



有穷自动机

姚刚

目录

确定型有穷接
受器

非确定型有穷
接受器

确定型有穷接
受器与非确定
型有穷接受器
的等价性

有穷接受器化
简

第二章 有穷自动机

姚 刚

中国科学院信息工程研究所



例子

有穷自动机

姚刚

目录

确定型有穷接受器

非确定型有穷接受器

确定型有穷接受器与非确定型有穷接受器的等价性

有穷接受器化简

设 $M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_1\})$ 是确定型有穷接受器，其中， δ 定义为

$$\delta(q_0, 0) = q_0, \quad \delta(q_0, 1) = q_1,$$

$$\delta(q_1, 0) = q_0, \quad \delta(q_1, 1) = q_2,$$

$$\delta(q_2, 0) = q_2, \quad \delta(q_2, 1) = q_1。$$

我们也可以使用表格来描述函数 δ 。



扩展转移函数 δ^*

有穷自动机

姚刚

目录

确定型有穷接受器

非确定型有穷接受器

确定型有穷接受器与非确定型有穷接受器的等价性

有穷接受器化简

在扩展转移函数 δ^* 中，第二个参数是一个符号串，而不是一个单一符号。这个函数的值是自动机读入这个符号串后进入的状态。对于 $q \in Q$ ， $w \in \Sigma^*$ ， $a \in \Sigma$ ，我们给出 δ^* 的形式定义如下：

$$\delta^*(q, \varepsilon) = q,$$

$$\delta^*(q, wa) = \delta(\delta^*(q, w), a)。$$



DFA接受的语言

有穷自动机

姚刚

目录

确定型有穷接受器

非确定型有穷接受器

确定型有穷接受器与非确定型有穷接受器的等价性

有穷接受器化简

定义

设 $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ 是确定型有穷接受器，其接受的语言是定义在 Σ 上被 M 接受的所有符号串的集合。形式化地表示为

$$L(M) = \{w : w \in \Sigma^* \text{ 且 } \delta^*(q_0, w) \in F\}。$$



例子

有穷自动机

姚刚

目录

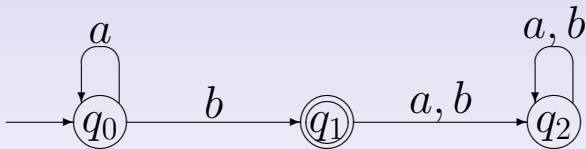
确定型有穷接受器

非确定型有穷接受器

确定型有穷接受器与非确定型有穷接受器的等价性

有穷接受器化简

下面的有穷接受器接受的语言是 $L = \{a^n b : n \geq 0\}$ 。



从例子可以看出，使用转移图表示有穷接受器很方便，但是我们还没有证明图的结果确实是遵循了转移函数。



例子

有穷自动机

姚刚

目录

确定型有穷接受器

非确定型有穷接受器

确定型有穷接受器与非确定型有穷接受器的等价性

有穷接受器化简

构造一个确定型有穷接受器，它可以识别所有前缀为 ab ，定义在 $\Sigma = \{a, b\}$ 上的符号串。

构造一个**确定型**有穷接受器，它可以接受 $\{0, 1\}$ 上除了包含有001子串以外的所有符号串。



正则(regular)语言

有穷自动机

姚刚

目录

确定型有穷接受器

非确定型有穷接受器

确定型有穷接受器与非确定型有穷接受器的等价性

有穷接受器化简

定义 (正则语言)

一种语言 L 称为正则语言, 当且仅当存在某个确定型有穷接受器 M , 满足

$$L = L(M).$$

证明语言 $L = \{awa : w \in \{a,b\}^*\}$ 是正则语言。

证明 L^2 是正则语言。



非确定型有穷接受器

有穷自动机

姚刚

目录

确定型有穷接受器

非确定型有穷接受器

确定型有穷接受器与非确定型有穷接受器的等价性

有穷接受器化简

定义

非确定型有穷接受器 (*nondeterministic finite acceptor*) 是一个五元组 $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, 其中, Q 、 Σ 、 q_0 和 F 的定义与确定型有穷接受器中的定义相同, 但是 δ 的定义为

$$\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \rightarrow 2^Q.$$



三个不同点

有穷自动机

姚刚

目录

确定型有穷接受器

非确定型有穷接受器

确定型有穷接受器与非确定型有穷接受器的等价性

有穷接受器化简

- ① 在非确定型有穷接受器中， δ 的值域是幂集， δ 的函数值是 Q 的一个子集，而不是一个元素；
- ② 允许 δ 的第二个参数是 ε ，接受器可以不用任何输入符号就发生迁移，即输入机制有可能在某些迁移步骤上保持不动；
- ③ 集合 $\delta(q_i, a)$ 可以是空集。这种情况表示转移函数没有定义。



例子

有穷自动机

姚刚

目录

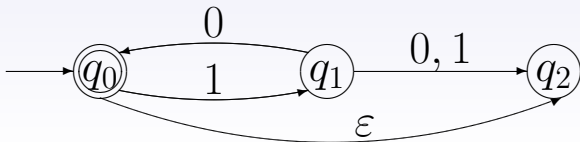
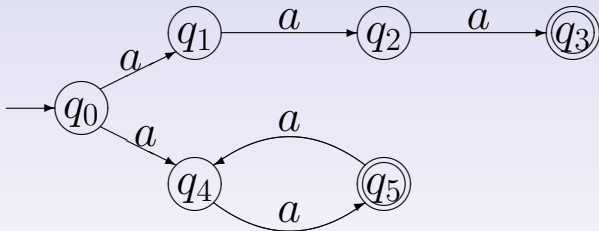
确定型有穷接受器

非确定型有穷接受器

确定型有穷接受器与非确定型有穷接受器的等价性

有穷接受器化简

观察转移图，察看非确定型有穷接受器接受的语言。





δ^* 的定义

有穷自动机

姚刚

目录

确定型有穷接受器

非确定型有穷接受器

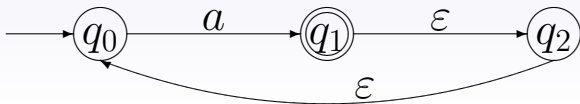
确定型有穷接受器与非确定型有穷接受器的等价性

有穷接受器化简

定义

对于非确定型有穷接受器，扩展的转移函数定义为： $\delta^*(q_i, w)$ 包含 q_j ，当且仅当转移图中从顶点 q_i 到顶点 q_j 存在一条标记为 w 的通道。这个定义对于所有 $q_i, q_j \in Q$ 和 $w \in \Sigma^*$ 都成立。

对下图的NFA，计算 $\delta^*(q_1, a)$ 和 $\delta^*(q_2, \varepsilon)$ ：





标记为 w 的通道的长度

有穷自动机

姚刚

目录

确定型有穷接受器

非确定型有穷接受器

确定型有穷接受器与非确定型有穷接受器的等价性

有穷接受器化简

给定 w ，一个标记为 w 的通道有多长？
答案不是显而易见的。

如果两个顶点 q_i 和 q_j 之间存在标记为 w 的通道，那么，它们之间就一定存在长度不大于 $h + (1 + h)|w|$ 的标记为 w 的通道。
其中 h 是图中 ε 边的数目。



NFA接受的语言

有穷自动机

姚刚

目录

确定型有穷接受器

非确定型有穷接受器

确定型有穷接受器与非确定型有穷接受器的等价性

有穷接受器化简

定义

设 $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ 是非确定型有穷接受器， M 接受的语言是所有被 M 接受的符号串的集合。即

$$L(M) = \{w : w \in \Sigma^* \text{ 并且}$$

$$\delta^*(q_0, w) \cap F \neq \emptyset\}.$$

总之，语言包含的所有符号串 w 都满足：在转移图中，从起始顶点到某个终点存在存在标记为 w 的通道。