

例子

- ◆ 在一个容器中，有三种不同的粒子：a, b, c。
- ◆ 当两个不同的粒子相遇，会转化为两个第三种粒子，即：

$$a + b \rightarrow 2c, b + c \rightarrow 2a, c + a \rightarrow 2b。$$

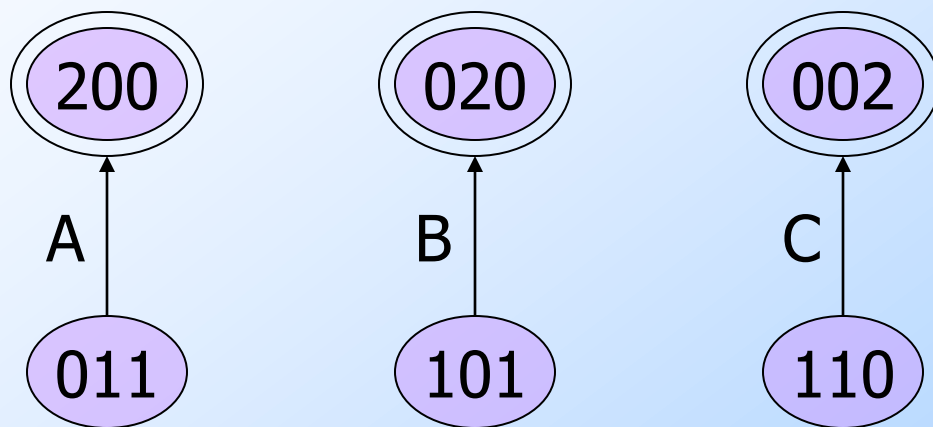
例子

- ◆通过观察可知，容器中的粒子数目不会改变。
- ◆如果容器中只有一种粒子时，那么容器中的粒子将不再改变，进程终止。
- ◆用三个整数的序列来表示容器中粒子的状态，分别表示粒子a, b, c的数量。
- ◆问题：给定容器中粒子的初始状态，进程的最终结果如何，一定会终止吗？

事件

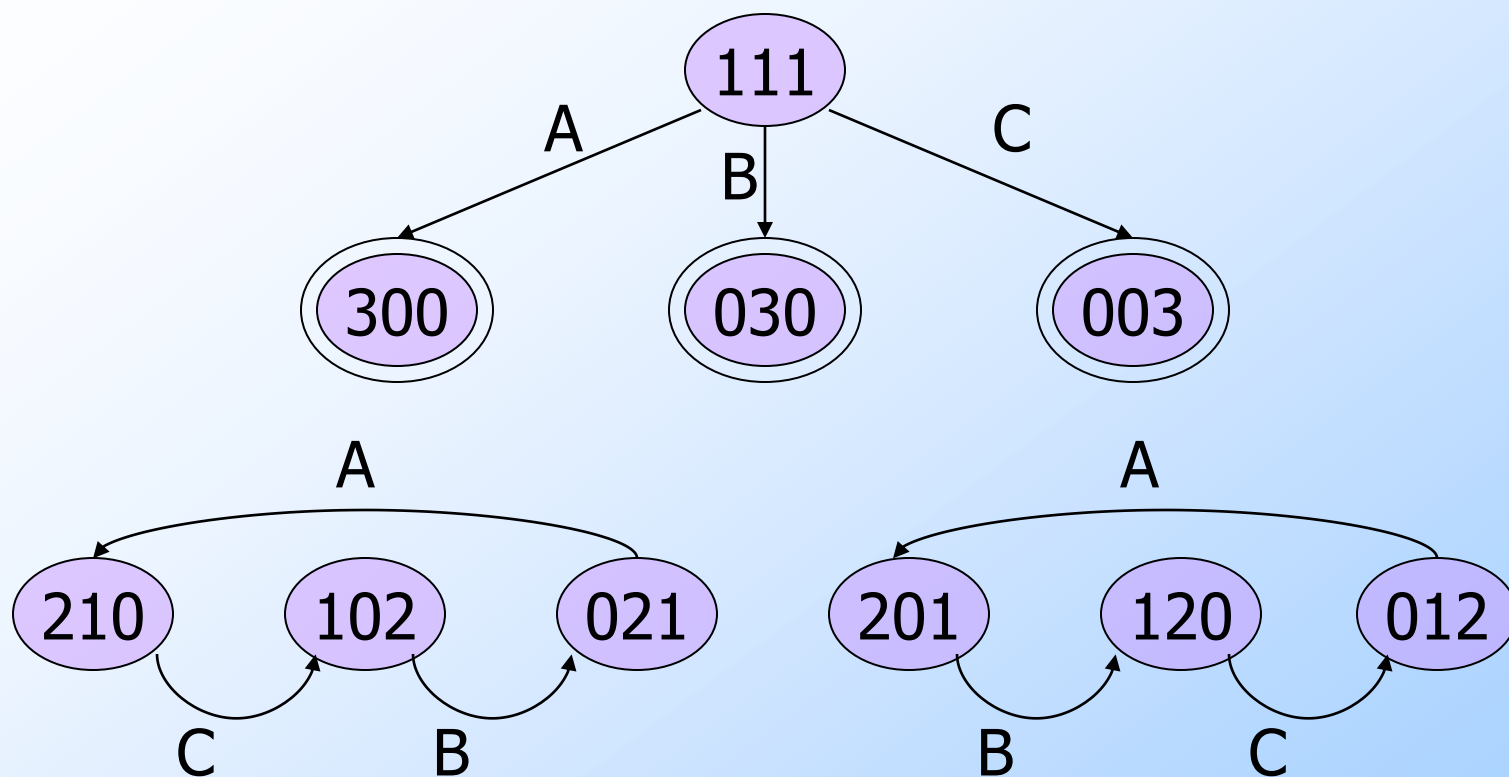
- ◆ 当一个粒子b和一个粒子c相遇，生成两个粒子a，称这个过程为A-事件。
- ◆ 同样可以定义B-事件和C-事件。
- ◆ 用符号A, B, C分别表示A-事件、 B-事件、 C-事件。

2个粒子



结论：容器中只有2个粒子的时候，最终一定会终止。

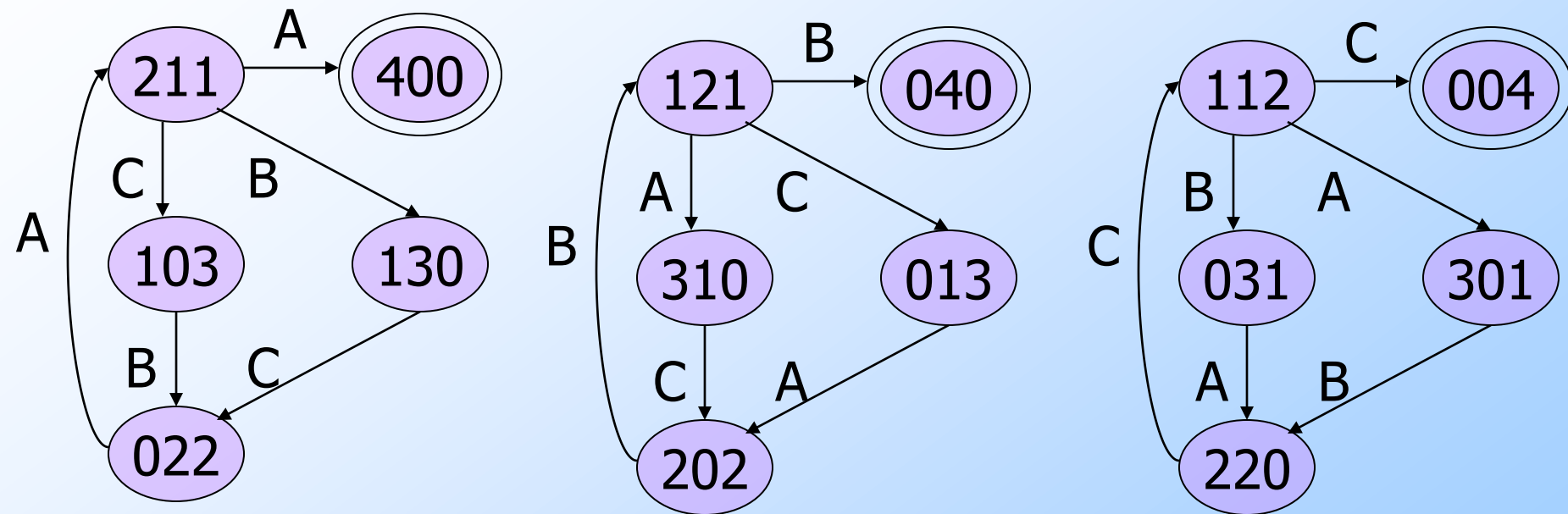
3个粒子



结论：有四个状态最终一定会终止，
其它状态最终不会终止。

状态111会有三种不同的终止状态。

4个粒子

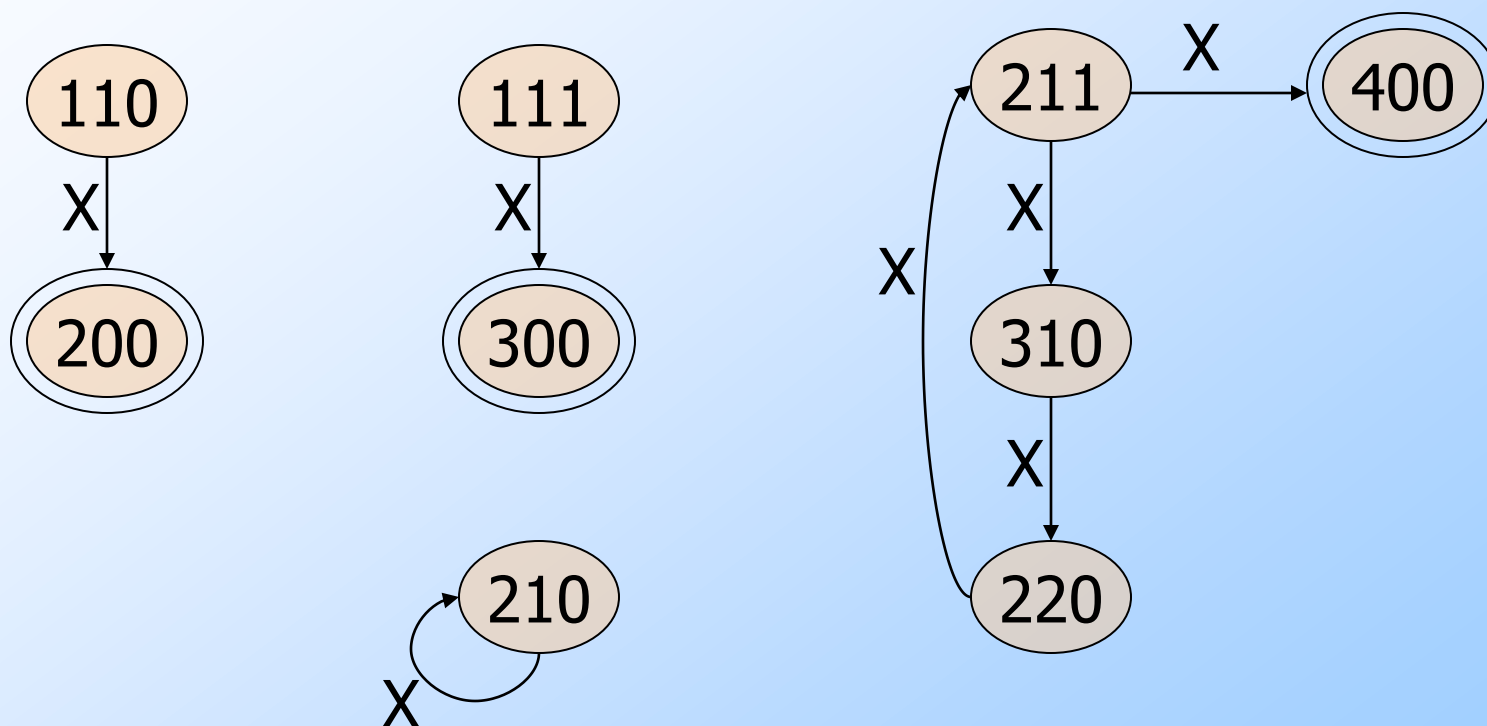


结论：在状态400、040、004时，一定会终止；
所有其它状态都可能终止。

对称性

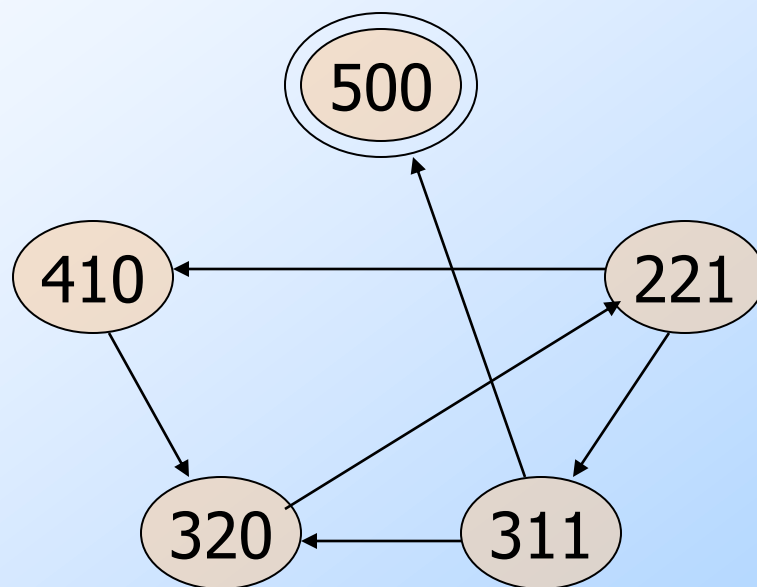
- ◆ 最终会终止的状态只取决于三种粒子的数量集合，而不取决于每种粒子的数量。
- ◆ 我们用计数序列表来表示状态，按照最大值优先排序。
- ◆ 只有一种转换过程，符号记为X。

粒子数为2, 3, 4的情形



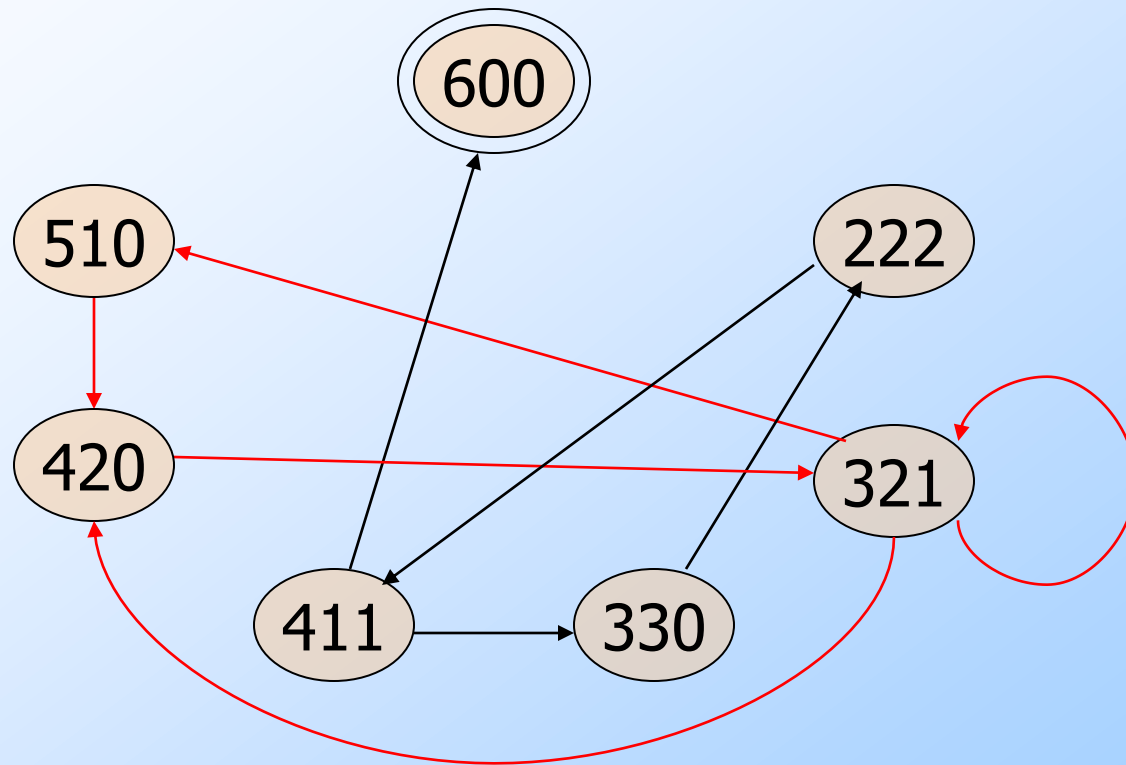
注意：在4个粒子的时候进程有不确定性，在状态为211时，输入同一符号X，可以进行不同的转换。

5个粒子



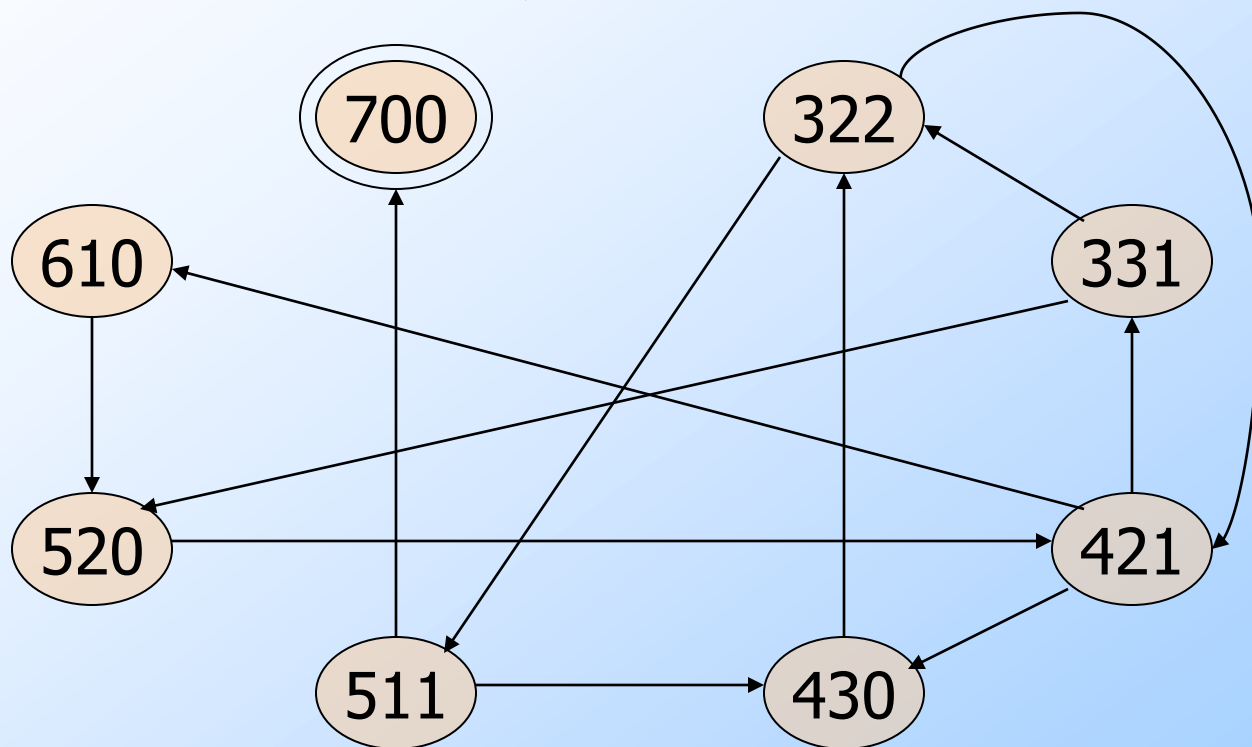
结论：在状态500时，一定会终止；
所有其它状态都可能终止。

6个粒子



结论：在状态600时，一定会终止；
在状态510, 420, 321时，最终不会终止；
在状态411, 330, 222时，都可能终止。

7个粒子



结论：在状态700时，一定会终止；
所有其它状态都可能终止。

思考题

1. 如果不考虑对称性，在有 n 粒子的时候有多少个状态？
2. 如果考虑对称性，会有多少个状态？
3. 对于有 n 粒子的时候，如何判断一个状态是“一定终止”、“可能终止”还是“不会终止”？