frac{\text{sen}\,\hat{C}}{\overline{AB}} \quad ; \quad \frac{\text{sen}\,120°}{24\ cm} = \frac{\text{sen}\,\hat{C}}{10\ cm}$$

$$\frac{\text{sen}\,120° \cdot 10\ cm}{24\ cm} = \text{sen}\,\hat{C}$$

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 10\ cm}{24\ cm} = \text{sen}\,\hat{C}$$

$$\frac{5\sqrt{3}}{24} = \text{sen}\,\hat{C}$$

$$\text{sen}^{-1}\frac{5\sqrt{3}}{24} = \hat{C}$$

$$\text{arc sen}\frac{5\sqrt{3}}{24} = \hat{C}$$

$$\boxed{\boldsymbol{\hat{C} = 21°\,9'\,7{,}32''}}$$

Utilizando el teorema del Coseno

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^{\,2} + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \cos\hat{B}$$

$$\overline{AC}^2 = (10\ cm)^{\,2} + (24\ cm)^2 - 2 \cdot 10cm \cdot 24cm \cdot \cos 38°\,50'52{,}68''$$

$$\overline{AC}^2 = 100\ cm^{\,2} + 576\ cm^2 - 480\ cm^2 \cdot 0{,}77881$$

$$\overline{AC}^2 = 100\ cm^{\,2} + 576\ cm^2 - 373{,}8303\ cm^2$$

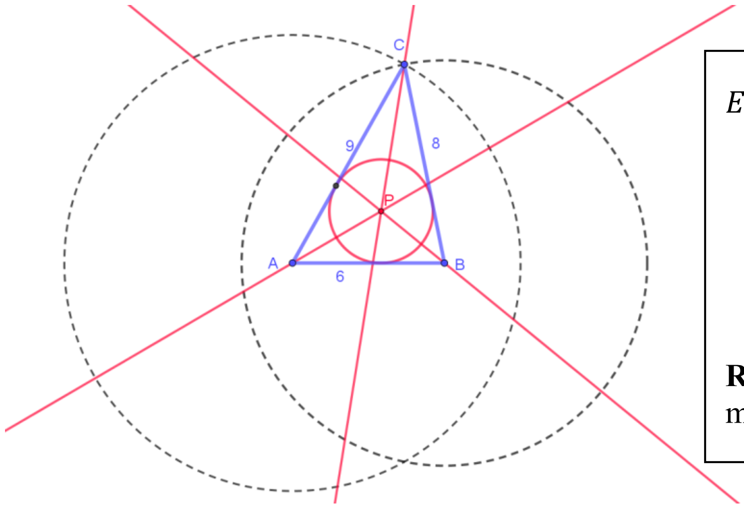
$$\overline{AC}^2 = 302{,}1697\ cm^{\,2}$$

$$|\overline{AC}| = \sqrt{302{,}1697\ cm^{\,2}} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{\overline{AC} \cong 17{,}383\ cm}}$$

5)a) Construir, empleando regla, transportador y compás, un triángulo que cumpla que sus lados miden 6 cm, 8 cm y 9 cm.

b) Construir además las bisectrices de sus ángulos. Marcar el incentro (nombrarlo punto P) y graficar la circunferencia inscrita en el triángulo.

c) Considera que el triángulo que dibujaste es la representación de un terreno en el que el lado de 9 cm mide, en realidad, 126 metros. ¿En qué escala está tu dibujo? ¿Cuánto mide (en metros) el lado de 8 cm?



$$E = \frac{l}{L} \quad E = \frac{9\ cm}{12600\ cm} \Rightarrow \boldsymbol{E = \frac{1}{1400}}$$

$$\frac{1}{1400} = \frac{8\ cm}{L}$$

$$L = 1400 \cdot 0.08\ m$$

$$\boldsymbol{L = 112}$$

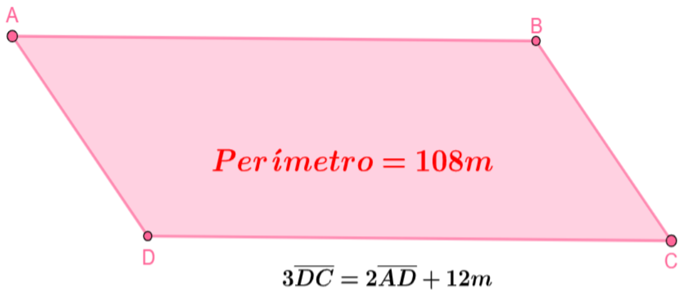
Rta: La escala es 1:1400 y el lado de 8 *cm* mide en realidad 112 metros

6) En el paralelogramo ABCD, el triple de la medida del lado $\overline{DC}$ supera en 12 m al doble de la medida del lado $\overline{AD}$ y su perímetro es de 108 m, calcular:

a) La medida de todos los lados del paralelogramo

b) Si se realiza una representación del paralelogramo en la que el lado $\overline{AD}$ mide 25 cm. ¿Cuál es la escala empleada y cuál es la medida del lado $\overline{DC}$ en la representación?

$a)\ Per = 108\ m \qquad Per = 2\overline{AD} + 2\overline{DC} \quad$ y $\quad 3.\overline{DC} = 2.\overline{AD} + 12\ m \Rightarrow \overline{DC} = \frac{2}{3}.\overline{AD} + 4\ m$



$$108\ m = 2\overline{AD} + 2.\left(\frac{2}{3}.\overline{AD} + 4\ m\right)$$

$$108\ m = 2\overline{AD} + \frac{4}{3}\overline{AD} + 8\ m$$

$$108\ m - 8\ m = \frac{10}{3}\overline{AD}$$

$$100\ m : \frac{10}{3} = \overline{AD}$$

$$\boldsymbol{\overline{AD} = \overline{BC} = 30\ m}$$

$$\overline{DC} = \frac{2}{3}.\overline{AD} + 4\ m$$

$$\overline{DC} = \frac{2}{3}.30\ m + 4\ m \Rightarrow \boldsymbol{\overline{DC} = \overline{AB} = 24\ m}$$

$$\boldsymbol{30\ m = 3000\ cm}$$

$$\boldsymbol{24\ m = 2400\ cm}$$

$$b)\ E = \frac{l}{L} \quad E = \frac{25\ cm}{3000\ cm} \Rightarrow \boldsymbol{E = \frac{1}{120}}$$

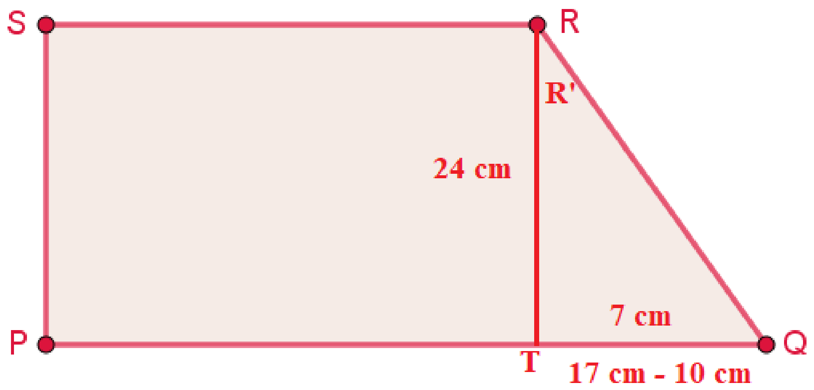
$$\frac{1}{120} = \frac{l}{2400\ cm} \Rightarrow \frac{1}{120} \cdot 2400\ cm = l \Rightarrow \boldsymbol{l = 20\ cm}$$

Rta: La escala es 1:120 y el otro lado mide 20 *cm*

7) Sabiendo que el trapecio rectángulo PQRS tiene un área de $324\ cm^2$, $\overline{PQ}$ y $\overline{SR}$ son los lados paralelos, su altura $\overline{PS}$ mide 24 cm, $\overline{SR} = 3x - 5\ cm, \overline{PQ} = 6x - 13\ cm$, calcular:

a) La medida de los lados y el perímetro del trapecio.

b) Las amplitudes de los ángulos interiores (no rectos) del trapecio, usando funciones trigonométricas.



Calculamos el valor de "x" para luego calcular la medida de los lados

$$A = \frac{(B+b)h}{2} = \frac{(\overline{SR} + \overline{PQ}).\overline{PS}}{2}$$

$$324\ cm^2 = \frac{(3x - 5\ cm + 6x - 13\ cm).24cm}{2} \quad \Rightarrow \frac{324\ cm^2.2}{24\ cm} = 9x - 18\ cm$$

$$27\ cm + 18\ cm = 9x \quad \Rightarrow 45\ cm : 9 \ \ \boldsymbol{x = 5\ cm}$$

$$\overline{SR} = 3x - 5\ cm \quad \Rightarrow \quad \overline{SR} = 3\,.\,5\ cm - 5\ cm \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\overline{SR} = 10\ cm}$$

$$\overline{PQ} = 6x - 13\ cm \quad \Rightarrow \quad \overline{PQ} = 6\,.\,5\ cm - 13\ cm \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\overline{PQ} = 17\ cm}$$

Calculamos la medida del lado $\overline{RQ}$

$$\overline{TQ} = \overline{PQ} - \overline{SR} \Rightarrow \boldsymbol{\overline{TQ} = 7\ cm}$$

$$\overline{RQ}^2 = \overline{RT}^2 + \overline{TQ}^2$$

$$\overline{RQ}^2 = (24\ cm)^2 + (7\ cm)^2$$

$$\overline{RQ}^2 = 576\ cm^2 + 49\ cm^2$$

$$\overline{RQ}^2 = 625\ cm^2$$

$$|\overline{RQ}| = \sqrt{625\ cm^2}$$

$$\boldsymbol{\overline{RQ} = 25\ cm}$$

Calculamos la amplitud de los ángulos interiores no rectos

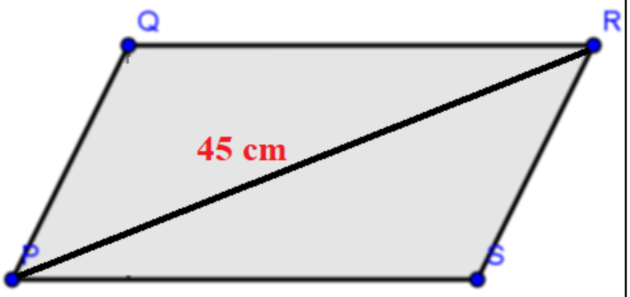
$$\operatorname{sen} \hat{Q} = \frac{24\ cm}{25\ cm} \quad \Rightarrow \quad \operatorname{sen} \hat{Q} = 0{,}96 \quad \Rightarrow \quad \hat{Q} = \operatorname{arc\,sen}(0{,}96) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\hat{Q} = 73°44'23"}$$

$$\cos \widehat{R'} = \frac{24\ cm}{25\ cm} \quad \Rightarrow \quad \cos \widehat{R'} = 0{,}96 \quad \Rightarrow \quad \widehat{R'} = \operatorname{arc\,cos}(0{,}96) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\widehat{R'} = 16°15'37"}$$

$$\hat{R} = \widehat{R'} + 90° \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\hat{R} = 106°15'37"}$$

8) a) Sabiendo que, el siguiente paralelogramo de 104 cm de perímetro y cumple que el lado $\overline{PS}$ supera al triple de $\overline{PQ}$ en 4 cm, calcula los lados.

b) Si una de las diagonales del paralelogramo mide 45 cm, calcular los ángulos interiores del cuadrilátero.



Calculamos los lados:

$Per = 2.\overline{PQ} + 2.\overline{PS}$

$104\ cm = 2.\overline{PQ} + 2.(3.\overline{PQ} + 4\ cm)$

$104\ cm = 2.\overline{PQ} + 6.\overline{PQ} + 8\ cm$

$104\ cm - 8\ cm = 8.\overline{PQ}$

$96\ cm : 8 = \overline{PQ} \Rightarrow \overline{PQ} = \overline{SR} = 12\ cm$

$\overline{PS} = 3\,.\,12\ cm + 4\ cm \Rightarrow \overline{PS} = \overline{QR} = 40\ cm$

Utilizando el teorema del Coseno

$$\overline{PR}^2 = \overline{PQ}^{\,2} + \overline{QR}^2 - 2\cdot\overline{PQ}\cdot\overline{QR}\cdot\cos\hat{Q}$$

$$(45\ cm)^{\,2} = (12\ cm)^{\,2} + (40\ cm)^2 - 2\cdot 12\ cm\cdot 40\ cm\cdot\cos\hat{Q}$$

$$2025\ cm^{\,2} = 144\ cm^{\,2} + 1600\ cm^2 - 480\ cm^2\cdot\cos\hat{Q}$$

$$2025\ cm^{\,2} - 144\ cm^{\,2} - 1600\ cm^2 = -480\ cm^2\cdot\cos\hat{Q}$$

$$\frac{281\ cm^{\,2}}{-960\ cm^{\,2}} = \cos\hat{Q} \quad\Rightarrow\quad \arccos(-0{,}29) = \hat{Q} \quad\Longrightarrow\quad \boxed{\hat{Q} = 107°1'13"}$$

Los ángulos consecutivos son suplementarios

$$\hat{R} + 107°\,1'\,13" = 180° \quad\Rightarrow\quad \boxed{\hat{R} = 72°58'47"}$$

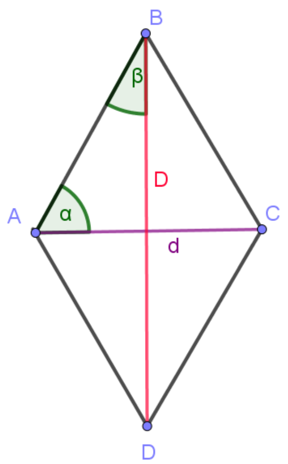
Los ángulos opuestos son congruentes

$$\boxed{\hat{S} = \hat{Q} = 107°1'13"} \ \text{ y } \ \boxed{\hat{P} = \hat{R} = 72°58'47"}$$

9) Sabiendo que en el rombo tiene una diagonal que es el quíntuple de la otra y su área de 4,9 cm^2, se pide: a) Encontrar la medida de las diagonales, la medida del lado del rombo y su perímetro.

b) Calcular la medida de los ángulos interiores del rombo, usando funciones trigonométricas.

a) El área del rombo se calcula:



$$A = \frac{D.d}{2} \quad\wedge\quad D = 5d \quad\Rightarrow\quad 4{,}9\ cm^2 = \frac{5d\cdot d}{2} \quad\Rightarrow\quad 4{,}9\ cm^2\cdot 2 = 5d^2$$

$$9{,}8\ cm^2 = 5d^2 \quad\Rightarrow \frac{9{,}8}{5}cm^2 = d \quad \sqrt{\frac{49}{25}}cm = |d| \quad\Rightarrow\quad d = 1{,}4\ cm$$

$$D = 5d \quad\Rightarrow\quad D = 5\cdot 1{,}4\ cm \quad\Rightarrow\quad D = 7\ cm$$

$$L^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2 \quad\Rightarrow L^2 = (0{,}7\ cm)^2 + (3{,}5\ cm)^2$$

$$\Rightarrow |L| = \sqrt{\frac{49}{100} + \frac{49}{4}} \Rightarrow |L| = \sqrt{\frac{637}{50}} \Rightarrow\ L \cong 3{,}57\ cm \quad\Rightarrow Per = 4L \quad\Rightarrow\ Per \cong 14{,}28\ cm$$

b) Aplicamos funciones trigonométricas para calcular los ángulos interiores:

$$\cos\hat{\beta} = \frac{\frac{D}{2}}{L} \quad \Rightarrow \quad \cos\hat{\beta} = \frac{\frac{7\,cm}{2}}{3{,}57\,cm} \Rightarrow \cos\hat{\beta} = \frac{3{,}5\,cm}{3{,}57\,cm} \Rightarrow \cos\hat{\beta} = 0{,}98 \Rightarrow \boldsymbol{\hat{\beta} = 11°21'54"}$$

$$\hat{B} = 2\hat{\beta} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\hat{B} = \hat{D} = 22°43'47"}$$

$$\cos\hat{\alpha} = \frac{\frac{d}{2}}{L} \quad \Rightarrow \quad \cos\hat{\alpha} = \frac{\frac{1{,}4\,cm}{2}}{3{,}57\,cm} \Rightarrow \cos\hat{\alpha} = \frac{0{,}7\,cm}{3{,}57\,cm} \Rightarrow \cos\hat{\alpha} = 0{,}196 \Rightarrow \boldsymbol{\hat{\alpha} = 78°41'32"}$$

$$\hat{A} = 2\hat{\alpha} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\hat{A} = \hat{C} = 157°23'4"}$$

10) Sabiendo que el seno $\beta = \frac{12}{13}$ y es un ángulo del segundo cuadrante, calcular el valor de las restantes funciones trigonométricas del ángulo β, aplicando las relaciones entre ellas. (Ten cuidado con los signos).

$$\boldsymbol{sen\,\beta = \frac{12}{13}}$$

β **pertenece a *II C***

Función	Segundo cuadrante
Seno	Positivo
Coseno	Negativo
Tangente	Negativa
Cosecante	Positiva
Secante	Negativa
Cotangente	Negativa

$$\boldsymbol{sen^2\beta + cos^2\beta = 1}$$

$$cos^2\beta = 1 - sen^2\beta$$

$$cos^2\beta = 1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2$$

$$cos^2\beta = 1 - \frac{144}{169}$$

$$cos^2\beta = \frac{25}{169} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{cos^2\beta} = \sqrt{\frac{25}{169}}$$

$$|cos\,\beta| = \frac{5}{13}$$

Al estar en el segundo cuadrante el coseno es negativo, entonces: $\boldsymbol{cos\,\beta = -\frac{5}{13}}$

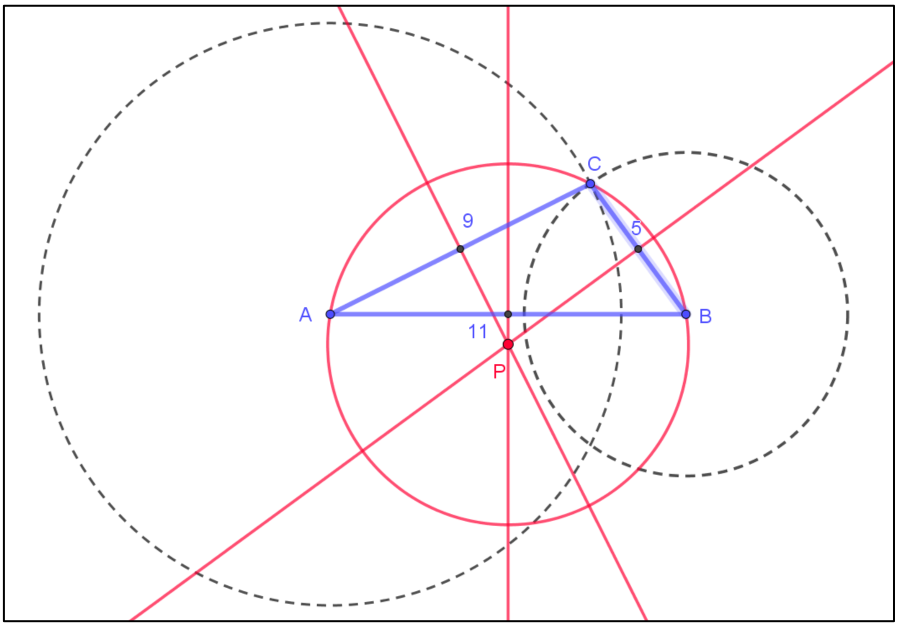
$$tg\,\beta = \frac{sen\,\beta}{cos\,\beta} = \frac{\frac{12}{13}}{-\frac{5}{13}} \Rightarrow \boldsymbol{tg\,\beta = -\frac{12}{5}}$$

$$cotg\,\beta = \frac{cos\,\beta}{sen\,\beta} = \frac{-\frac{5}{13}}{\frac{12}{13}} \Rightarrow \boldsymbol{cotg\,\beta = -\frac{5}{12}}$$

$$sec\,\beta = \frac{1}{cos\,\beta} = \frac{1}{-\frac{5}{13}} \Rightarrow \boldsymbol{sec\,\beta = -\frac{13}{5}}$$

$$cosec\,\beta = \frac{1}{sen\,\beta} = \frac{1}{\frac{12}{13}} \Rightarrow \boldsymbol{cosec\,\beta = \frac{13}{12}}$$

11) a) Construir, empleando regla, transportador y compás, un triángulo ABC que cumpla que sus lados miden 11 cm; 9 cm y 5 cm.
b) Construir, además, las mediatrices de sus lados. Marcar el circuncentro del triángulo nombrarlo punto P) y graficar la circunferencia circunscripta a él.



12) El área de un sector circular incluido en un círculo de radio 4 m es de $\frac{112}{15}\pi\, m^2$.

a) Calcular la medida del ángulo que abarca y expresarla en el sistema circular y sexagesimal.

b) Calcular la longitud del arco de circunferencia correspondiente.

c) Si el sector circular se representó en un dibujo en el cual el radio mide 8 cm. ¿Cuál es la escala empleada?

$$\pi r^2 \ldots\ldots\ldots\ldots 2\pi$$

$$\frac{112}{15}\pi\, m^2 \ldots\ldots\ldots \theta \quad \Rightarrow \quad \theta = \frac{\frac{112}{15}\pi\, m^2 \cdot 2\pi}{\pi(4\, m)^2} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\theta = \frac{14}{15}\pi}$$

$$\pi \ldots\ldots\ldots\ldots 180°$$

$$\frac{14}{15}\pi \ldots\ldots\ldots \theta \quad \Rightarrow \quad \theta = \frac{\frac{14}{15}\pi \,.180°}{\pi} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\theta = 168°}$$

Rta: El ángulo que abarca el sector circular es de $168° = \frac{14}{15}\pi$

$$L = r \cdot \theta \Rightarrow L = 4\, m \cdot \frac{14}{15}\pi$$

$$\boldsymbol{L = \frac{56}{15}\pi\ m \ \cong 11{,}72\, m}$$

Rta: La longitud del arco es aproximadamente 11,72 m

$$E = \frac{l}{L} \qquad E = \frac{8\, cm}{400\, cm} \ \Rightarrow \boldsymbol{E = \frac{1}{50}}$$

Rta: La escala es 1:50

13) Colocar V o F en la columna de la derecha, según si la afirmación es verdadera o falsa.

a) El coseno de un ángulo del cuarto cuadrante es negativo.	F
b) $\frac{5}{36}\pi = 25^\circ$	V
c) cos (150º) = - cos 30º	V
d) En todo rombo las diagonales son perpendiculares y se cortan en su punto medio	V
e) $\frac{1}{co\sec\alpha} = \cos\alpha$ cualquiera sea el ángulo α	F
f) Un muro de 20 metros se representa en un plano con una longitud de 10 cm, entonces la escala empleada es 1 **:** 5	F
g) En todos los triángulos el ortocentro es un punto interior a él.	F

a) El coseno en el cuarto cuadrante es positivo.

b) $180° \ldots\ldots\ldots\ldots.\pi$

$$25° \ldots.\ldots\ldots\ldots.\theta \quad \Rightarrow \quad \theta = \frac{25°.\pi}{180°} = \boldsymbol{\frac{5}{36}\pi}$$

c) 150° es un ángulo del segundo cuadrante y el coseno es negativo $cos(180° - 150°) = -cos30°$

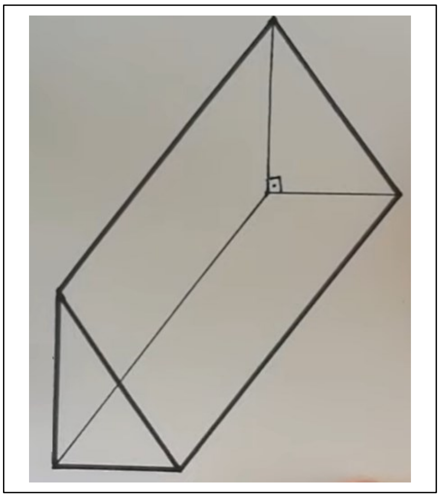
$$e)\ \frac{1}{sec\ \ \alpha} = cos\ \alpha \qquad \frac{1}{cosec\ \alpha} = sen\ \alpha$$

$$f)\ E = \frac{l}{L} \Rightarrow E = \frac{10\ cm}{2000\ cm} \Rightarrow \boldsymbol{E = \frac{1}{200} = 1:200}$$

g) No siempre el ortocentro es un punto interior al triángulo, depende del tipo de triángulo.
El ortocentro es un punto interior si el triángulo es acutángulo.
El ortocentro es un punto exterior si el triángulo es obtusángulo.
Si el triángulo es rectángulo el ortocentro coincide con el vértice del ángulo recto.
Pueden observar esta conclusión en la siguiente app de GeoGebra:
https://www.geogebra.org/m/htpdcduw

14) El volumen de un prisma recto de altura 12 cm cuya base es un triángulo rectángulo que tiene un cateto que mide 24 cm es de 1008 cm^3, se pide:
a) Calcular la medida de los otros lados del triángulo de la base.
b) Calcular el área total del prisma.

a) Cálculo de los lados de la base:



$V = A_B \cdot H$

$1008\ cm^3 = A_B \cdot 12\ cm$

$\dfrac{1008\ cm^3}{12\ cm} = A_B$

$\boxed{\boldsymbol{A_b = 84\ cm^2}}$

$A_B = \dfrac{b.h}{2} \Rightarrow A_B = \dfrac{C_1 \cdot C_2}{2} \Rightarrow 84\ cm^2 = \dfrac{24\ cm\ .C_2}{2}$

$C_2 = \dfrac{84cm^2 \cdot 2}{24\ cm} \Rightarrow \boldsymbol{C_2 = 7\ cm}$

Aplicando teorema de Pitágoras resulta que:

$H^2 = C_1^2 + C_2^2 \Rightarrow H^2 = (24\ cm)^2 + (7\ cm)^2$

$H^2 = 576\ cm^2 + 49\ cm^2 \Rightarrow H^2 = 625\ cm^2$

$|H| = \sqrt{625\ cm^2} \Rightarrow \boldsymbol{H = 25\ cm}$

Rta: Los otros lados miden 7 cm y 25 cm

b) Cálculo del área total:

$A_T = Per_b.H + 2.A_b$

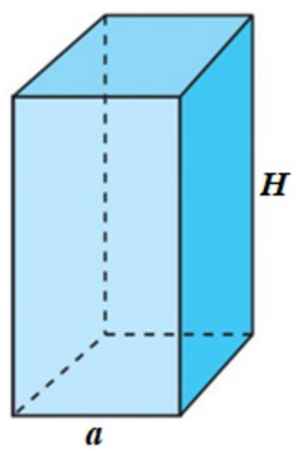
$A_T = (7 + 24 + 25)cm \cdot 12\ cm + 2 \cdot 84\ cm^2$

$A_T = 672\ cm^2 + 168\ cm^2$

$\boldsymbol{A_T = 840\ cm^2}$

Rta: El área total del prisma es 840 cm^2

15) Dado un prisma recto de base cuadrada cuya altura mide 5 m y su volumen es de 720 m^3. Calcular la arista de la base y determinar el volumen del cilindro cuya base es un círculo inscripto en la base del prisma y tiene la misma altura que éste.



Calculamos el área de la base (cuadrado):

$$V = A_B \cdot H$$

$$720\ m^3 = A_B \cdot 5\ m$$

$$\frac{720\ m^3}{5\ cm} = A_B$$

$$\boxed{\boldsymbol{A_b = 144\ m^2}}$$

Calculamos a (arista de la base):

$144\ m^2 = a^2 \Rightarrow |a| = \sqrt{144\ m^2} \Rightarrow \boldsymbol{a = 12\ m}$

Volumen del cilindro:

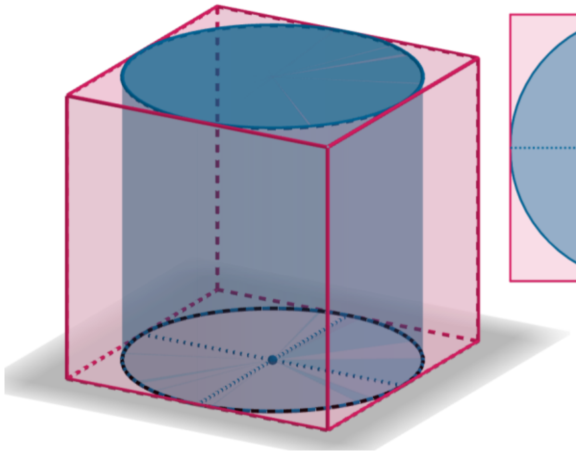
$r = \dfrac{a}{2}$

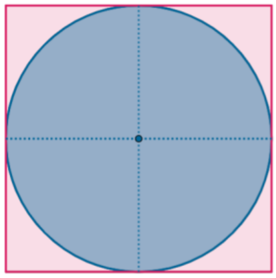
$V = A_B \cdot H$

$V = \pi . r^2 . H$

$V = \pi . (6\ m)^2 . 5m$

$\boldsymbol{V = 180\pi\ m^3}$

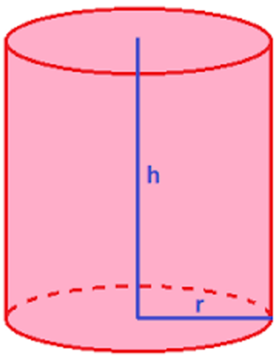




16) Un cilindro tiene un área total de $270\,\pi$ cm^2 (aproximadamente 848,23 cm^2) y el área de cada una de sus bases es de $81\,\pi$ cm^2 (aproximadamente 254,469 cm^2). Calcular:

a) La medida del radio de la base

b) La medida de la altura del cilindro **c)** El volumen del cilindro



$\boldsymbol{A_T = A_L + 2A_B} \quad \boldsymbol{A_B = \pi r^2} \quad \boldsymbol{A_L = 2\pi r h} \quad \boldsymbol{A_T = 2\pi r h + 2\pi r^2}$

$A_T = 270\,\pi\ cm^2 \qquad A_B = 81\,\pi\ cm^2$

$81\,\pi\ cm^2 = \pi r^2 \quad \Rightarrow \dfrac{81\pi\ cm^2}{\pi} = r^2 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{r = 9\ cm}$

$\boldsymbol{A_T = 2\pi r(h + r)}$

$270\,\pi\ cm^2 = 2\pi . 9\ cm(h + 9cm)$

$\dfrac{270\,\pi\ cm^2}{2\pi . 9\ cm} = h + 9cm \Rightarrow 15\ cm\ - 9\ cm = h \quad \Rightarrow \boldsymbol{h = 6\ cm}$

$\boldsymbol{V = A_B . h}$

$V = \pi r^2 . h \Rightarrow V = \pi(9\ cm)^2 . 6cm \Rightarrow \boldsymbol{V = 486\,\pi\ cm^3 \cong 1526,81 cm^3}$

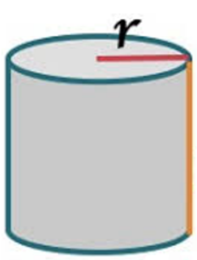
17) Un cilindro tiene un volumen de $1008\,\pi$ cm^3 (aproximadamente 3166,72 cm^3) y una altura de 7 cm. **a)** Calcular su área total.

b) Si su altura se incrementa en 3 cm, ¿Cuál será el volumen del nuevo cilindro, en cm^3?

$\boldsymbol{V = \pi r^2 . h}$

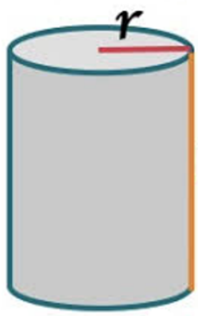
$\boldsymbol{V = 1008\,\pi\ cm^3}$

$\boldsymbol{V = ?}$



$\boldsymbol{h = \ 7\ cm}$

Cilindro 1



$\boldsymbol{h = \ 10\ cm}$

Cilindro 2

$\boldsymbol{A_T = 2\pi r(h + r)}$

$A_T = 2\pi . 12\ cm\ (7\ cm + 12\ cm)$

$A_T = 24\pi\ cm\ . 19\ cm$

$\boldsymbol{A_T = 456\,\pi\ cm^2 \cong 1432,566\ cm^2}$

Cilindro 1

$\boldsymbol{V = \pi r^2 . h}$

$V = 1008\pi\ cm^3$

$1008\,\pi\ cm^3 = \pi r^2 . 7cm$

$\dfrac{1008\,\pi\ cm^3}{\pi . 7\ cm} = r^2$

$9cm^2 = r^2$

$\sqrt{144\ cm^2} = \sqrt{r^2}$

$12\ cm = |r| \Rightarrow \boldsymbol{r = 12\ cm}$

Cilindro 2

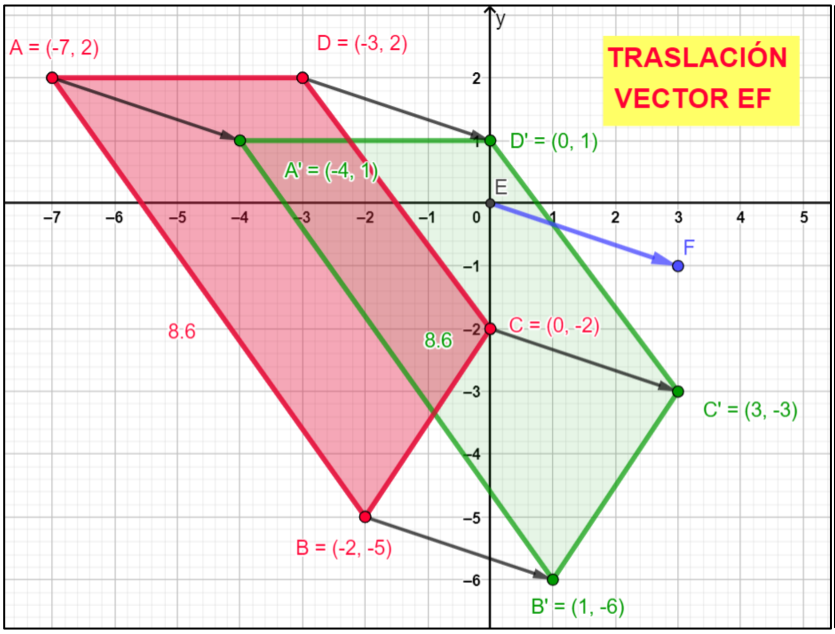
$\boldsymbol{V = \pi r^2 . h}$

$V = \pi(12cm)^2 . 10\ cm$

$\boldsymbol{V = 1440\,\pi\ cm^3}$

$\boldsymbol{V \cong 4523,893\ cm^3}$

17)a) Hallar gráficamente el cuadrilátero transformado del cuadrilátero ABCD a través de la traslación de vector $\overrightarrow{EF}$ de la figura.
b) Escribir las coordenadas de los vértices del cuadrilátero transformado A'B'C'D'
Calcula la medida del lado $\overline{A'B'}$ ¿Qué relación tiene con la medida del lado $\overline{AB}$?

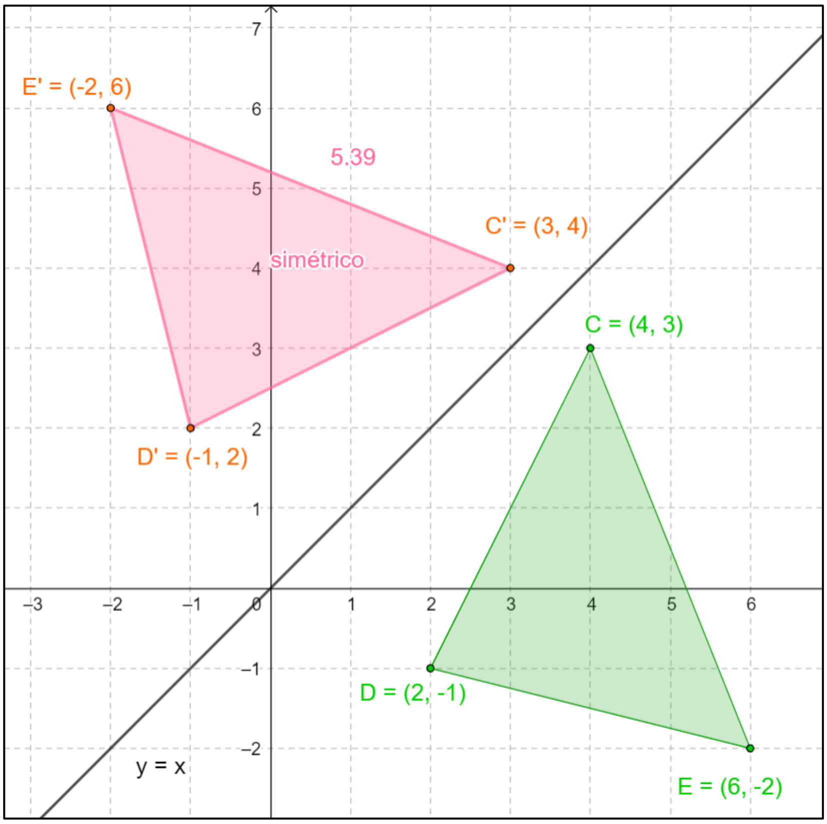


$A' = (-4;1)$
$B' = (1;-6)$
$C' = (3;-3)$
$D' = (0;1)$

$\overline{A'B'} = \sqrt{(-4-1)^2 + (1+6)^2}$
$\overline{A'B'} = \sqrt{(-5)^2 + 7^2}$
$\boldsymbol{\overline{A'B'} = \sqrt{74} \cong 8,6}$

$\boldsymbol{\overline{A'B'} = \overline{AB}}$
La figura no se deforma, solo cambia de posición

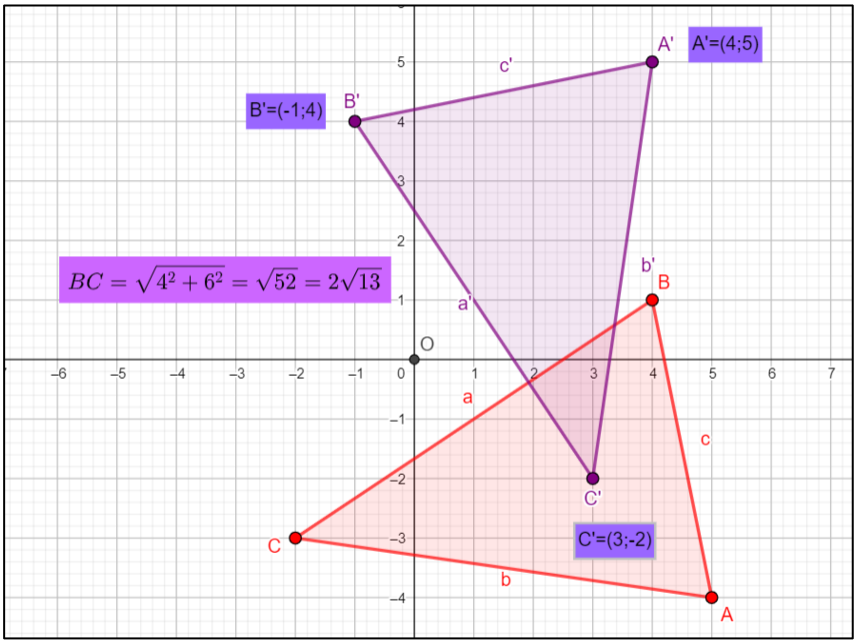
18) a) Hallar gráficamente el triángulo simétrico al triángulo CDE a través de la simetría axial con respecto a la recta y=x.
b) Escribir las coordenadas de los vértices del triángulo transformado C'D'E'. Calcular la medida del lado $\overline{C'E'}$.



$C' = (3;4)$
$D' = (-1;2)$
$E' = (-2;6)$

$\overline{C'E'} = \sqrt{(3+2)^2 + (4-6)^2}$
$\overline{C'E'} = \sqrt{5^2 + (-2)^2}$
$\boldsymbol{\overline{C'E'} = \sqrt{29} \cong 5,385}$

19)a) Hallar gráficamente el triángulo transformado del ABC a través de la rotación o giro con centro en el origen y ángulo de $+90º$ (Ten cuidado con el sentido de giro).
b) Escribir las coordenadas de los vértices del triángulo transformado A'B'C'. Calcula la medida del lado $\overline{BC}$.



$A' = (4;5)$
$B' = (-1;4)$
$C' = (3;-2)$

$B = (4;1)$
$C = (-2;-3)$

$\overline{BC} = \sqrt{(4+2)^2 + (1+3)^2}$
$\overline{BC} = \sqrt{6^2 + 4^2}$
$\overline{BC} = \sqrt{36+16}$
$\overline{BC} = \sqrt{52}$
$\overline{BC} = \sqrt{2^2}\sqrt{13}$
$\boldsymbol{\overline{BC} = 2\sqrt{13} \cong 7,21}$

52	2
26	2
13	13
1	

La solución a este movimiento la encontrás en https://www.geogebra.org/classic/xwpycphz