

## 问题

类似图灵机的编码过程，可以对下推自动机进行编码，并且对于任给的一个下推自动机的编码，可以按照唯一的方式解码。用  $\langle M \rangle$  表示下推自动机  $M$  的编码，并给定自然数  $n$ ，记语言  $L = \{ \langle M \rangle : M \text{ 是下推自动机，并且 } L(M) \text{ 至少包含一个长度不大于 } n \text{ 的符号串} \}$ ，证明语言  $L$  是递归语言。

## 解答

01串  
第八章 最后一题

为了证明语言  $L$  是递归语言，需要给出  $L$  的成员资格判定算法。

对于  $\{0, 1\}^+$  上的符号串  $w$ ，先检查该编码是否定义了一个下推自动机，如果不是输出一个“否”。

如果该编码定义了一个下推自动机，记为  $M$ 。构造确定型有穷接受器  $M'$ ，其接受的语言为字母表上长度不大于  $n$  的所有符号串。

我们构造一个下推自动机  $M_1$ ，其接受的语言为  $L(M) \cap L(M')$ 。这样， $L(M)$  至少包含一个长度不大于  $n$  的符号串当且仅当  $L(M_1)$  非空。

将  $M_1$  转化为一个上下文无关文法  $G$ 。存在一个算法，可以判定该上下文无关文法生成的语言是否为空。如果为空，输出一个“否”；如果不为空，输出一个“是”。

由上面的算法可知，语言  $L$  存在一个成员资格判定算法，从而语言  $L$  是递归语言。