

问题

构造一个字母表 $\{a, b\}$ 上的图灵机，其接受的语言所包含的符号串满足如下条件：符号串的任意前缀中(除去 ε)，字母 a 的个数大于字母 b 的个数。然后根据所构造的图灵机，给出其接受符号串 $aabab$ 的瞬时描述序列。

解答

构造满足条件的图灵机如下：

$$M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \{a, b, x, \square\}, \delta, q_0, \square, \{q_3\}),$$

其中转移函数为

$$\begin{aligned}\delta(q_0, a) &= (q_1, \square, R), & (\text{去掉一个符号 } a) \\ \delta(q_1, a) &= (q_1, a, R), & (q_1 \text{ 去找下一个 } b) \\ \delta(q_1, x) &= (q_1, x, R), & (q_1 \text{ 遇到 } a \text{ 和 } x \text{ 不变}) \\ \delta(q_1, b) &= (q_2, x, L), & (\text{遇到一个 } b, \text{ 将其标记为 } x) \\ \delta(q_2, x) &= (q_2, x, L), & (q_2 \text{ 去找前面是否有一个 } a) \\ \delta(q_2, a) &= (q_1, x, R), & (\text{找到一个与 } b \text{ 匹配的 } a, \text{ 去找下一个 } b) \\ \delta(q_1, \square) &= (q_3, \square, L). & (\text{找不到 } b, \text{ 遇到 } \square \text{ 进入终止状态})\end{aligned}$$

(注：先去掉一个 a ，这样符号串的任意前缀中字母 a 的个数 \geq 字母 b 的个数，就不用考虑把如何等于的情形剔除掉)

该图灵机接受符号串 $aabab$ 的瞬时描述序列如下： $q_0aabab \vdash \square q_1abab \vdash aq_1bab \vdash q_2axab \vdash xq_1xab \vdash xxq_1ab \vdash xxaq_1b \vdash xxq_2ax \vdash xxxq_1x \vdash xxxq_1\square \vdash xxxq_3x$ 。