

前面相同 后面相同 并且+1
四块关联 不是上下文无关
两个相关并且线性
三个有关联，就不是上下文相关

问题

给定集合 $\Sigma = \{0, 1, c\}$ 上的语言 $L = \{0^i 1^i c 0^k 1^k | k = i + 1\}$ ，试给出生成语言 L 的上下文无关文法。

解答

不存在生成语言 L 的上下文无关文法。如果存在上下文无关文法生成语言 L ，则语言 L 是上下文无关语言。可以用泵引理证明语言 L 不是上下文无关语言。

用反证法证明，假设 L 是上下文无关语言，则存在正整数 m ，满足上下文无关语言的泵引理。取符号串

$$w = 0^m 1^m c 0^{m+1} 1^{m+1},$$

其长度大于 m ，从而 w 可以分解为

$$w = uvxyz$$

的形式，其中 $|vxy| \leq m$ ， $|vy| \geq 1$ 。根据泵引理， $w_0 = uxz \in L$ 。

由于 $|vxy| \leq m$ ， $|vxy|$ 有以下情形：

1. 如果 vxy 全在 0^m 中，则 v 和 y 全是0，易知 $w_0 = 0^{m-i-j} 1^m c 0^{m+1} 1^{m+1}$ ，显然有 w_0 不属于语言 L ，与 $w_0 \in L$ 矛盾；
2. 如果 vxy 全在 1^m 或者 0^{m+1} 或者 1^{m+1} 中，类似上面分析，有 w_0 不属于语言 L ，与 $w_0 \in L$ 矛盾；
3. 如果 vxy 一部分在 0^m 中，一部分在 1^m 中，则 v 和 y 含有部分0和部分1，由泵引理，易知 $w_0 = 0^{m-i} 1^{m-j} c 0^{m+1} 1^{m+1} \in L$ ，从而在 w_0 中，前半部分0的个数和后半部分0的个数不是相差1个，前半部分1的个数和后半部分1的个数也不是相差1个，从而有 w_0 不属于语言 L ，与 $w_0 \in L$ 矛盾；
4. 如果 vxy 一部分在 1^m 中，一部分在 0^{m+1} 中，或者一部分在 0^{m+1} 中，一部分在 1^{m+1} 中，类似上面分析，有 w_0 不属于语言 L ，与 $w_0 \in L$ 矛盾。

由上面分析，无论 vxy 如何取值，均与泵引理的结果矛盾，从而语言 L 不是上下文无关语言。

要么前面不同
要么后面不同
要么不一样