Vertiefende statistische Verfahren

3. Übungsblatt SS 2024

Stefan Kolb, Joachim Waltl

Allgemeine Information

Alle Aufgaben sind mit R zu lössen, wenn nicht explizit anders angegeben. Die Berechnungen sollen nachvollziehbar und dokumentiert sein. Um die vollständige Punktezahl zu erreichen, müssen alle Ergebnisse und Fragen entsprechend interpretiert bzw. beantwortet werden. Code alleine ist nicht ausreichend! Die Abgabe erfolgt über Moodle entsprechend der Abgaberichtlinien als pdf und Rmd File. Bitte inkludieren Sie namentlich alle beteiligten Gruppenmitglieder sowohl im Bericht als auch im Source Code. Die jeweiligen Datensätze die für diese Übung relevant sind finden Sie ebenfalls in Moodle.

1 Einfaktorielle ANOVA (händisch) [2P]

Ein Sportwissenschafter möchte sehen, ob es einen Unterschied in der Gewichtszunahme von Sportlern gibt, die einer von drei speziellen Diäten folgen. Die Athleten werden nach dem Zufallsprinzip drei Gruppen zugewiesen und unterziehen sich für 6 Wochen der jeweiligen Diät. Die Gewichtszunahmen (in Pfund) sind angegeben. Nehmen Sie an, dass die Gewichtszunahmen normalverteilt sind und die Varianzen gleich sind. Kann der Sportwissenschafter bei einem Signifikanzniveau von 0,05 schlussfolgern, dass es einen Unterschied zwischen den Diäten gibt? Führen Sie die ANOVA händisch durch und überprüfen Sie das Ergebnis mit summary(aov(...)).

Diät	Messwerte
A	3, 6, 7, 4
В	10, 12, 11, 14, 8, 6
\mathbf{C}	8, 3, 2, 5

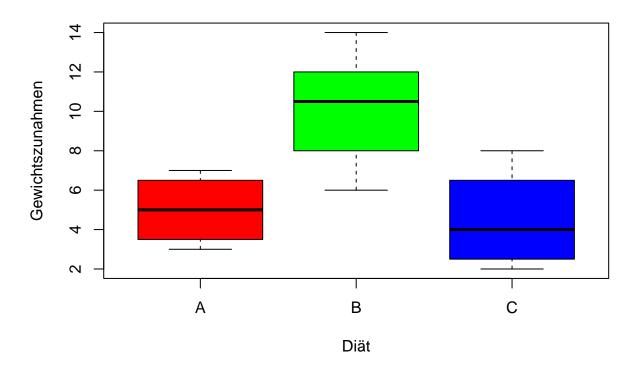
```
# Einlesen der Daten
gains <- list(
    A = c(3, 6, 7, 4),
    B = c(10, 12, 11, 14, 8, 6),
    C = c(8, 3, 2, 5))

# Überblick über die Daten / Farben nach Diet
str(gains)
```

```
## List of 3
## $ A: num [1:4] 3 6 7 4
## $ B: num [1:6] 10 12 11 14 8 6
## $ C: num [1:4] 8 3 2 5
```

```
boxplot(gains, col = c("red", "green", "blue"),
    ylab = "Gewichtszunahmen",
    xlab = "Diät",
    main = "Gewichtszunahmen nach Diät")
```

Gewichtszunahmen nach Diät



```
# Hypothesen
# H0: mu_a = mu_b = mu_c
# H1: mu_i != mu_j (für mindestens ein Paar i,j)

# Berechnung des Gesamt-Mittelwertes
mean_total = mean(unlist(gains))

# Berechnung der Quadratsummen
qs_between <- 0
for (group in gains) {
    group_mean <- mean(group)
    n <- length(group)
    qs_between <- qs_between + n * (group_mean - mean_total)^2
}

paste("Die Quadratsumme zwischen den Gruppen beträgt: ", round(qs_between,2))</pre>
```

[1] "Die Quadratsumme zwischen den Gruppen beträgt: 101.1"

```
qs_within <- 0
for (group in gains) {
  group_mean <- mean(group)</pre>
  for (value in group) {
    qs_within <- qs_within + (value - group_mean)^2
  }
}
paste("Die Quadratsumme innerhalb der Gruppen beträgt: ", round(qs_within,2))
## [1] "Die Quadratsumme innerhalb der Gruppen beträgt: 71.83"
qs_total <- sum((unlist(gains) - mean_total)^2)</pre>
paste("Die Quadratsumme insgesamt beträgt: ", round(qs_total,2))
## [1] "Die Quadratsumme insgesamt beträgt: 172.93"
# Prüfung der Quadratsummen
round(qs_total, 2)==round(qs_between + qs_within, 2)
## [1] TRUE
# Überprüfen der Vorraussetzungen
# Normalverteilung
for (group in gains) {
  print(shapiro.test(group))
}
##
  Shapiro-Wilk normality test
##
## data: group
## W = 0.94971, p-value = 0.7143
##
##
## Shapiro-Wilk normality test
##
## data: group
## W = 0.98901, p-value = 0.9866
##
##
## Shapiro-Wilk normality test
## data: group
## W = 0.94563, p-value = 0.6889
# Varianzhomogenität (Barlet-Test)
bartlett.test(gains)
```

```
##
## Bartlett test of homogeneity of variances
##
## data: gains
## Bartlett's K-squared = 0.61192, df = 2, p-value = 0.7364
# Freiheitsgrade
df_between <- length(gains) - 1</pre>
df_within <- length(unlist(gains)) - length(gains)</pre>
df_total <- length(unlist(gains)) - 1</pre>
# Berechnung der Varianzen (Mittlere Quadratsummen)
ms_total <- qs_total / df_total</pre>
ms_between <- qs_between / df_between
ms_within <- qs_within / df_within</pre>
# Berechnung des F-Wertes
f_value <- ms_between / ms_within</pre>
paste("Der F-Wert beträgt: ", round(f_value, 2))
## [1] "Der F-Wert beträgt: 7.74"
# kritischer F-Wert aus Tabelle
alpha \leftarrow 0.05
f_critical <- qf(alpha, df_between, df_within,lower.tail = F)</pre>
paste("Der kritische F-Wert beträgt: ", round(f_critical, 2))
## [1] "Der kritische F-Wert beträgt: 3.98"
# Ergebnis
if (f_value > f_critical) {
 print("HO wird verworfen")
} else {
  print("HO wird nicht verworfen")
## [1] "HO wird verworfen"
# p-Wert
p_value <- pf(f_value, df_between, df_within, lower.tail = F)</pre>
paste("Der berechnete p-Wert beträgt: ", round(p_value,5))
## [1] "Der berechnete p-Wert beträgt: 0.00797"
# Überprüfung mit R
diet <- factor(rep(names(gains), times = sapply(gains, length)))</pre>
all_gains <- unlist(gains)</pre>
aov_result <- aov(all_gains ~ diet)</pre>
summary(aov_result)
```

Interpretation: In diesem Fall gibt es einen signifikanten Einfluss des Faktors Diät [F(2,11) = 7.74; p < 0.05] auf die Gewichtszunahme der Sportler. Die Ergebnisse der manuellen Berechnung, stimmen mit den Ergebnissen der ANOVA-Analyse in R überein.

2 Einfaktorielle ANOVA [2P]

Analysieren Sie die Daten zu niedrigem Geburtsgewicht von Neugeborenen in birthwt_aov.xlsx. Untersuchen Sie ob die ethnische Zugehörigkeit der Mutter (Variable ethnic, wobei 1 = "white", 2 = "black", 3 = "other") einen Einfluss auf das Geburtsgewicht von Neugeborenen hat (Variable bwt). Beachten Sie dabei folgende Punkte:

- i) Überprüfen Sie die Vorraussetzungen.
- ii) Verwenden Sie eine geeignete grafische Darstellung der Daten / Ergebnisse.
- iii) Gibt es signifikante Unterschiede zwischen den Gruppen, wenn ja zwischen welchen Gruppen?
- iv) Achten Sie auf eine "statistisch korrekte" Formulierung des Ergebnisses.

```
# Daten einlesen
library(readxl)
birthwt <- read_excel("UE3 Daten/birthwt_aov.xlsx")</pre>
# Faktor für ethnische Zugehörigkeit
birthwt$ethnic <- factor(birthwt$ethnic, levels = c(1,2,3), labels = c("white", "black", "other"))
# Überblick über die Daten
str(birthwt)
## tibble [189 x 10] (S3: tbl_df/tbl/data.frame)
  $ low
            : num [1:189] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
   $ age
            : num [1:189] 19 33 20 21 18 21 22 17 29 26 ...
            : num [1:189] 182 155 105 108 107 124 118 103 123 113 ...
   $ ethnic: Factor w/ 3 levels "white","black",..: 2 3 1 1 1 3 1 3 1 1 ...
   $ smoke : num [1:189] 0 0 1 1 1 0 0 0 1 1 ...
##
   $ ptl
            : num [1:189] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
            : num [1:189] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
##
   $ ht
            : num [1:189] 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 ...
##
  $ ui
   $ ftv
            : num [1:189] 0 3 1 2 0 0 1 1 1 0 ...
            : num [1:189] 2523 2551 2557 2594 2600 ...
   $ bwt
table(birthwt$ethnic)
##
## white black other
##
      96
            26
                  67
```

summary(birthwt\$bwt)

```
## Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu. Max.
## 709 2414 2977 2945 3487 4990
```

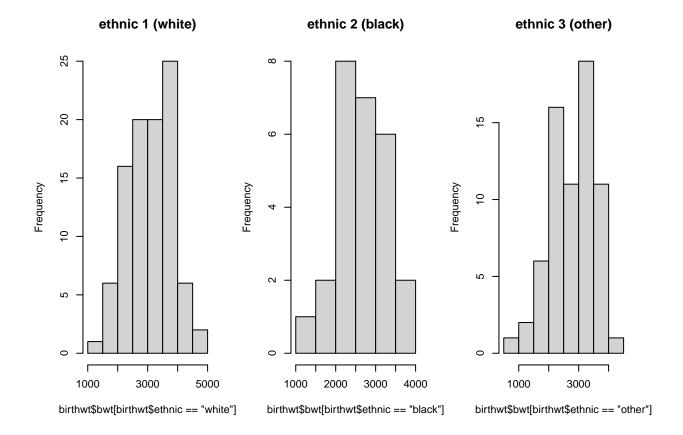
```
# Hypothesen
# H0: mu_white = mu_black = mu_other
# H1: mu_i != mu_j (für mindestens ein Paar i,j)

# Überprüfen der Vorraussetzungen

# Vergleich der Gruppengrößen
max(table(birthwt$ethnic))/min(table(birthwt$ethnic)) < 1.5
```

[1] FALSE

```
# Normalverteilung (für jede Gruppe)
par(mfrow = c(1,3))
hist(birthwt$bwt[birthwt$ethnic == 'white'], main = "ethnic 1 (white)")
hist(birthwt$bwt[birthwt$ethnic == 'black'], main = "ethnic 2 (black)")
hist(birthwt$bwt[birthwt$ethnic == 'other'], main = "ethnic 3 (other)")
```



```
ethnics <- unique(birthwt$ethnic)</pre>
# Shapiro-Wilk-Test
for (ethnic in ethnics) {
  print(shapiro.test(birthwt$bwt[birthwt$ethnic == ethnic]))
}
##
##
    Shapiro-Wilk normality test
##
## data: birthwt$bwt[birthwt$ethnic == ethnic]
## W = 0.97696, p-value = 0.8038
##
##
##
   Shapiro-Wilk normality test
##
```

data: birthwt\$bwt[birthwt\$ethnic == ethnic]

data: birthwt\$bwt[birthwt\$ethnic == ethnic]

W = 0.97537, p-value = 0.2046

Shapiro-Wilk normality test

W = 0.98727, p-value = 0.4861

##

##

Ein visuelle Überprüfung der Normalverteilung zeigt, dass diese für alle Gruppen gegeben ist. Der Shapiro-Wilk-Test bestätigt diese Annahme, weshalb die Annahme einer Normalverteilung der Residien erfüllt ist. Ein Vergleich der Gruppengrößen zeigt, dass die Gruppen unterschiedlich groß sind, da der Quotien aus der größten und kleinsten Gruppengröße größer als 1.5 ist. Das ist jedoch kein großes Problem, da die ANOVA robust gegenüber unterschiedlichen Gruppengrößen ist, insofern die Varianzhomogenität nicht verletzt wird Wikipedia.

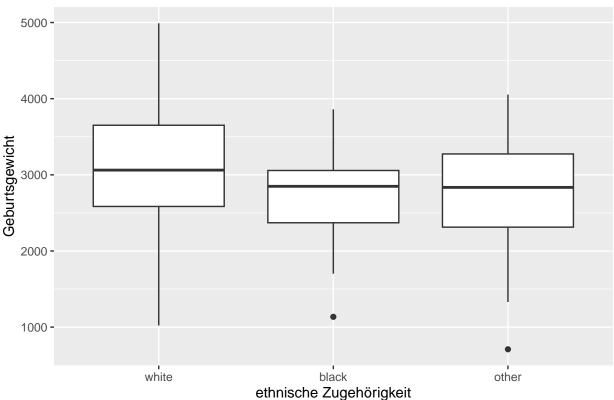
```
# Varianzhomogenität (Heteroskedastizität)
# Levene-Test
library(car)
leveneTest(bwt ~ ethnic, data = birthwt)
## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
         Df F value Pr(>F)
           2
            0.4684 0.6267
## group
         186
# Bartlett-Test
bartlett.test(birthwt$bwt ~ birthwt$ethnic)
##
   Bartlett test of homogeneity of variances
##
## data: birthwt$bwt by birthwt$ethnic
## Bartlett's K-squared = 0.65952, df = 2, p-value = 0.7191
```

Sowohl der Levene- als auch der Bartlett-Test zeigen, dass die Varianzhomogenität gegeben ist.

Alle wesentlichen Vorraussetzungen für die ANOVA sind somit gegeben und sie kann ohne Bedenken durchgeführt werden.

```
# ANOVA
aov_result <- aov(bwt ~ ethnic, data = birthwt)</pre>
summary(aov_result)
                     Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
##
                 2 5015725 2507863
                                      4.913 0.00834 **
## ethnic
               186 94953931 510505
## Residuals
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
# Darstellung der Ergebnisse
library(ggplot2)
ggplot(birthwt, aes(x = ethnic, y = bwt)) +
  geom_boxplot() +
  labs(title = "Geburtsgewicht in Abhängigkeit der ethnischen Zugehörigkeit",
       x = "ethnische Zugehörigkeit",
      y = "Geburtsgewicht")
```

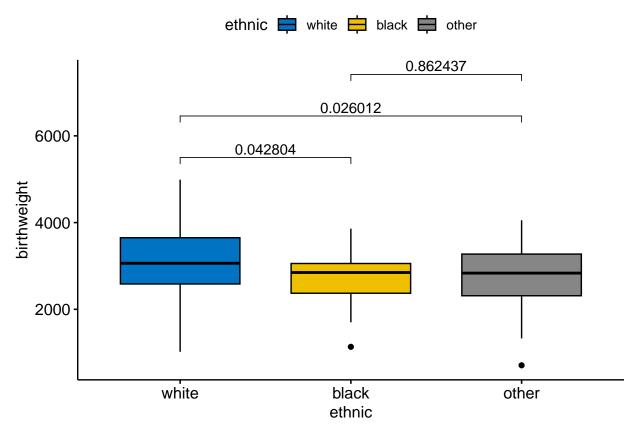
Geburtsgewicht in Abhängigkeit der ethnischen Zugehörigkeit



Die ethnische Zugehörigkeit hat einen signifikanten Einfluss auf das Geburtsgewicht von Neugeborenen, F(2,186) = 4.91, p = 0.008.

Um herauszufinden zwischen welchen Gruppen signifikante Unterschiede bestehen, wird nun eine Post-Hoc-Analyse durchgeführt. Als geeigneter Test wird der Tukey HSD-Test verwendet.

```
# Post-Hoc-Test
pht <- TukeyHSD(aov_result)</pre>
print(pht)
##
     Tukey multiple comparisons of means
##
       95% family-wise confidence level
##
## Fit: aov(formula = bwt ~ ethnic, data = birthwt)
##
## $ethnic
##
                     diff
                                lwr
                                           upr
                                                   p adj
## black-white -383.02644 -756.2363 -9.816581 0.0428037
## other-white -297.43517 -566.1652 -28.705095 0.0260124
## other-black 85.59127 -304.4521 475.634630 0.8624372
# Darstellung der Ergebnisse
library(ggpubr)
stat.test <- tibble::tribble(</pre>
  ~group1, ~group2,
                     ~p.adj,
           "black", round(pht$ethnic[1,4],6),
  "white",
             "other", round(pht$ethnic[2,4],6),
  "white",
  "black",
              "other", round(pht$ethnic[3,4],6))
# Boxplots (inkl. p-Werte)
ggboxplot(birthwt, x = "ethnic", y = "bwt",
          fill = "ethnic",
         palette = "jco",
          ylab = "birthweight") +
  stat_pvalue_manual(stat.test,
                     y.position = 5500, step.increase = 0.2,
                     label = "p.adj")
```



Der Tukey HSD-Test zeigt, dass es signifikante Unterschiede zwischen den ethnischen Gruppen "white" und "black" (p = 0.043) sowie "white" und "other" (p = 0.026) gibt. Zwischen den Gruppen "black" und "other" besteht hingegen kein signifikanter Unterschied (p = 0.862). Konkret wiegen schwarze Neugeborene durchschnittlich 383,03 Gramm weniger als weiße. Neugeborene aus anderen ethnischen Gruppen weisen ebenfalls ein signifikant geringeres Geburtsgewicht auf als weiße Neugeborene, mit einem durchschnittlichen Unterschied von 297,44 Gramm. Im Vergleich zwischen schwarzen und anderen ethnischen Gruppen gibt es jedoch keinen signifikanten Unterschied im Geburtsgewicht, wie die Analyse mit einem p-Wert von 0.8624 zeigt.

3 Einfaktorielle ANOVA [2P]

Verwenden Sie den bereits bekannten Framingham.sav Datensatz. Analysieren Sie ob es Unterschiede im BMI in Abhängigkeit von der Schulbildung gibt. Achten Sie auf Ausreißer und fehlende Daten (NaN, NA's).

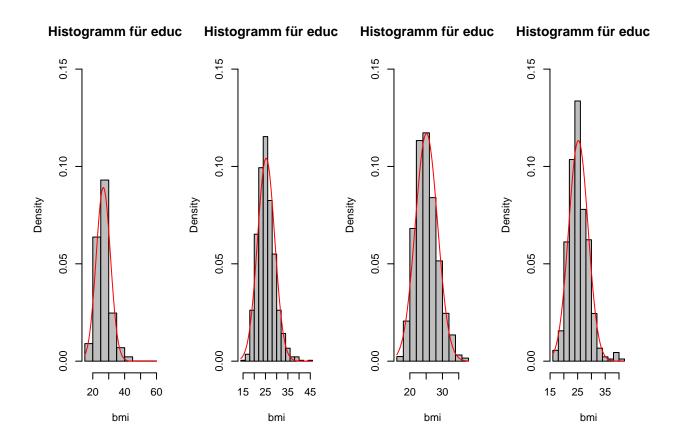
i) Überprüfen Sie die Vorraussetzungen.

```
load_source()

# Load and clean data. Handle factor variables
framingham <- load_and_prepare_framingham("UE3 Daten/Framingham.sav")

# Check requirements for ANOVA

# -- For education levels</pre>
```



```
##
##
    Shapiro-Wilk normality test
##
## data: data$bmi[data$educ==1]
   W = 0.94863, p-value < 2.2e-16
##
##
##
##
    Shapiro-Wilk normality test
##
  data: data$bmi[data$educ==2]
##
  W = 0.97479, p-value = 4.192e-13
##
##
##
    Shapiro-Wilk normality test
##
   data: data$bmi[data$educ==3]
##
   W = 0.98319, p-value = 1.188e-06
##
##
##
    Shapiro-Wilk normality test
##
## data: data$bmi[data$educ==4]
## W = 0.96666, p-value = 1.419e-08
```

```
# Variance inhomogeneity (Heteroscedasticity)
# Levene test
leveneTest(bmi ~ educ, data = framingham)
## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
          Df F value
                       Pr(>F)
##
            3 12.304 5.22e-08 ***
## group
##
         3822
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
# Bartlett test
bartlett.test(bmi ~ educ, data = framingham)
##
##
   Bartlett test of homogeneity of variances
##
## data: bmi by educ
## Bartlett's K-squared = 89.772, df = 3, p-value < 2.2e-16
```

Die Histogramme der BMI-Werte für die verschiedenen Bildungsstufen zeigen, dass die Verteilung der BMI-Werte für jede Bildungsstufe keiner Normalverteilung folgt. Der Shapiro-Wilk-Test bestätigt diese Annahme, da die p-Werte für alle Bildungsstufen kleiner als 0,05 sind. Außerdem zeigt der Levene Test, dass die Varianz aller Gruppen nicht gleich ist. Daher sind die Voraussetzunge einer ANOVA verletzt. Allerdings reagiert der F-Test auf Abweichungen nicht so empfindlich, wenn 1) die Gruppengrößen etwa gleich sind 2) und die Gruppen hinreichend groß sind.

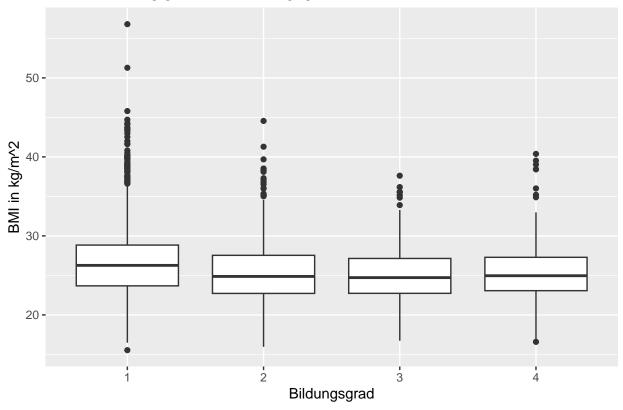
```
table(framingham$educ)
```

```
## 1 2 3 4
## 1619 1127 631 449
```

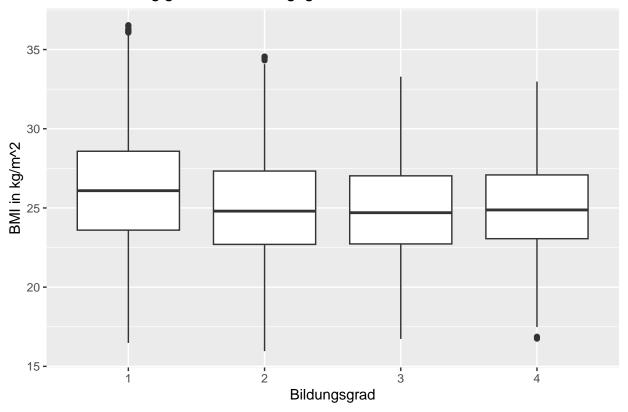
Da Bedinung 1 nicht erfüllt ist, muss von einer ANOVA abgesehen werden. Stattdessen wird ein Kruskal Wallis Test angewandt.

i) Verwenden Sie eine geeignete grafische Darstellung der Daten / Ergebnisse.

BMI in Abhängigkeit des Bildungsgrades



BMI in Abhängigkeit des Bildungsgrades



Die Boxplots legen die Vermutung nahe, dass zumindest der Unterschieder zwischen Gruppe "Bildungsgrad 1" und den anderen Gruppen signfikant ist.

i) Gibt es signifikante Unterschiede zwischen den Bildungsstufen, wenn ja zwischen welchen Stufen?

```
# RESULTS NOT VALID! REQUIREMENTS NOT MET!

# # ANOVA
# aov_result <- aov(bmi ~ educ, data = framingham)
# summary(aov_result)

# # Show results
# library(ggplot2)
# ggplot(framingham, aes(x = educ, y = bmi)) +
# geom_boxplot() +
# labs(title = "BMI in Abhängigkeit des Bildungsgrades",
# x = "Bildungsgrad",
# y = "BMI in kg/m^2")</pre>
```

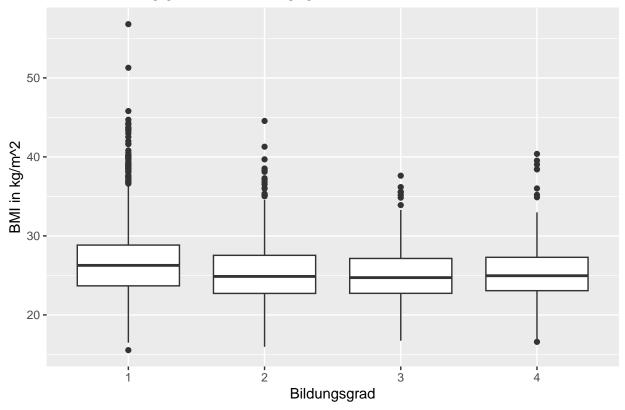
```
# RESULTS NOT VALID! REQUIREMENTS NOT MET!

# # Post hoc analysis
# pht <- TukeyHSD(aov_result)
# print(pht)

# # Show results</pre>
```

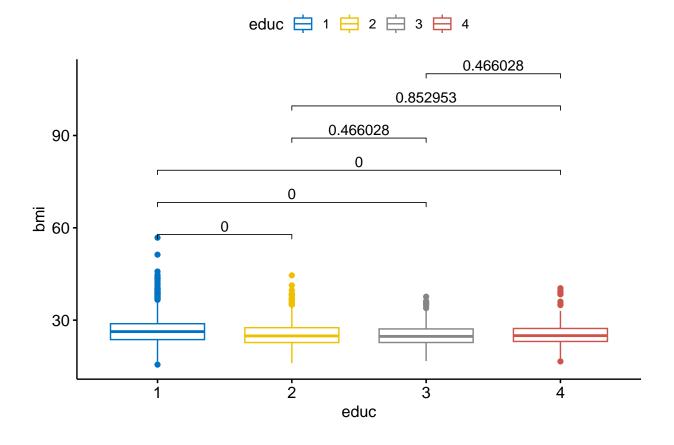
```
# library(ggpubr)
# stat.test <- tibble::tribble(</pre>
    ~group1, ~group2, ~p.adj,
    "1",
#
            "2", round(pht$educ[1,4],6),
#
   "1",
             "3", round(pht$educ[2,4],6),
    "1",
            "4", round(pht$educ[3,4],6),
#
  "2",
#
            "3", round(pht\$educ[4,4],6),
   "2".
            "4", round(pht$educ[5,4],6),
#
    "3",
            "4", round(pht$educ[6,4],6))
# # Determine the maximum value of the 'bmi' column
# max_bmi <- max(framingham$bmi, na.rm = TRUE)</pre>
# # Create an array of y positions starting from the maximum BMI value and incrementing by a small amou
\# y_positions \leftarrow max_bmi + seq(from = 1, to = 6, by = 1)
# # Create boxplot
# qqboxplot(framinqham, x = "educ", y = "bmi",
            color = "educ",
#
            palette = "jco") +
#
   stat_pvalue_manual(stat.test,
                       y.position = y_positions,
#
#
                        step.increase = 0.2,
#
                        label = "p.adj")
# Kruskal Wallis Test
# Non parametric test instead of one way ANOVA
kwt_result <- kruskal.test(bmi ~ educ, data = framingham)</pre>
kwt_result
##
## Kruskal-Wallis rank sum test
##
## data: bmi by educ
## Kruskal-Wallis chi-squared = 102.08, df = 3, p-value < 2.2e-16
# Show results
library(ggplot2)
ggplot(framingham, aes(x = educ, y = bmi)) +
  geom_boxplot() +
  labs(title = "BMI in Abhängigkeit des Bildungsgrades",
       x = "Bildungsgrad",
       y = "BMI in kg/m^2")
```

BMI in Abhängigkeit des Bildungsgrades



Da der p-Wert kleiner als 0.05 ist, kann angenommen werden, dass es einen signifikanten Unterschied zwischen den Bildungsstufen gibt.

```
# Post hoc test
# Perform pairwise Wilcoxon test
pwt_result <- pairwise.wilcox.test(framingham$bmi, framingham$educ, p.adjust.method = "BH")</pre>
# Extract p-values
p_values <- pwt_result$p.value</pre>
print(p_values)
##
                           2
                                      3
## 2 4.143386e-15
                          NA
                                     NA
## 3 3.142318e-14 0.4660284
## 4 3.560653e-09 0.8529525 0.4660284
# Create data frame for manual p-value annotation
stat.test <- tibble::tribble(</pre>
  ~group1, ~group2,
                       ~p.adj,
  "1",
           "2", round(p_values[1],6),
  "1",
           "3", round(p_values[2],6),
  "1",
           "4", round(p_values[3],6),
           "3", round(p_values[5],6),
  "2",
           "4", round(p_values[6],6),
  "2",
           "4", round(p_values[9],6))
  "3",
```



i) Achten Sie auf eine "statistisch korrekte" Formulierung des Ergebnisses.

Der Wilcoxon Test liefert beim Faktor "Bildunsgrad" für die Vergleichspaare (1,2), (1,3) und (1,4) einen hochsignifikanten p-Wert kleiner 0.01. D.h. der BMI der Gruppe mit Bildungsgrad 1 utnerscheidet sich signifikant von den anderen Bildungsgraden, während der Unterschied zwischen den anderen Bildungsgraden (2,3), (2,4), (3,4) nicht signifikant ist. Nimmt man an, dass die Gruppen aus Populationen mit annähernd derselben Verteilung entstammen, impliziert dies, dass der Median der Gruppe mit Bildungsgrad 1 signifikant höher als der Median der anderen Gruppen ist.

4 Mehrfaktorielle ANOVA [2P]

Sie führen eine Studie bezüglich des Einflusses unterschiedlicher Diäten und Aktivitätslevels auf den Erfolg bei der Gewichtsabnahme durch. Jedem Probanden wird eine Diät und ein Aktivitätslevel zugewiesen und die Differenz zum Ausgangsgewicht nach 2 Monaten gemessen (in kg). Die Daten der Studie sind in weightloss.sav zusammengefasst. Analysieren Sie ob die beiden Faktoren einen Einfluss auf das Gewicht haben.

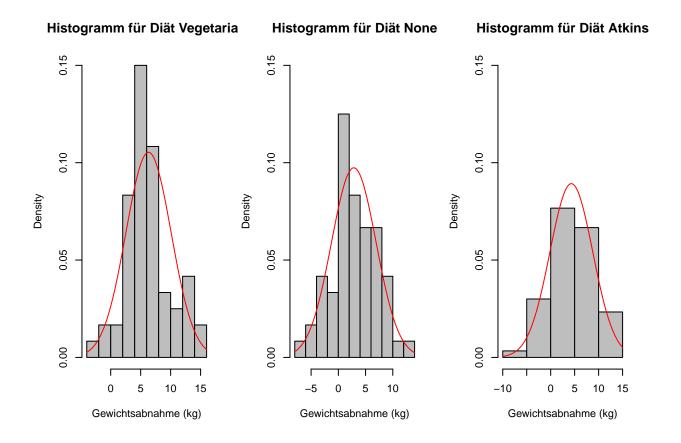
- i) Überprüfen Sie die Vorraussetzungen.
- ii) Verwenden Sie eine geeignete grafische Darstellung der Daten / Ergebnisse.
- iii) Gibt es signifikante Haupteffekte sowie Interaktionseffekte (inkl. Interaktions-Plot)?
- iv) Achten Sie auf eine "statistisch korrekte" Formulierung des Ergebnisses.

```
# Laden der Daten
library(foreign)
weightloss <- read.spss("UE3 Daten/weightloss.sav", to.data.frame = TRUE)</pre>
head(weightloss)
     id
                              exercise wloss
##
              diet
     1 Vegetarian 60 minutes per day 13.96
## 2 2
              None 30 minutes per day -2.12
## 3 3
              None 60 minutes per day 6.92
## 4 4
            Atkins 30 minutes per day 0.68
## 5 5 Vegetarian 60 minutes per day 4.68
## 6
     6
              None 30 minutes per day 0.36
summary(weightloss)
                              diet
##
          id
                                                    exercise
                                                                   wloss
##
           : 1.00
                                :60
                                                                      :-6.440
    Min.
                     None
                                      None
                                                         :60
                                                               \mathtt{Min}.
   1st Qu.: 45.75
##
                     Atkins
                                :60
                                      30 minutes per day:60
                                                               1st Qu.: 1.220
##
  Median : 90.50
                     Vegetarian:60
                                      60 minutes per day:60
                                                               Median : 4.640
  Mean
          : 90.50
                                                               Mean
                                                                      : 4.488
##
    3rd Qu.:135.25
                                                               3rd Qu.: 7.320
   Max.
           :180.00
                                                               Max.
                                                                      :14.760
attr(weightloss, "variable.labels")
##
                                                     id
##
                                                     11 11
##
                                                   diet
##
                        "Diet assigned to participant"
##
##
             "Exercise level assigned to participant"
##
## "Observed weigth loss in kilos over last 2 months"
# Hypothesen
# HO (Diät): mu_noDiet = mu_vegetarian = mu_atkins
# HO (Activität): mu none = mu 30 = mu 60
```

HO (Interaktion): Alle Mittelwertunterschiede werden durch die Haupteffekte erklärt.

Nun werden die Vorraussetzungen für die ANOVA überprüft.

```
# Überprüfen der Vorraussetzungen
# -- für Diet-Gruppen
unique_diets <- unique(weightloss$diet)</pre>
# Normalverteilung
par(mfrow = c(1, 3))
for(diet in unique_diets) {
  # Daten für die spezifische Diät
  diet_data <- weightloss$wloss[weightloss$diet == diet]</pre>
  # Histogramm erstellen
  hist(diet_data, probability = TRUE,
       main = paste("Histogramm für Diät", diet),
       xlab = "Gewichtsabnahme (kg)",
       col = "gray", border = "black",
       ylim = c(0, 0.15))
  # Normalverteilungskurve hinzufügen
  curve(dnorm(x, mean = mean(diet_data), sd = sd(diet_data)), add = TRUE, col = "red")
}
```



```
# Shapiro-Wilk-Test
for (diet in unique_diets) {
  print(shapiro.test(weightloss$wloss[weightloss$diet == diet]))
}
##
   Shapiro-Wilk normality test
##
##
## data: weightloss$wloss[weightloss$diet == diet]
## W = 0.96877, p-value = 0.1271
##
##
##
  Shapiro-Wilk normality test
## data: weightloss$wloss[weightloss$diet == diet]
## W = 0.98733, p-value = 0.7893
##
##
##
   Shapiro-Wilk normality test
## data: weightloss$wloss[weightloss$diet == diet]
## W = 0.98252, p-value = 0.5436
# -- für Activity-Gruppen
unique_activities <- unique(weightloss$exercise)</pre>
# Normalverteilung
par(mfrow = c(1, 3))
for(activity in unique_activities) {
  # Daten für die spezifische Aktivität
 activity_data <- weightloss$wloss[weightloss$exercise == activity]</pre>
  # Histogramm erstellen
  hist(activity data, probability = TRUE,
       main = paste("Exercise:", activity),
      xlab = "Gewichtsabnahme (kg)",
       col = "gray", border = "black",
       ylim = c(0, 0.15))
  # Normalverteilungskurve hinzufügen
  curve(dnorm(x, mean = mean(activity_data), sd = sd(activity_data)), add = TRUE, col = "red")
}
```

Exercise: 60 minutes per day Exercise: 30 minutes per day Exercise: None Strong of the content of the conten

-5

0

Gewichtsabnahme (kg)

5

10

-5

0

Gewichtsabnahme (kg)

5

10

2 4 6 8

12

Varianzhomogenität (Heteroskedastizität)

Gewichtsabnahme (kg)

```
\# Shapiro-Wilk-Test
for (activity in unique_activities) {
  print(shapiro.test(weightloss$wloss[weightloss$exercise == activity]))
}
##
    Shapiro-Wilk normality test
##
##
## data: weightloss$wloss[weightloss$exercise == activity]
  W = 0.96325, p-value = 0.06792
##
##
##
    Shapiro-Wilk normality test
##
## data: weightloss$wloss[weightloss$exercise == activity]
## W = 0.98855, p-value = 0.8468
##
##
##
    Shapiro-Wilk normality test
##
## data: weightloss$wloss[weightloss$exercise == activity]
## W = 0.98445, p-value = 0.6417
```

```
# Levene-Test
leveneTest(wloss ~ diet, data = weightloss)
## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
          Df F value Pr(>F)
## group
           2 1.4859 0.2291
         177
leveneTest(wloss ~ exercise, data = weightloss)
## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
          Df F value Pr(>F)
           2 0.3179 0.7281
## group
##
         177
leveneTest(wloss ~ diet * exercise, data = weightloss)
## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
          Df F value Pr(>F)
           8 0.7178 0.6756
## group
##
         171
# Bartlett-Test
bartlett.test(wloss ~ diet, data = weightloss)
##
  Bartlett test of homogeneity of variances
##
## data: wloss by diet
## Bartlett's K-squared = 1.613, df = 2, p-value = 0.4464
bartlett.test(wloss ~ exercise, data = weightloss)
##
## Bartlett test of homogeneity of variances
##
## data: wloss by exercise
## Bartlett's K-squared = 0.54989, df = 2, p-value = 0.7596
Die Überprüfung der Varianzhomogenität mittels Levene-Test und Bartlett-Test ergab keine signifikanten
Unterschiede in den Varianzen zwischen den Diät- und Aktivitätsgruppen. Somit erfüllen die Daten die
```

Voraussetzung der Varianzhomogenität für die Durchführung einer mehrfaktoriellen ANOVA. Es ist also statistisch angemessen, die Haupteffekte sowie den Interaktionseffekt der beiden Variablen zu analysieren.

```
# Durchführung der ANOVA
summary(aov(wloss~diet+exercise,data=weightloss))
```

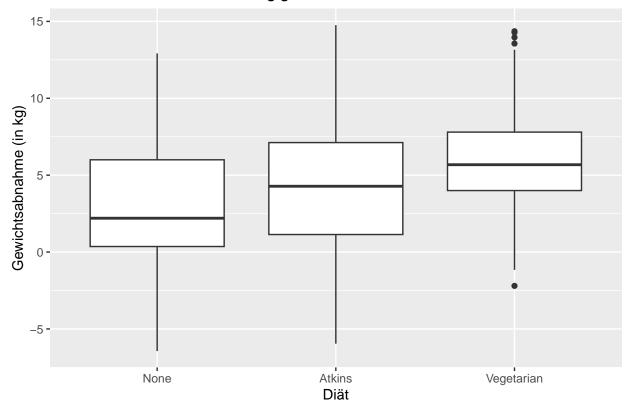
```
##
               Df Sum Sq Mean Sq F value
                                          Pr(>F)
## diet
                2 363.9
                          182.0
                                  21.16 5.91e-09 ***
## exercise
                2 1508.9
                           754.4
                                  87.72 < 2e-16 ***
## Residuals
             175 1505.2
                             8.6
## Signif. codes: 0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '.' 0.1 ' 1
```

#mit Interaktionseffekte summary(aov(wloss~diet*exercise,data=weightloss))

```
##
                Df Sum Sq Mean Sq F value
## diet
                 2 363.9 182.0 21.124 6.33e-09 ***
                 2 1508.9
                            754.4 87.589 < 2e-16 ***
## exercise
                4 32.3
                              8.1
                                  0.937
                                            0.444
## diet:exercise
## Residuals
               171 1472.9
                              8.6
## Signif. codes: 0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '.' 0.1 ' 1
```

Ergebnisse der ANOVA

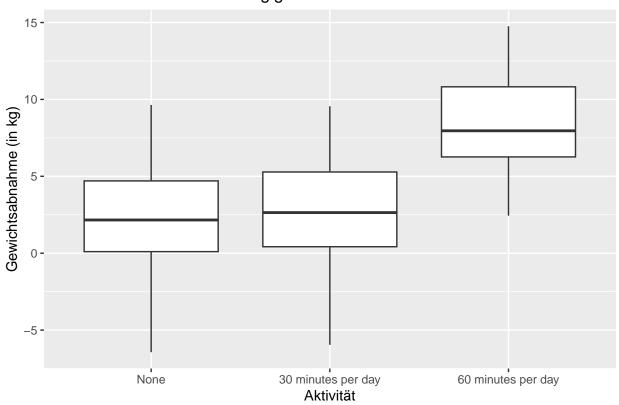
Gewichtsabnahme in Abhängigkeit der Diät



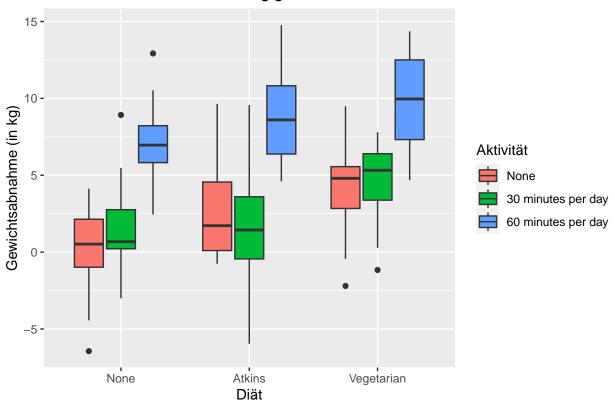
```
# Boxplot (activities)
ggplot(weightloss, aes(x = exercise, y = wloss)) +
  geom_boxplot() +
  labs(title = "Gewichtsabnahme in Abhängigkeit der Aktivität",
```

```
x = "Aktivität",
y = "Gewichtsabnahme (in kg)")
```

Gewichtsabnahme in Abhängigkeit der Aktivität



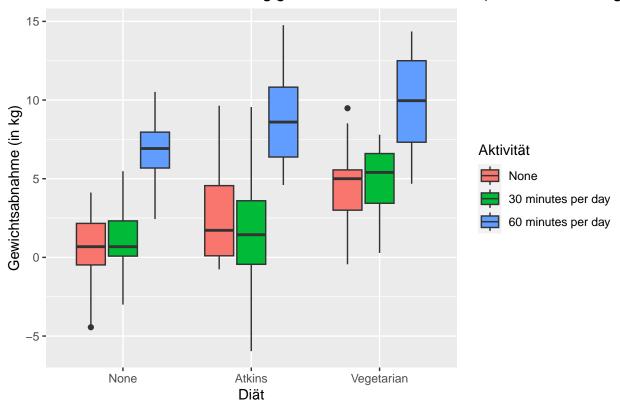
Gewichtsabnahme in Abhängigkeit der Diät und Aktivität



```
# Ausreißer bereinigen (median +- 1.5 IQR)
library(dplyr)
weightloss_clean <- weightloss %>%
    group_by(diet, exercise) %>%
    mutate(lb = quantile(wloss, 0.25) - 1.5 * IQR(wloss),
        ub = quantile(wloss, 0.75) + 1.5 * IQR(wloss)) %>%
    filter(wloss >= lb & wloss <= ub)

# Boxplot (diets & activities)
ggplot(weightloss_clean, aes(x = diet, y = wloss, fill = exercise)) +
    geom_boxplot() +
    labs(title = "Gewichtsabnahme in Abhängigkeit der Diät und Aktivität (ausreißerbereinigt)",
        x = "Diät",
        y = "Gewichtsabnahme (in kg)",
        fill = "Aktivität")</pre>
```

Gewichtsabnahme in Abhängigkeit der Diät und Aktivität (ausreißerbereinigt

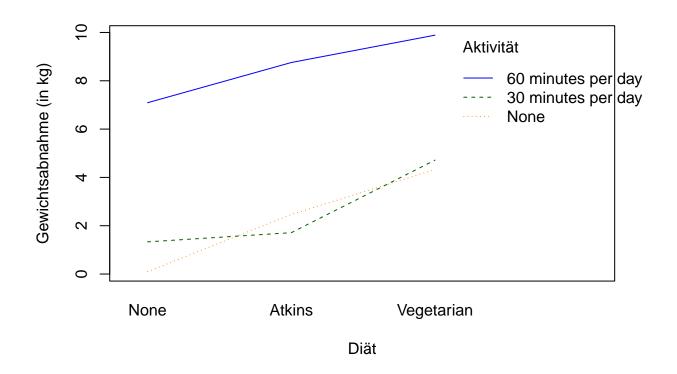


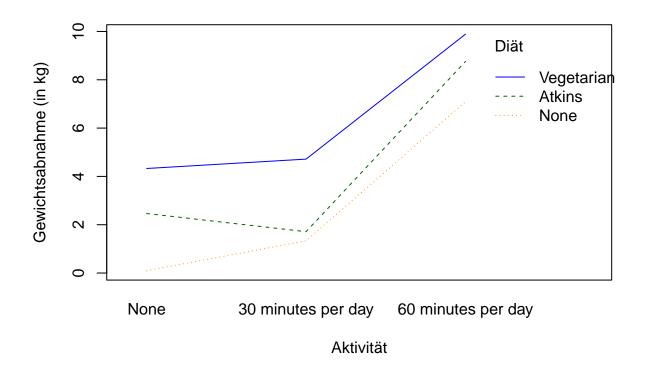
i) Gibt es signifikante Haupteffekte sowie Interaktionseffekte (inkl. Interaktions-Plot)?

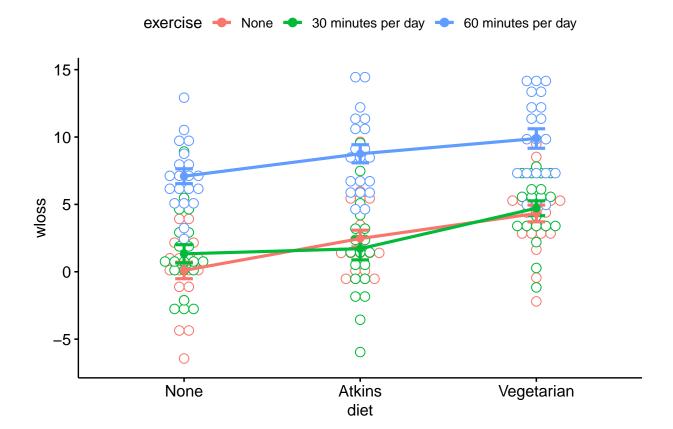
Der Faktor Diet (Df=2) hat einen deutlichen Einfluss auf die Gewichtsabnahme mit einem F-Wert von 21.124 und einem hochsignifikanten p-Wert (6.33e-09).

Das Bewegungsausmaß (Df=2) hatte einen noch stärkeren Einfluss auf die Gewichtsabnahme mit einem F-Wert von 87.589 und einem ebenfalls hochsignifikanten p-Wert (< 2e-16).

Die Interaktion zwischen Diät und Bewegung (Df = 4) war nicht signifikant mit einem F-Wert von 0.937 und einem p-Wert von 0.444. Dies bedeutet, dass die Wechselwirkung zwischen Diät und Bewegung keinen signifikanten Beitrag zur Erklärung der Gewichtsabnahme liefert.

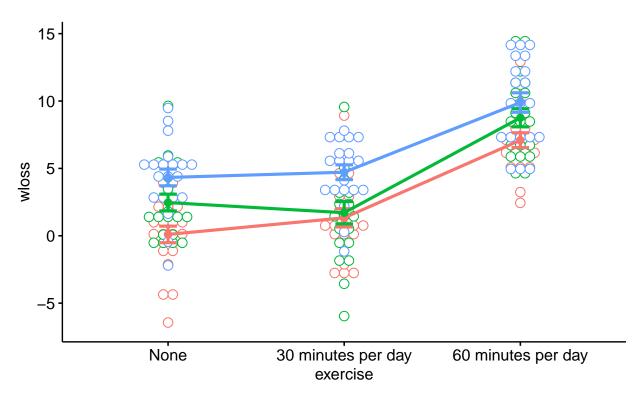






```
ggline(weightloss, x = "exercise", y = "wloss", color = "diet", size = 1.1,
    add = c("mean_se", "dotplot"))
```





Interaktionsplot 1: Dieser Plot zeigt die Gewichtsabnahme aufgeteilt nach Diättyp und gruppiert nach Aktivitätsniveau. Die drei Linien repräsentieren die unterschiedliche Aktivitätsniveaus. Auffallend ist hier, dass sich die Linien für keine Aktivität und die des mittleren Atktivitätsniveaus bei der Atkins-Diet kreuzen. Dies könnte auf eine leichte semidisordinale Interaktion, in diesem Fall hindeuten. Allerdings war die Interaktion in der ANOVA statistisch nicht signifikant (p = 0.444), somit ist diese visuell wahrgenommene Interaktion möglicherweise nicht stark genug ist, um statistisch statistische Signifikanz zu erreichen.

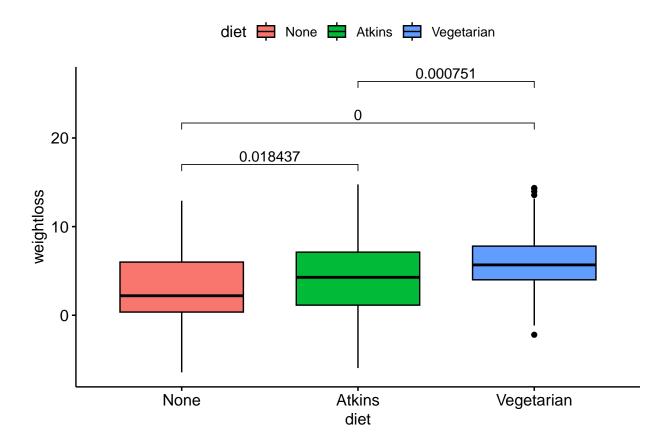
Interaktionsplot 2: Auf diesem Plot ist die Gewichtsabnahme aufgeteilt nach Aktivitätsniveau und gruppiert nach Diättyp. Die drei Linien repräsentieren die unterschiedlichen Diättypen. Die Linien zeigen sehr ähnliche Trends auf, und kreuzen sich nicht. Dies unterstützt das ANOVA-Ergebnis, dass keine signifikante Interaktion vorliegt. Die Linie für "60 minutes per day" zeigt durchwegs die höchsten Werte, was die starke Wirkung eines erhöhten Aktivitätsniveau auf die Gewichtsabnahme unterstreicht, unabhängig von der gewählten Diät.

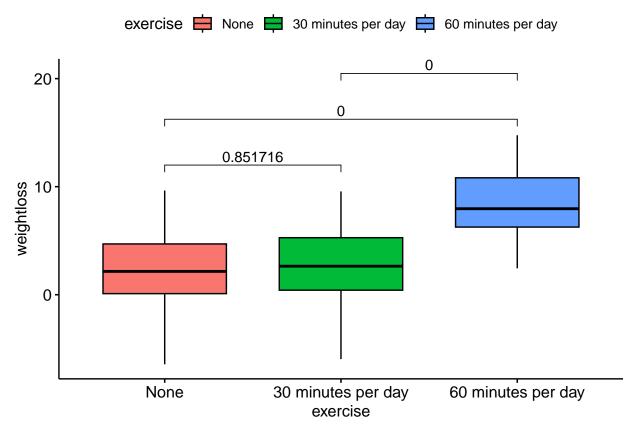
Um die Unterschiede zwischen den Gruppen genauer zu untersuchen, werden folglich Post-hoc-Tests durchgeführt. Hierfür eignen sich beispielsweise der Tukey's HSD-Test.

```
# Post-hoc Tests
pht_diet <- TukeyHSD(aov(wloss~diet*exercise,data=weightloss),which="diet")
pht_act <- TukeyHSD(aov(wloss~diet*exercise,data=weightloss),which="exercise")

# Darsellung der Post-hoc Test Ergebnisse
stat.test_diet <- tibble::tribble(
    ~group1, ~group2, ~p.adj,
    "Atkins", "None", round(pht_diet$diet[1,4],6),
    "Vegetarian", "None", round(pht_diet$diet[2,4],6),
    "Vegetarian", "Atkins", round(pht_diet$diet[3,4],6))

# Boxplot</pre>
```





Interpretation: Eine 2x3 ANOVA wurde durchgeführt, um den Einfluss unterschiedlicher Diäten (Keine, Atkins, Vegetarisch) und Aktivitätsniveaus (Keine, 30 min/Tag, 60 min/Tag) auf die Gewichtsabnahme zu untersuchen. Es wurde ein signifikanter Haupteffekt des Faktors Diät [F(2,171)=21.12,p<0.01], als auch ein signifikanter Haupteffekt des Faktors Aktivitätsniveau [F(2,171)=87.59,p<0.01] festgestellt werden. Es konnte kein signifikanter Interaktionseffekt zwischen Diät und Aktivitätsniveau nachgewiesen werden [F(4.171)=0.937; p=0.444].

Post-hoc-Tests Analysen zeigten signifikanten Unterschiede zwischen den einzelnen Diätgruppen und Aktivitätsniveaus.

Personen, die eine vegetarische Diät befolgten, verloren durchschnittlich 3,47 kg mehr als jene ohne spezielle Diät und um 2 kg mehr als Personen, die der Atkins-Diät folgen. Diese Unterschiede sind statistisch signifikant, was die vegetarische Diät als besonders effektiv herausstellt. Die Atkins-Diät zeigt eine überlegene Wirkung im Vergleich zu keiner Diät mit einer signifikant höheren mittleren Gewichtsabnahme von 1,47 kg.

Die tägliche Dauer der körperlichen Aktivität spielt ebenfalls eine entscheidende Rolle bei der Gewichtsreduktion. Die Analyse ergab, dass 60 Minuten tägliche Bewegung zu einer signifikant höheren Gewichtsabnahme von 6,28 kg im Vergleich zu keiner Bewegung führte. Selbst im Vergleich zu 30 Minuten täglicher Aktivität ist das längere Training mit einer zusätzlichen Gewichtsabnahme von fast 6 kg deutlich effektiver. Im Gegensatz dazu zeigt die geringere Dauer von 30 Minuten keine signifikante Wirkung gegenüber keiner Bewegung.

5 Mehrfaktorielle ANOVA [2P]

Verwenden Sie den erneut den Framingham.sav Datensatz. Analysieren Sie den systolischen Blutdruck sysbp abhängig von Geschlecht und Bildungsstufe. Achten Sie auf Ausreißer und fehlende Daten (NaN, NA's).

i) Überprüfen Sie die Vorraussetzungen.

```
load_source()
# Open a new graphics device
dev.new()
# Load and clean data. Handle factor variables
framingham <- load_and_prepare_framingham("UE3 Daten/Framingham.sav")</pre>
# Check requirements for ANOVA
# -- For education levels
test_normality_of_groups(framingham,"educ", "sysbp")
##
    Shapiro-Wilk normality test
##
##
## data: data$sysbp[data$educ==1]
## W = 0.94267, p-value < 2.2e-16
##
##
##
    Shapiro-Wilk normality test
## data: data$sysbp[data$educ==2]
## W = 0.92898, p-value < 2.2e-16
##
##
##
   Shapiro-Wilk normality test
##
## data: data$sysbp[data$educ==3]
## W = 0.92049, p-value < 2.2e-16
##
##
##
    Shapiro-Wilk normality test
## data: data$sysbp[data$educ==4]
## W = 0.93238, p-value = 2.203e-13
# -- For sex
test_normality_of_groups(framingham, "sex", "sysbp")
##
##
    Shapiro-Wilk normality test
##
## data: data$sysbp[data$sex==1]
## W = 0.94294, p-value < 2.2e-16
##
##
##
    Shapiro-Wilk normality test
##
```

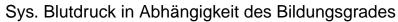
```
## data: data$sysbp[data$sex==2]
## W = 0.93418, p-value < 2.2e-16
# Variance inhomogeneity (Heteroscedasticity)
# Levene test
leveneTest(sysbp ~ educ, data = framingham)
## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
## Df F value
                        Pr(>F)
## group 3 7.1555 8.656e-05 ***
        3822
## ---
## Signif. codes: 0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '.' 0.1 ' 1
leveneTest(sysbp ~ sex, data = framingham)
## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
         Df F value
                       Pr(>F)
## group 1 63.979 1.652e-15 ***
##
        3824
## ---
## Signif. codes: 0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '.' 0.1 ' 1
leveneTest(sysbp ~ educ * sex, data = framingham)
## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
        Df F value
                      Pr(>F)
## group 7 13.607 < 2.2e-16 ***
        3818
##
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
# Bartlett test
bartlett.test(sysbp ~ educ, data = framingham)
##
## Bartlett test of homogeneity of variances
##
## data: sysbp by educ
## Bartlett's K-squared = 26.286, df = 3, p-value = 8.311e-06
bartlett.test(sysbp ~ sex, data = framingham)
##
## Bartlett test of homogeneity of variances
## data: sysbp by sex
## Bartlett's K-squared = 101.81, df = 1, p-value < 2.2e-16
```

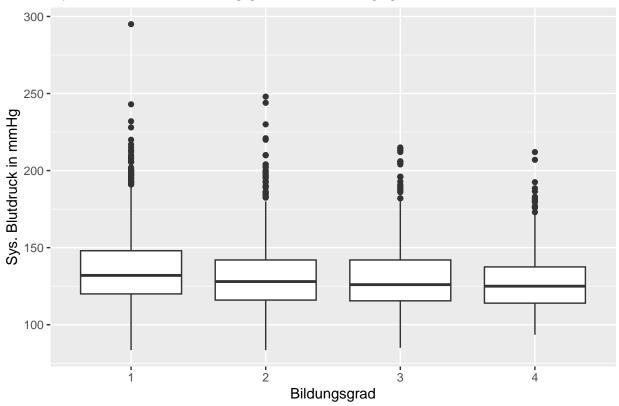
Die Histogramme der Blutdruck-Werte für die verschiedenen Bildungsstufen zeigen, dass die Verteilung der Blutdruck-Werte für jede Bildungsstufe nicht normal ist. Der Shapiro-Wilk-Test bestätigt diese Annahme, da die p-Werte für alle Bildungsstufen kleiner als 0,05 sind. Außerdem zeigt der Levene Test, dass die Varianz aller Gruppen nicht gleich ist. Dasselbe gilt für die Gruppen nach Geschlecht. Daher sind die Voraussetzunge einer ANOVA verletzt. Allerdings reagiert der F-Test auf Abweichungen nicht so empfindlich, wenn 1) die Gruppengrößen etwa gleich sind 2) und die Gruppen hinreichend groß sind.

```
table(framingham$educ)
##
##
      1
            2
                       4
                 3
## 1619 1127
               631
                    449
table(framingham$sex)
##
##
      1
            2
## 1731 2095
```

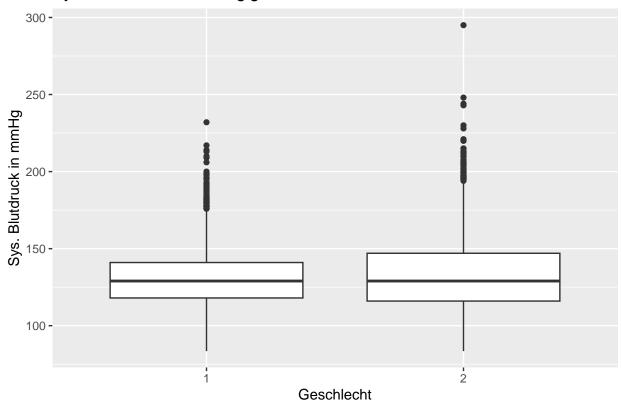
Da Bedingung 1 nicht erfüllist, kommt keine zweifaktorielle ANOVA infrage. Stattdessen wird für jeden Faktor ein Kruskal Wallis Test angewandt. Für die Unterscuhung des Einflusses der Kombination von Geschlecht und Bildungsgrad wird ein Scheirer-Ray-Hare-Test durchgeführt.

i) Verwenden Sie eine geeignete grafische Darstellung der Daten / Ergebnisse.

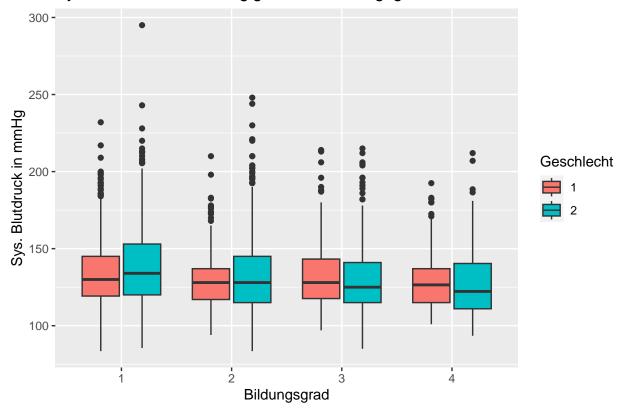




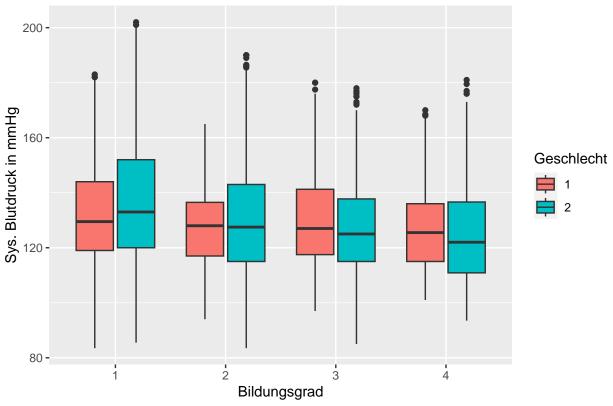
Sys. Blutdruck in Abhängigkeit des Geschlechts



Sys. Blutdruck in Abhängigkeit des Bildungsgrades und Geschlechts

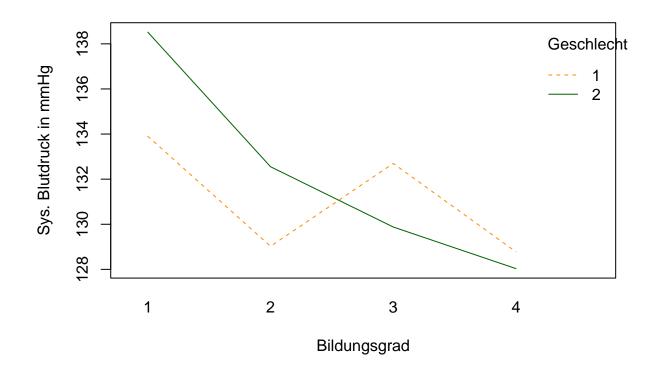


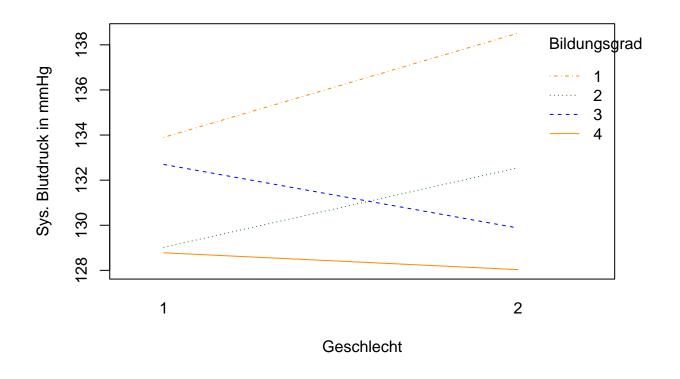




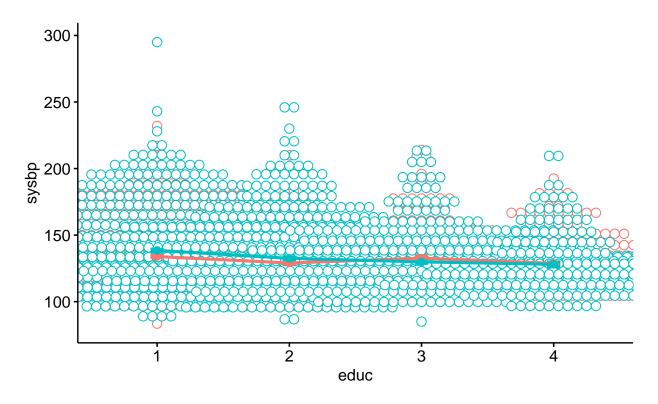
Die visuelle Analyse legt die Vermutung nahe, dass Geschlecht und Bildungsgrad wechselwirken, da die gedachten Verläufe durch die Mediane für Männer- und Frauengruppen sich zu überschneiden scheinen.

i) Gibt es signifikante Haupteffekte sowie Interaktionseffekte (inkl. Interaktions-Plot)?

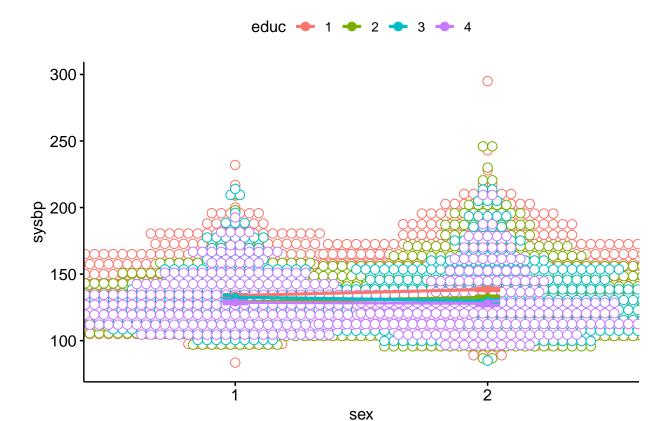








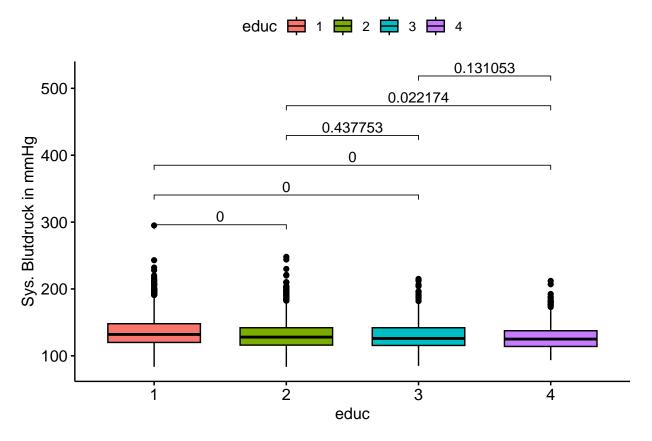
ggline(framingham, x = "sex", y = "sysbp", color = "educ", size = 1.1,
 add = c("mean_se", "dotplot"))



Die Interaktionsplots zeigen, dass die Wechselwirkung disordinal ist, da es in beiden Plots (x-Achse: Bildungsgrad bzw. Geschlecht) Überschneidungen in den Verläufen durch die Gruppenmittelwerte gibt.

```
# RESULTS NOT VALID! REQUIREMENTS NOT MET!
# # Post hoc tests
# pht_educ <- TukeyHSD(aov(sysbp~educ*sex,data=framingham),which="educ")</pre>
# pht_sex <- TukeyHSD(aov(sysbp~educ*sex,data=framingham),which="sex")</pre>
# RESULTS NOT VALID! REQUIREMENTS NOT MET!
# # Show the post hoc test results
 stat.test_educ <- tibble::tribble(</pre>
#
    ~group1, ~group2,
                         \sim p.adj,
              "2", round(pht$educ[1,4],6),
#
#
              "3", round(pht$educ[2,4],6),
#
              "4", round(pht$educ[3,4],6),
              "3", round(pht$educ[4,4],6),
#
              "4", round(pht$educ[5,4],6),
#
              "4", round(pht$educ[6,4],6))
# # Determine the maximum value of the 'bmi' column
# max_sysbp <- max(framingham$sysbp, na.rm = TRUE)</pre>
# # Create an array of y positions starting from the maximum BMI value and incrementing by a small amou
\# y_positions \leftarrow max_sysbp + seq(from = 1, to = 6, by = 1)
```

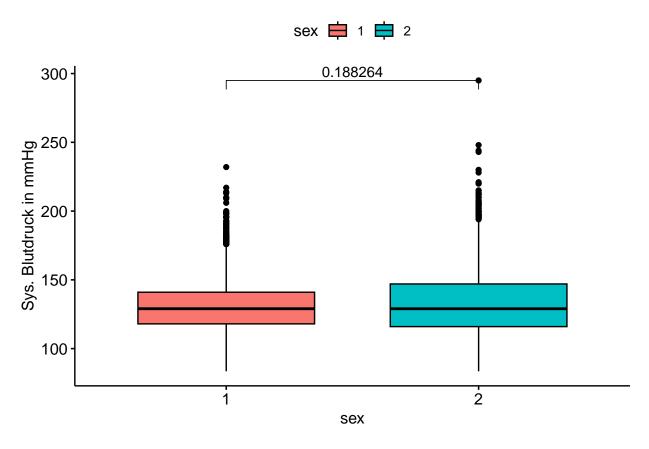
```
# # Boxplot
\# ggboxplot(framingham, x = "educ", y = "sysbp",
            fill = "educ",
#
            palette = "Okabe-Ito",
#
            ylab = "Sys. Blutdruck in mmHg") +
#
   stat_pvalue_manual(stat.test_educ,
#
                       y.position = y_positions,
#
                       step.increase = 0.2,
#
                        label = "p.adj")
# stat.test_sex <- tibble::tribble(</pre>
    ~group1, ~group2, ~p.adj,
    "1".
            "2", round(pht_sex$sex[1,4],6))
# # Boxplot
\# ggboxplot(framingham, x = "sex", y = "sysbp",
            fill = "sex",
#
            palette = "Okabe-Ito",
#
            ylab = "Sys. Blutdruck in mmHg") +
#
  stat pvalue manual(stat.test sex,
#
                       y.position = max_sysbp,
                        label = "p.adj")
# Perform Kruskal-Wallis test for educ
kruskal_educ <- kruskal.test(sysbp ~ educ, data = framingham)</pre>
kruskal_educ
##
  Kruskal-Wallis rank sum test
##
## data: sysbp by educ
## Kruskal-Wallis chi-squared = 69.133, df = 3, p-value = 6.546e-15
# Post hoc tests
# Perform pairwise Wilcoxon tests
wilcox_educ <- pairwise.wilcox.test(framingham$sysbp, framingham$educ, p.adjust.method = "BH")</pre>
# Extract p-values
p_values_educ <- wilcox_educ$p.value</pre>
# Create data frames for manual p-value annotation
stat.test_educ <- tibble::tribble(</pre>
  ~group1, ~group2,
                      ~p.adj,
  "1",
           "2", round(p_values_educ[1],6),
  "1".
           "3", round(p_values_educ[2],6),
  "1".
           "4", round(p_values_educ[3],6),
  "2".
           "3", round(p_values_educ[5],6),
  "2",
           "4", round(p_values_educ[6],6),
  "3",
           "4", round(p_values_educ[9],6))
```



Der Kruskal Wallis Test zeigt, dass ein signfikanter Unterschied im BMI zwischen den Gruppen mit unterschiedlichem Bildungsgrad (1 bis 4) besteht (p Wert < 0.05).

Der Wilcoxon Test liefert beim Faktor "Bildunsgrad" (1 bis 4) für die Vergleichspaare (1,2), (1,3), (1,4) und (2,3) einen signifikanten p-Wert kleiner 0.05. Nimmt man an, dass die Gruppen aus Populationen mit annähernd derselben Verteilung entstammen, impliziert dies, dass der Median der Gruppe mit Bildungsgrad 1 signifikant höher als der Median der anderen Gruppen ist, und dass der Median der Gruppe mit Bildungsgrad 2 signifikant höher als der Median der Gruppen 4 ist.

```
# Perform Kruskal-Wallis test for sex
kruskal_sex <- kruskal.test(sysbp ~ sex, data = framingham)</pre>
kruskal sex
##
   Kruskal-Wallis rank sum test
##
##
## data: sysbp by sex
## Kruskal-Wallis chi-squared = 1.7312, df = 1, p-value = 0.1883
# Post hoc tests
# Perform pairwise Wilcoxon tests
wilcox_sex <- pairwise.wilcox.test(framingham$sysbp, framingham$sex, p.adjust.method = "BH")</pre>
# Extract p-values
p_values_sex <- wilcox_sex$p.value</pre>
\# Create data frames for manual p-value annotation
stat.test_sex <- tibble::tribble(</pre>
  ~group1, ~group2,
                     ~p.adj,
          "2", round(p_values_sex[1],6))
  "1",
# Boxplot
ggboxplot(framingham, x = "sex", y = "sysbp",
          fill = "sex",
          palette = "Okabe-Ito",
          ylab = "Sys. Blutdruck in mmHg") +
  stat_pvalue_manual(stat.test_sex,
                     y.position = max_sysbp,
                     label = "p.adj")
```



Der Kruskal Wallis Test zeigt keinen signifikanten Unterschied im Blutdruck zwischen Geschlecht Mann und Frau (p Wert > 0.05). Der anschließende Wilcoxon Test bestätigt das Ergebnis.

```
# Perform the Scheirer-Ray-Hare test to account for interactions
result <- scheirerRayHare(sysbp ~ educ + sex, data = framingham)
##
## DV: sysbp
## Observations:
                  3826
      0.9998357
## MS total:
             1220175
# Print the results
print(result)
##
               Df
                      Sum Sq
                                  H p.value
## educ
                3
                    84603146 69.348 0.000000
                             1.947 0.162930
## sex
                1
                     2375068
## educ:sex
                3
                    15105969 12.382 0.006182
```

i) Achten Sie auf eine "statistisch korrekte" Formulierung des Ergebnisses.

Residuals 3818 4564582112

Der Scheirer-Ray-Hare-Test liefert einen signifikanten p-Wert (<0.05) für die Wechselwirkung zwischen Bildungsgrad und Geschlecht. Dieses Ergebnis steht mit der Wechselwirkung, die im Interaktionsplot visuell

dargestellt wurde, im Einklang. Außerdem sind die p-Werte für die Haupteffekte (p-Wert für Bildungsgrad < 0.01, für Geschlecht: 0.163) des SRH Tests kompatibel mit den p-Werten der Kruskal Wallis Tests der einzelnen Faktoren (p-Wert für Bildungsgrad < 0.01, für Geschlecht = 0.188).