

问题

给定语言

$$L = \{a^n b^n : n \geq 0\},$$

试构造一个上下文无关文法 G ，使得文法 G 生成语言 \bar{L} 。

上下文无关的补不一定是封闭的
不过本题正好是上下文无关的

解答

在语言 L 中的句子，符号 a 在符号 b 之前，并且两者数目相同。因此，语言 \bar{L} 中的句子，要么有符号 b 出现在符号 a 之前，要么符号 a 全在符号 b 之前，但两者数目不同。

基于此，构造文法 $G = (\{S, A, B, C, D, E\}, \{a, b\}, S, P)$ ，其中产生式 P 包括：

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A|B|D \\ A &\rightarrow aA|aC \\ B &\rightarrow Bb|Cb \\ C &\rightarrow aCb|\varepsilon \\ D &\rightarrow EbEaE \\ E &\rightarrow aE|bE|\varepsilon \end{aligned}$$

注：变量 D 生成有符号 b 出现在符号 a 之前的符号串，其中变量 E 生成 $(a + b)^*$ ；变量 A 和变量 B 生成的符号串满足符号 a 全在符号 b 之前，但两者数目不同，其中变量 A 生成符号 a 多的符号串，其中变量 B 生成符号 b 多的符号串。