

## 資工人一生必搬一次的塔



一座你搬完就世界末日的塔 法國數學家，愛德華·盧卡斯曾提出一個河內

塔的問題，這個問題大致可以被描述成：有三個木樁和  $n$  個大小均不相同的盤子。在一開始時所有的盤子被由大至小的套在木樁 A 上。現在我們希望能找到一個解答，將木樁 A 上的盤子藉著 B 木樁當作中間橋樑，全部移到 C 木樁上的最少次數。在搬動的過程中需要遵守以下規則：

- (1) 直徑較小的盤子永遠要放在直徑較大的盤子上
- (2) 每一次僅能移動一個盤子
- (3) 盤子可任意地由任何一個木樁移動至其他的木樁上

### 和 recursion 有什麼關係

在這個問題中，會使用大量重複運算(不斷的重複搬運盤子)，而中止條件則為當所有盤子移動到 C 木樁時結束，因此可以運用上 recursion 計算。

### 執行次數(怎麼用 recursion 解決此問題)：

假設要解決  $n$  個圓盤的河內塔，執行次數為  $T(n)$ ，一個圓盤用一步就結束了，所以

$T(n)=1$ ， $n$  個圓盤時，首先要將上面的  $n-1$  個圓盤從 A 移動到 B，為  $T(n-1)$  步，把最大的圓盤移動到 C 是第一步，把位在 B 的  $n-1$  個圓盤移動到 C 是  $T(n-1)$  步，所以

$T(n)=2T(n-1)+1$ ，可得  $T(n)=(2^n)-1$ ，執行次數比這個還少的解法並不存在。

## 程式碼:

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <stdlib.h>
3 #include <time.h>
4 int i = 0;
5 void hanoi(int n, char A, char B, char C) {
6     if(n == 1) {
7         i++;
8     }
9     else {
10         hanoi(n-1, A, C, B);
11         hanoi(1, A, B, C);
12         hanoi(n-1, B, A, C);
13     }
14 }
15
16 int main() {
17     clock_t start, end;
18
19     int n;
20     printf("請輸入盤數: ");
21     scanf("%d", &n);
22
23     start = clock();
24
25     hanoi(n, 'A', 'B', 'C');
26
27     end = clock();
28
29     double diff = end-start;
30     printf("%d %f sec", i, diff / CLOCKS_PER_SEC );
31
32     return 0;
33 }
34
```

## 執行時間:

```
請輸入盤數: 16
65535 0.000285 secB1029053@csie:~/cs101/hw3$ ./main
```

## 個人最高執行次數:

```
請輸入盤數: 31
2147483647 14.735333 secB1029053@csie:~/cs101/qz2$ ./1
```

## CPU:

AMD Ryzen 7 4800H with Radeon Graphics

基本速度:2.90 GHz

核心數目:8

邏輯處理器:16