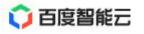


- 01 为什么会有偏差和方差?
- 02 偏差
- 03 方差
- 04 图形解释偏差和方差
- 05 机器学习中的举例





>> 1 为什么会有偏差和方差?



对机器学习算法,除了通过实验估计其泛化性能之外,人们往往还希望了解它**为什么具有这样的性能**。我们可以从**偏差和方差**的角度来**解释机器学习算法泛化性能**。



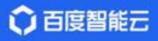
>> 1 为什么会有偏差和方差?



真实模型:如果我们能够获得所有可能的数据集合,并在这个数据集合上将损失最小化,那么学习得到的模型就可以称之为"真实模型"。当然,"真实模型"理论上存在,但是工程上无法获得。

机器学习的目的就是:是让机器学习一个模型,使其更加接近这个真实模型。

偏差和方差,就是分别从两个方面来描述我们学习到的模型与真实模型之间的差距。











偏差(Bias),反映的是期望输出与真实标记的差别。

$$bias^{2}(oldsymbol{x})=\left(ar{f}\left(oldsymbol{x}
ight)-y
ight)^{2}$$

符号	涵义	
x	测试样本	
D	数据集	
y_D	x 在数据集中的标记	
y	x的真实标记	
f	训练集 D 学得的模型	
$f(\mathbf{x}; D)$	由训练集 D 学得的模型 f 对 \mathbf{x} 的预测输出	
$\bar{f}(\mathbf{x})$	模型 f 对 \mathbf{x} 的 期望预测 输出	

偏差度量了模型的期望预测与真实结果的偏离程度,换句话说,就是 刻画了模型本身的拟合能力。











初中数学课本中的方差,是指统计学中的方差。

统计学中: 方差(样本方差)是每个样本值与全体样本值的平均数之差的平方值的平均数。

$$s^{2} = \frac{1}{n} [(x_{1} - x)^{2} + (x_{2} - x)^{2} + \cdots + (x_{n} - x)^{2}]$$

两人的5次测验成绩如下:

A: 50, 100, 100, 60, 50 --> Average(A) = 72

B: 73, 70, 75, 72, 70 --> Average(B) = 72

A组的方差大?还是B组?

方差(variance)是一个常见的分布描述量。

方差就是分布的离散程度。方差越大,说明随机变量取值越离散。





概率论中: 方差用来度量随机变量和其数学期望(即均值)之间的偏离程度。

应用在机器学习中,可以描述不同的训练集训练出的模型输出值之间的差异。

$$var(\boldsymbol{x}) = \mathbb{E}_D\left[\left(f\left(\boldsymbol{x}; D\right) - \bar{f}\left(\boldsymbol{x}\right)\right)^2\right]$$

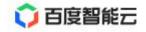
符号	涵义
x	测试样本
D	· 数据集
y_D	x在数据集中的标记
y	x的真实标记
A	训练集 D 学得的模型
$f(\mathbf{x}; D)$	由训练集 D 学得的模型 f 对 \mathbf{x} 的预测输出
$ar{f}(\mathbf{x})$	模型 f 对 \mathbf{x} 的 期望预测 输出

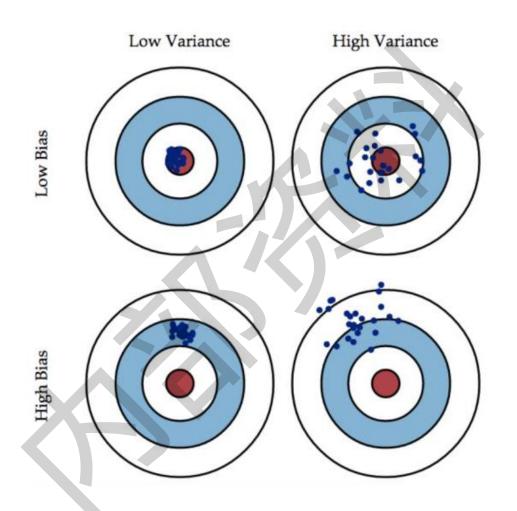
方差度量了同样大小的训练集的变 动所导致的学习性能的变化,换句话说, 就是刻画了数据扰动所造成的影响。





>> 4 图形解释偏差和方差





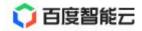
红色的靶心: 是模型的正确预测值

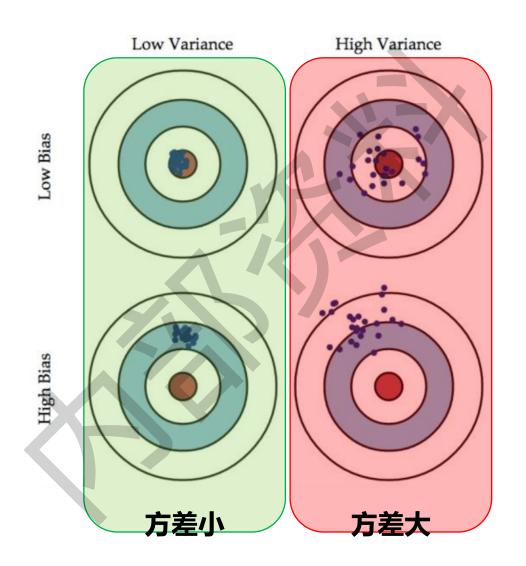
蓝色点: 训练集所训练出的模型对样本的预测值

可以看到, 当我们从靶心逐渐往外移动时, 预测效果逐渐变差。



>> 4 图形解释偏差和方差

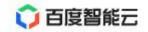


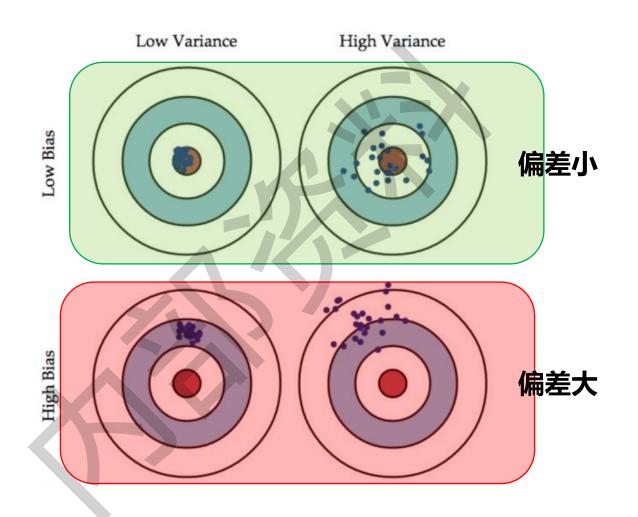


	离散度	方差大小
左边	集中	方差较小
右边	分散	方差较大

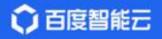


>> 4 图形解释偏差和方差





	距离靶心	方差大小
上边	靠近靶心	偏差较小
下边	远离靶心	偏差较大







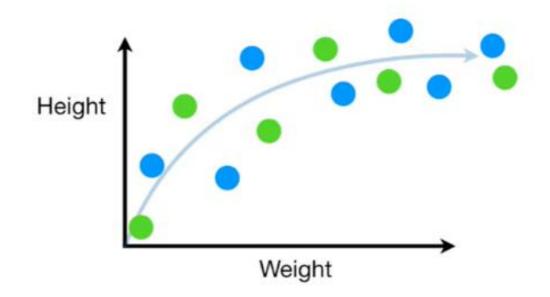


基于小鼠的体重预测小鼠的身高:

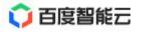
首先,将所有样本随机分为:

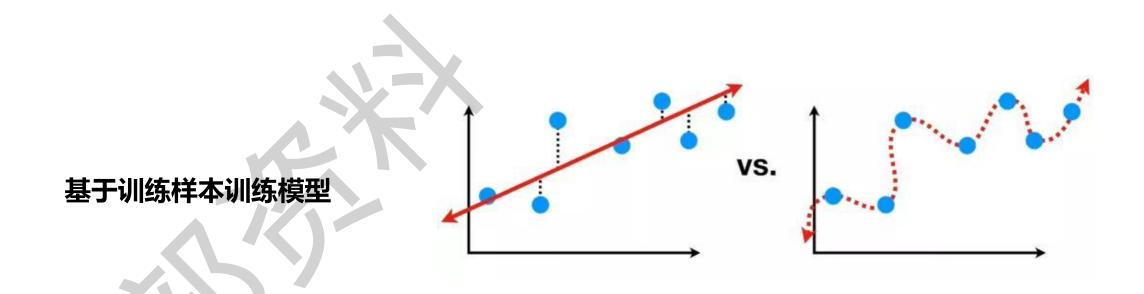
训练样本 (蓝色圆点)

测试样本 (绿色圆点)



>> 5 机器学习中的举例





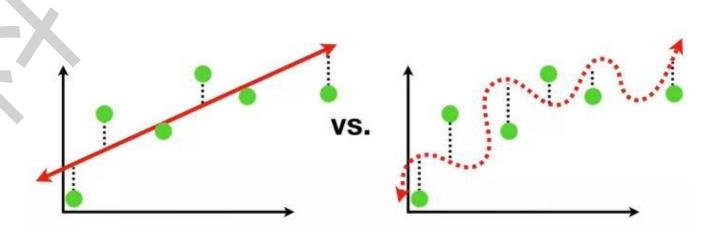
直线回归模型:该算法不能准确描述数据间的真实关系,预测数据与真实数据之间偏差大

曲线回归模型:能够在训练数据集中准确的描述数据间真实的关系,该模型的偏差小







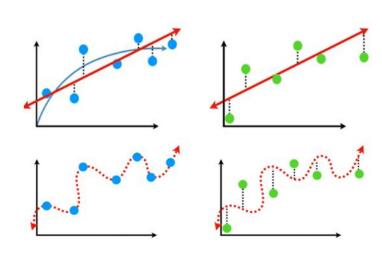


关注某个机器学习算法在训练样本以外的数据 (即测试样本) 的表现

同一模型在不同数据集间拟合效果(fits)的差异称为方差

拟合直线的方差:直线拟合方差较小

拟合曲线的方差: 曲线拟合方差较大



>> 5 机器学习中的举例



在机器学习中,理想的算法:

具有较小的偏差,能够准确的描述真实数据间的关系;

具有较小的方差,能够在不同数据集间表现出一致的预测性能。

简单来说,我们可以在简单模型和复杂模型(过拟合模型)之间选择一个折中模型,以权衡偏差与方差,实现这一目标的方法有适当增减特征数量和复杂化或简单化模型,以及正则化(regularization)、加入随机因子(如boosting和bagging)。我们将在后续的学习中一一学习。

