Efrei Paris
L3 Système linéaire
Année 2017-18
Document autorisé

Correction du DE Systèmes linéaires

Exercice n°1 :

1) $y(t) = (t(3sin2t - 2cos2t))$ $\quad$ $Y(p)= \frac{8+12p-2p^2}{(p^2+4)^2}$

2) $L^{-1}\left(\frac{2p^2-4}{(p+1)(p-2)(p-3)}\right)=L^{-1}\left(\frac{-1/6}{(p+1)} + \frac{-4/3}{(p-2)} + \frac{7/2}{(p-3)}\right)=-\frac{1}{6}e^{-t} - \frac{4}{3}e^{2t} + \frac{7}{2}e^{3t}$

Exercice n°2 :

$$L(Y") + L(Y) = L(t)$$
$$p^2Y(p) - pY(0) - Y'(0) + Y(p) = \frac{1}{p^2}$$
$$p^2Y(p) - p + 2 + Y(p) = \frac{1}{p^2}$$
$$Y(p) = \frac{1}{p^2(p^2+1)} + \frac{p-2}{(p^2+1)}$$
$$Y(p) = \frac{1}{p^2} + \frac{p}{p^2+1} - \frac{3}{p^2+1}$$
$$L^{-1} = \left(\frac{1}{p^2} + \frac{p}{p^2+1} - \frac{3}{p^2+1}\right) = t + cost - 3sint$$

Exercice 4

On considère la fonction de transfert suivante :

$$H(p) = \frac{(10^7)}{(10^6 + p)}$$

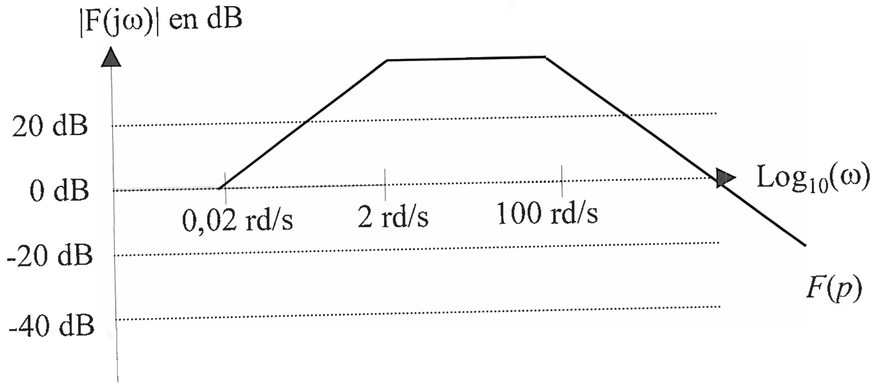
Calculer la réponse à un échelon de 2 volts, tracer l'allure de la sortie en fonction du temps.

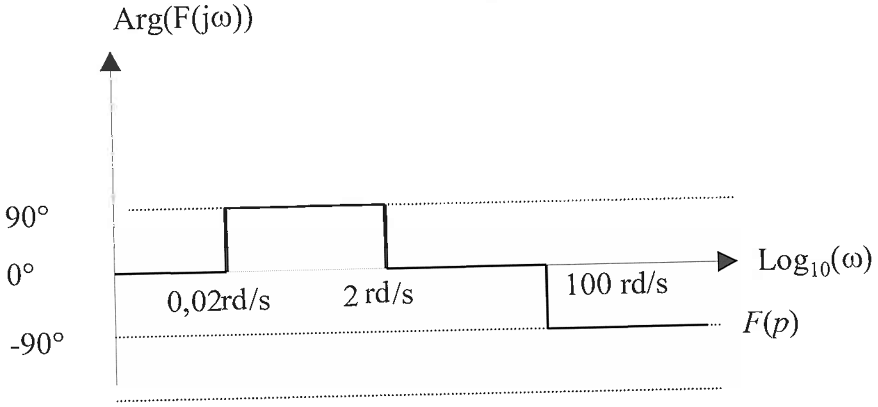
S(p)= H(p) E(p) avec $E(p)= \frac{2}{p}$

$$S(p)= \frac{2\ 10^7}{p(\ 10^6+p)} = \frac{20}{p} - \frac{20}{(\ 10^6+p)}$$

$$s(t) = 20\left(1 - e^{-10^6 t}\right)$$

Exercice n°3: Tracer l'allure du diagramme de Bode en amplitude et en phase





b) L'entrée $x(t)$ est un Dirac, sa transformée de Laplace est donc 1. La transformée de Laplace $Y(p)$ de la sortie $y(t)$ du filtre est donc $Y(p)=F(p)$. On utilise le théorème de la valeur initiale pour obtenir la valeur initiale de $f(t)$.

$$\lim_{t\to 0} y(t) = \lim_{p\to +\infty} pY(p) = \lim_{p\to +\infty} p\frac{+\cdot(50p+1)}{(\frac{p}{2}+1)(0{,}01p+1)} = +10000$$

c) L'entrée du filtre est un échelon de transformée de Laplace $1/p$. La transformée de Laplace $Y(p)$ de la sortie du filtre y(t) est donc $F(p)/p$. On utilise le théorème de la valeur finale :

$$\lim_{t\to +\infty} f(t) = \lim_{p\to 0} pY(p) = \lim_{p\to 0} \frac{+(50p+1)}{(\frac{p}{2}+1)(0{,}01p+1)} = +1$$