Solvency II 框架下准备金风险及其随机模拟方法

刘乐平、高磊、杨娜[1]

摘要：

Solvency II 对欧盟保险业资本充足机制做了新规定，监管更严格，旨在在欧盟范围内建立一套完善的新的资本监管要求和风险管理标准。准备金风险（Reserving Risk）是指保险公司为支付未来一年内可能发生的损失而预留的准备金应该能够充足地覆盖这一年的所有风险。Solvency II 规定偿付能力资本要求（SCR）应依据保险公司或再保险公司的自有资金，采用风险值法（Value-at-Risk）计算，置信水平设置为99.5%，时间范围为 1 年。本文总结 Solvency II 框架下准备金风险的定义，并讨论一种简便可行的模拟算法，然后以常用数据为实例对准备金风险进行分析。这可为我国保险公司在中国偿付能力 II 框架下更加谨慎的评估准备金风险提供一种有效的方法。

关键词：Solvency II，准备金风险，随机模拟

2008 国际金融危机之后，金融市场的全球化、人口老龄化、恐怖袭击和巨大自然灾害的经常化等因素对全球保险市场的发展和监管带来了严峻的挑战，引发了人们对全球多种保险监管模式的反省和思考，尤其是对美国监管模式产生了质疑。于是，欧盟加快了推进 Solvency II 的进程，虽然在某些细节上还存在一些争议，但最终还是计划于 2013 年实施。Solvency II 总结了现行 Solvency I 偿付能力监管体系的经验，在此基础上，采用整合风险管理架构，设计风险导向型的监管制度，对保险公司的偿付能力进行全方位的动态监管。在不断的发展和完善之后，它很有可能成为全球保险行业的 Basel II。

Solvency II 对欧盟保险业资本充足机制做了新规定，监管更严格，旨在在欧盟范围内建立一套完善的新的资本监管要求和风险管理标准，取

[1]刘乐平，天津财经大学统计系教授，精算技术研究所所长。高磊，天津财经大学统计系硕士研究生。杨娜，天津财经大学统计系硕士研究生。

代当前监管框架中的标准，因此对非寿险保险公司准备金充足性提出了挑战。为了建立和完善新的偿付能力监管体制，欧洲保险与职业养老金监督官委员会在欧盟委员会的要求下展开了量化影响研究（QIS）。量化影响研究是对保险公司的一种实地测试演练，它邀请欧盟的保险公司基于上一年度的财务状况，应用一套特定的技术规范去计算他们需要的偿付能力资本要求和最低资本要求。至今为止，CEIOPS 已经开展了五次量化影响研究。

准备金风险（Reserving Risk）是指保险公司为支付未来一年内可能发生的损失而预留的准备金应该能够充足地覆盖这一年的所有风险。Solvency II 规定偿付能力资本要求（SCR）应依据保险公司或再保险公司的自有资金,采用风险值法(Value-at-Risk)计算,置信水平设置为 99.5%,时间范围为 1 年。Mack（1993），England 和 Verrall（1999，2002，2006）提出了多种误差模型来衡量最终准备金风险。Wütrich, Merz & Lysenko(2007)提出了 Merz- Wütrich 方法，他们给出了链梯方法估计的均方误差的解析式，来衡量一年期条件下的准备金风险，是目前国际上较为通用的方法；Björkwall, Hössjer & Ohlsson（2008）用 Bootstrap 方法对准备金风险进行了模拟。

国内关于准备金风险评估方面的研究，主要还集中于 Solvency II 监管制度跟踪研究层面。2008 年，北大 CCISSR 课题组孙祁祥、郑伟在《欧盟保险偿付能力管理监管标准II及对中国的启示》一书中，详细介绍了欧盟保险偿付能力从欧I走向欧II的背景、设计理念、方法框架及对保险监管、保险公司、保险市场的影响。石晓军,郭金龙(2008)、陈志国(2008)、谢志刚和赵桂芹(2009)，刘新喜(2009)深入分析了财险公司未决赔款准备金波动风险及其防范对策。对于准备金风险的理论定量研究，目前文献还较少。相关研究包括：刘燕和唐应辉(2008)对未决赔款准备金的分布函数及其界值的研究 ；孟生旺(2009)对非寿险准备金评估广义线性模型的综述；卢志义和刘乐平(2010)讨论折现的未决赔款准备金估计的随机逼近问题； 陈晓和张连增(2010)研究了未决赔款准备金估计的 Munich 链梯法及其优化问题等。

本文基于以上研究基础，首先总结 Solvency II 框架下准备金风险的定义，并讨论一种简便可行的模拟算法，然后以常用数据为实例对准备金风险进行分析。

一、准备金风险的定义和公式

经典的准备金评估主要对应于最终准备金风险，研究的是提取的准备金到所有赔付进展结束时是否充足，然而在这种计算方法下，时间跨度长，不确定性较多；而欧盟偿付能力II中最重要的原则就是将时间范围（time horizon）设置为一年（CEIOPS(2006)），研究的是提取的准备金能否应对未来进展12个月的赔付。

据《巴塞尔新资本协议》QIS3，CEIOPS(2007)规定：准备金风险来自于两方面，其一是参数风险（parameter risk），即未决赔款准备金的绝对水平可能被错误估计；其二是过程风险（process risk），即未来赔付的不确定性，实际赔付将在其统计均值附近上下波动。CEIOPS(2006)界定了时间范围为1年。在偿付能力II框架下，准备金风险测量的是某日历年末，譬如说是2012年底，提取的准备金能否保障2013年出现的赔款的不确定性，而并不考虑2014年及以后年份出现的赔款的不确定性，这就是偿付能力II中的准备金风险。下面给出准备金风险的形式化定义(Esbjorn Ohlsson ,Lauzeningks,2009)。

假设时间t跨度为一年，t_0表示年初，t_1表示年末。

R^0表示保险公司在年初t_0时所需预留的准备金（opening reserve）；

C^1表示保险公司在这一年度可能发生的总赔款；

R^1表示保险公司在这一年末t_1时所需预留的准备金（closing reserve）

则在这一年度，准备金的流量进展过程（technical run-off result）可以表示为

$$RR = R^0 - C^1 - R^1 \tag{1}$$

准备金风险可以通过RR的概率分布来获得。RR的概率分布是以t_0时刻的全部观测值为条件的条件概率分布。

在风险模型中，通常将承保组合依照业务险种(LoB)分成多个同质的部分，为了能够与其他险种的准备金风险相加，以获得承保组合的综合准备金风险，我们需要计算准备金风险的概率分布。在某种情况下可以获得准备金风险的解析式，如Merz-Wütrich（2007）方法在链梯法中的应用，但通常的情况是很难求出准备金风险的解析式，所以，准备金风险的概率分布一般通过随机模拟获得，下面讨论这种随机模拟算法的步骤。

二．准备金风险的随机模拟算法

将各期增量赔付看成随机变量，令D_0表示t_0时刻随机变量的数据集，为了便于计算和分析，我们不考虑风险边际和折现率等其他因素，并且计算的准备金风险为某日历年的 1 月 1 号的情况。准备金风险的随机模拟算法可以分成以下三步。

1. 计算t_0时刻准备金的估计值R^0

R^0可以假设为t_0时刻未决赔款准备金的最佳估计，在这里不是随机变量。假设R^0是由可重复模拟的常用算法 M 获得。例如，对于长尾分布业务。我们可以通过赔款准备金求出进展因子，并利用回归模型对进展因子进行平滑和扩展,得到超过观测年份的进展因子。然后使用广义 Cape Cod 方法平稳化最近年份准备金估计数据，较早年份的准备金数据可以依据已发生损失数据进行调整。Struzzieri & Hussian (1998) 对广义 Cape Cod 方法进行了介绍。为了保证可重复模拟，精算师的主观判断一般不能加入到这一算法中。

2. 模拟这一年度可能发生的总赔款C^1

第二步是以D_0为条件，模拟各个事故年在这一年的增量。令$C_{i,j}$代表事故年i，进展年j的赔款，n代表最终进展年，所有的赔款均已完成。我们需要估计的是流量三角形中的新对角线值，将新对角线上的值加总就获得了C^1，是各个事故年在这一年的模拟增量的赔付之和。新对角线的估计值可以从正态分布或对数正态分布中模拟抽样。

3. 估计t_1时所需预留的准备金

第三步是估计t_1时的准备金R^1,方法是基于步骤2中模拟出来的数据，采用计算R^0时的同样算法M来计算R^1。

按照上述步骤分别计算出R^0,C^1和R^1的 N 次模拟值后，由（1）等式就可以获得RR的 N 次模拟值，于是就可以得出RR的经验分布，作为我们对RR的概率分布的估计。有了RR的概率分布，很容易就可以求出准备金风险标准差，风险值和其他风险度量。RR的 N 次模拟同样可以被综合多个险种的准备金风险模型使用，进而得出整体准备金风险。

在上面的计算中，我们没有考虑通货膨胀因素，可以按照历史通货膨胀率对赔款数据，即对上三角形数据进行调整后再进行模拟，再按照当前

价格对当前日历年的准备金 R^0 进行调整，考虑未来通货膨胀率的价格对下一日历年的准备金 R^1 及下一年赔款 C^1 进行调整。考虑通货膨胀因素情况的细节不作为本文的研究重点。

三. 实例研究

1.数据

我们选取的数据来自于 Taylor and Ashe (1983)中的数据（表 1），这些数据在国内外多篇关于准备金的论文和著作中被引用，如 Mack (1993)，Renshaw (1994)，England 和 Verrall(1999)，Pinheiro et al. (2003)，孟生旺(2009)，张连增(2008)，具有一定的代表性。数据形式为增量赔款流量三角形。

表 1 增量赔款流量三角形

事故年	进展年									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	357848	766940	610542	482940	527326	574398	146342	139950	227229	67948
2	352118	884021	933894	1183289	445745	320996	527804	266172	425046	
3	290507	1001799	926219	1016654	750816	146923	495992	280405		
4	310608	1108250	776189	1562400	272482	352053	206286			
5	443160	693190	991983	769488	504851	470639				
6	396132	937085	847498	805037	705960					
7	440832	847631	1131398	1063269						
8	359480	1061648	1443370							
9	376686	986608								
10	344014									

数据来源：Taylor and Ashe (1983), Second Moments of Estimates of Outstanding Claims. Journal of Econometrics 23, 37-61.

2. RR 概率分布模拟

(1) 确定 R^0

我们采用 Mack 模型来估计 R^0 和 R^1，R^1 的估计稍后会提到。Mack 模型是一种非常成熟的方法，R 中已有相应的模块（ChainLadder 包[1]），可以

[1] http:\www.r-project.com

得到准备金、进展因子、以及标准差的估计，这里我们所需要的关键参数是准备金的估计值。

使用的命令为 Mack.data <- MackChainLadder(data, est.sigma="Mack")。估计的所有结果都储存在 Mack.data 中，Mack.data 为一列表格式，按自己的需要可以自由提取其中元素。首先我们提取进展年因子和相应的估计标准差，如表 2 所示，进而可以计算各年准备金及总准备金，如表 3 所示。

表 2　进展年因子和对应标准差估计

进展年	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9
f	3.491	1.747	1.457	1.174	1.104	1.086	1.054	1.077	1.018
σ	400.350	194.260	204.854	123.219	117.181	90.475	21.133	33.873	21.133

表 3　各年准备金

事故年	准备金
0	0
1	94633.81
2	469511.3
3	709637.8
4	984888.6
5	1419459
6	2177641
7	3920301
8	4278972
9	4625811
合计	18680856

由表 3 可以得出，总准备金为 18680856，因此，我们以 18680856 作为 R^0 的取值。

（2）模拟 C^1

仍然在 Mack 模型框架下，我们采用随机模拟的方法产生 C^1。我们假

定累计赔款$Z_{i,k+1}$满足正态分布假设。其期望与方差分别为：

$$E(Z_{i,k+1} \mid B_k) = E(Z_{i,k+1} \mid Z_{i1},\ldots,Z_{i,k}) = Z_{ik} f_k \quad (2)$$

$$Var(Z_{i,k+1} \mid Z_{i1},\ldots,Z_{ik}) = Z_{ik}\sigma_k^2, 1 \le i \le I, 1 \le k \le I-1 \quad (3)$$

其中$B_k = \{Z_{ij} \mid j \le k, i+j \le I+1\}, 1 \le k \le I$代表已知上三角形流量数据。

根据表 2 中的进展因子f和标准差σ估计值，利用上面公式可以得到$Z_{i,k+1}$的期望与方差，在正态分布假定下，可以随机模拟产生在未来一年以内各事故年的赔付。注意到的一点是，我们模拟产生的是累积赔付。下图展示的是第 2、3、4、9 事故年分别在接下来一年内的模拟增量赔付（根据模拟产生的累计赔付加以变换），模拟次数为 500。

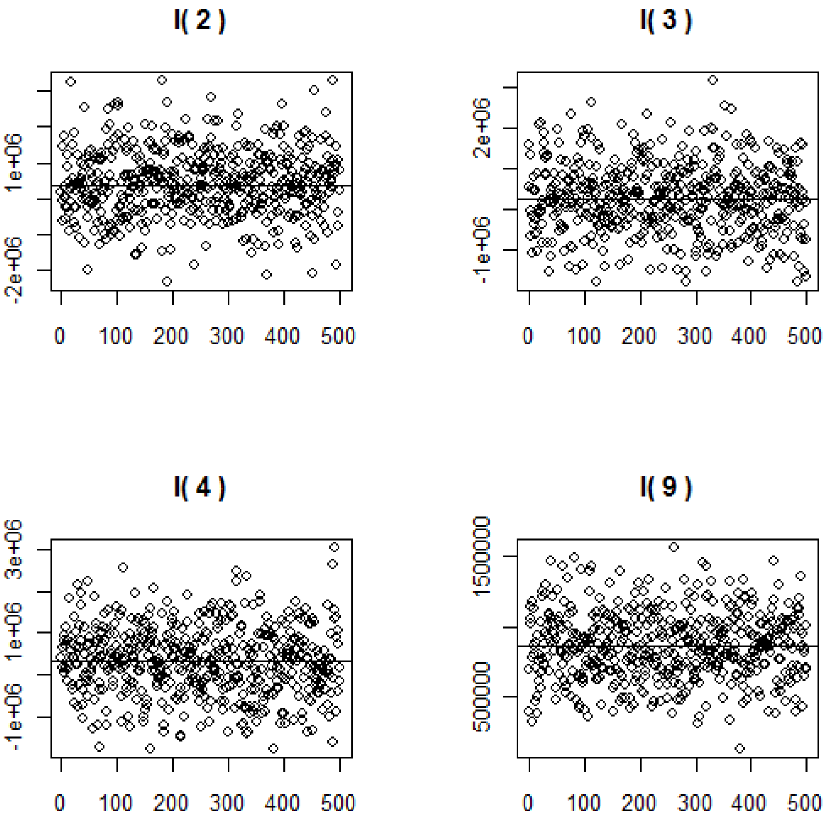

图 1 增量赔付的模拟值

在累积赔付满足正态分布假定下，可以证明这些增量赔付也满足正态分布。图 2 是第 3 事故年在接下来一年内模拟产生的增量赔付的分布情况，左侧是其直方图，核密度估计曲线与正态分布概率密度曲线较为相似；右侧为该样本的正态 QQ 图，从图中可以看出大多数的点位于同一条直线上，可以认为模拟的结果满足正态分布假定。

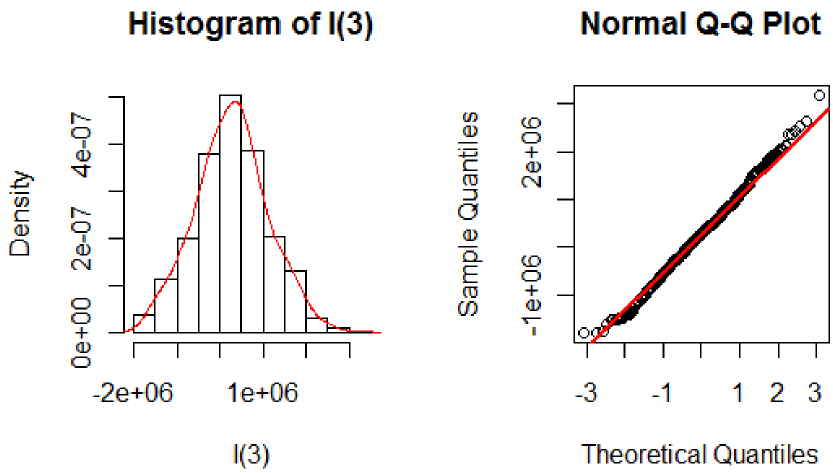

图 2 增量赔付的分布与正态检验

（3）估计 R^1。

仍然采用与估计 R^0 时相同的准备金评估方法来估计 R^1，所不同的是，R^0 的估计所需数据均是已发生的真实数据，而估计 R^1 时，除了已发生的真实数据外，还要用到各个事故年在下一年的模拟赔付数据。

我们以第二次模拟为例，在新的模拟赔付数据产生后，我们需要把它们加入到先前的流量三角形中，形成新的流量三角形。如下表 4，粗体部分就是我们模拟生成的新数据。我们采用这个新的流量三角形，使用 Mack 模型来计算 R^1。

表 4 新的累计赔款流量三角形

事故年	进展年									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	357848	1124788	1735330	2218270	2745596	3319994	3466336	3606286	3833515	3901463
2	352118	1236139	2170033	3353322	3799067	4120063	4647867	4914039	5339085	**5021451**
3	290507	1292306	2218525	3235179	3985995	4132918	4628910	4909315	**6370976**	NA
4	310608	1418858	2195047	3757447	4029929	4381982	4588268	**5144020**	NA	NA

5	443160	1136350	2128333	2897821	3402672	3873311	**4523234**	NA	NA	NA
6	396132	1333217	2180715	2985752	3691712	**4160139**	NA	NA	NA	NA
7	440832	1288463	2419861	3483130	**3673365**	NA	NA	NA	NA	NA
8	359480	1421128	2864498	**5385543**	NA	NA	NA	NA	NA	NA
9	376686	1363294	**2614848**	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
10	344014	**739023.8**	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA

经过计算，我们得到的准备金估计值为 R^1=15117121。不断地模拟生成赔付数据，不断地重复准备金计算过程，我们得到 R^1 的 500 次模拟值。因为这些赔付数据是随机的并且满足一定分布假设，可以预见，R^1 也呈现一定的随机性，并可以得到其经验分布。强调一点是，R^1 的计算不是按照随机准备金的思路，R^1 之所以具有随机性，在于流量三角形在不停的发生变化，并不是由于估计过程具有随机性。

（4）计算 RR。

根据公式 $RR = R^0 - C^1 - R^1$ 来计算 RR。注意到，这里的 C^1 是各个事故年在下一年的模拟增量赔付的总和。对应于 500 次的模拟，有 500 个 C^1 和 R^1 的随机模拟计算值，相应的，就会有 RR 的 500 次模拟值。下图给出的是 RR 的散点图。

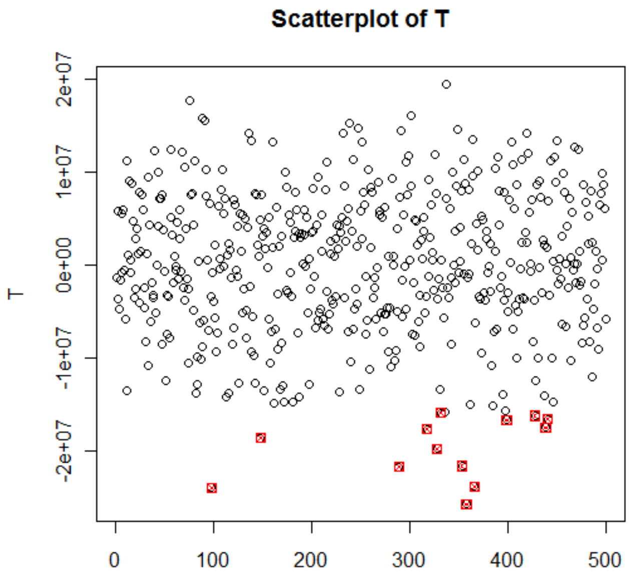

图 3 RR 散点图

3. 准备金风险的分析

首先讨论的是 *RR* 的描述性数据分析，如下表 5，包含均值、四分位数等信息。

表 5　*RR* 概率分布特征

Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.
-25660000	-5014000	169600	-13300	5641000	19500000

虽然均值接近于零，但是整个数据的变异是比较剧烈的。数据的图形展示可能更为直观，图 4 是 RR 的箱线图。

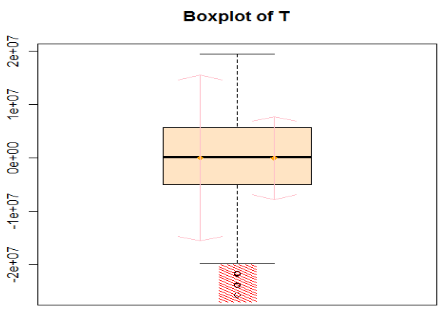

图 4　RR 的箱线图

由图 4 可以看出，由均值出发，上下两个标准差（左侧双向箭头）并未包含绝大部分数据，上下一个标准差范围内（右侧双向箭头）包含的数据量更少。可见数据变异比较大，尤其是在箱线图下侧触须以下仍有不少极端值（红色区域标出）。这些非常小的极端值 T 意味着本年提取的准备金可能在接下来一年内，不能够涵盖将要发生的赔付以及未来提取的准备金，会给保险公司带来经营风险。那这种风险源自哪里呢。对于 RR，其本身的随机变异来自于两个方面，其一是参数估计风险，其二是过程风险。过程风险意味着未来一年的赔付可能会发生剧烈的变化，从而给准备金的估计带来风险。

进一步的分析发现，本例中这些风险来主要自于过程风险。如图 5，我们提取出对应于这些极端值，初始模拟产生的增量赔付的情况。

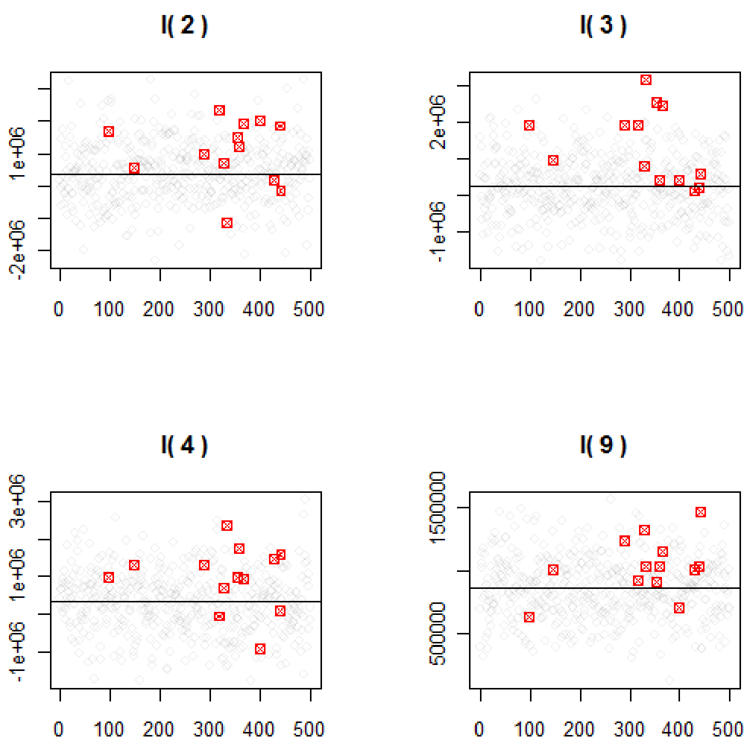

图 5 初始模拟产生的增量赔付的情况

作为说明，我们只是提取第 2、3、4 以及第 9 事故年在接下来一年内赔付情况。浅灰色部分是全部数据，红色方块对应的是 RR 产生极端值时的赔付数据（与图 5 中的红色方块相对应）。无一例外，这些数据的共同点

就是赔付超过了赔付均值。也就是说，未来一年内，一旦各个事故年的赔付由于某种原因都有不同程度的提高，就可能给准备金的估计带来较大风险。因此我们认为，在这种情况下，过程风险不容忽视。

四、结论与分析

如何度量准备金风险以及进行相应的风险评估是一较新的问题。本文所讨论的只是其中一种方法，这种方法在一定程度上确实能够体现出准备金风险，并可以描述风险的大小并分析风险的来源。这种方法可以进行许多扩展，比如选取什么样的准备金估计方法以及如何模拟未来一年的赔付都有待读者自主选择。

本文也有若干不足之处，许多问题并未讨论。首先，选取的准备金估计方法与赔付的随机模拟方法有没有相互的影响，它们是否应该遵从相同的假设；其次，我们如何通过得到的 RR 的分布来描述准备金风险，除了标准差、分位数外是否可以使用其他的风险度量方法；最后，本文只是在单一情况下讨论了过程风险，如何在本文介绍的方法下区分出过程风险和参数风险也待讨论。

参考文献

[1] Björkwall, S., Hössjer.o, & Ohlsson, E. (2008). Non-parametric and parametric bootstrap techniques for arbitrary age-to-age development factor methods in stochastic claims reserving.. Mathematical Statistics, Stockholm University, Research Report 2008:2.

[2] CEIOPS(2007). QIS3 technical speci_cations. CEIOPS-FS-11/07. http://www.ceiops.org/media /files /consultations ....../QIS/QIS3/QIS3TechnicalSpecificationsPart1.PDF

[3] Esbjorn Ohlsson ,Lauzeningks. The one-year non-life insurance risk. Insurance: Mathematics and Economics, 2009, vol. 45, issue 2, pages 203-208

[4] ENGLAND P. D. AND R. J. VERRALL. Analytic and Bootstrap Estimates of Prediction Errors in Claims Reserving. Insurance Mathematics and

Economics .1999.25: 281 - 93.
[5] ENGLAND P. D. AND R. J. VERRALL. Stochastic Claims Reserving in General Insurance. British Actuarial Journal .2002.8(3): 443 - 544.
[6] ENGLAND P. D. AND R.J. VERRALL. Predictive Distributions of Outstanding Liabilities in General Insurance. Annals of Actuarial Science .2006. 1(2): 221 - 70.
[7] MACK T. Distribution-Free Calculation of the Standard Error of Chain-Ladder Reserve Estimates. ASTIN Bulletin .1993.23(2): 213 - 25.
[8] PINHEIRO AND RADE E SILVA ANDCENTENO. Bootstrap Methodology in Claim Reserving. Journal of Risk and Insurance .2003.70(4): 701 - 14.
[9] Struzzieri, P. J. & Hussian, P. R. (1998). Using Best Practices to Deter-mine a Best Reserve Estimate. The CAS Forum, Fall 1998.
[10] TAYLOR G. AND F. R. ASHE. Second Moments of Estimates of Outstanding Claims. Journal of Econometrics .1983. 23: 37 - 61.
[11] Wütrich,M..V,Merz, M. & Lysenko, N. (2007).Uncertainty in the claims development result in the chain ladder method .Preprint, ETH, Zurich. http://www.math.ethz.ch/ wueth/papers2.html.
[12] 刘乐平,袁卫,张琅.保险公司未决赔款准备金的稳健贝叶斯估计[J].数量经济技术经济研究.2006.7:82-89.
[13] 卢志义,刘乐平.广义线性模型在非寿险精算中的应用及其研究进展[J].统计与信息论坛.2007.22(4):26-31.
[14] 孟生旺.未决赔款准备金评估模型的比较研究[J].统计与信息论坛.2007.22(5):5-9.
[15] 张连增.未决赔款准备金评估的随机性模型与方法[M].北京：中国金融出版社，2008.
[16] 陈志国. 欧盟保险偿付能力II改革的最新进展[J]. 保险研究，(2008).9:88-92.
.