如何理解永磁电机各种电感?

J Pan
航空工程师

对于永磁同步电机的控制而言，我们经常要用到坐标变换，碰到各种电感——相电感、线电感、直轴电感、交轴电感、相间互感等等，尤其是电感和坐标变换结合后，导致很多童鞋迷惑不清。今天，我们就试图理一下其中的关系。

先从电感说开，1824年，奥斯特发现了电流的效应——在通电导体的周围小磁针会发生偏转，即**电能生磁**。若干年后，法拉第和亨利发现了电磁的另外一个方面：**磁也能生电**。他们注意到移动的磁场能能在导体中感应出电流，这就是所谓的**电磁感应**，其数学表达式如下：

$$e = \frac{d\phi}{dt}$$

其中 e 表示感应电压， $d\phi/dt$ 表示磁通的变化率，单位是 Wb/s 。

在法拉第发表电磁感应的论文后不久，楞次发现了决定感应电流方向的规律，就是我们高中学到的楞次定律：感应电流的磁场总要阻碍引起感应电流的磁通量的变化。简单来说就是：**来拒去留。**

所以完整的法拉第定律应为：

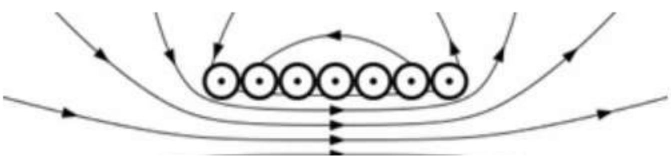
$$e = -\frac{d\phi}{dt}$$

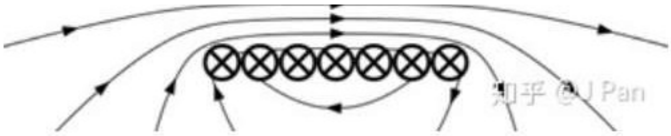
对永磁同步电机想了解更多，可以参照文章：

J Pan：如何快速理解永磁同步电机?
3496 赞同 · 378 评论 文章

一、什么是自感和互感

安培定律告诉我们，**磁场产生的根本原因是电流**——既可以是导体中的电流，也可以是永磁体中的环形电流。也就是说，我们现在有一个线圈，给它通电之后，就会产生磁场，如下图所示：





Source：Wikipedia

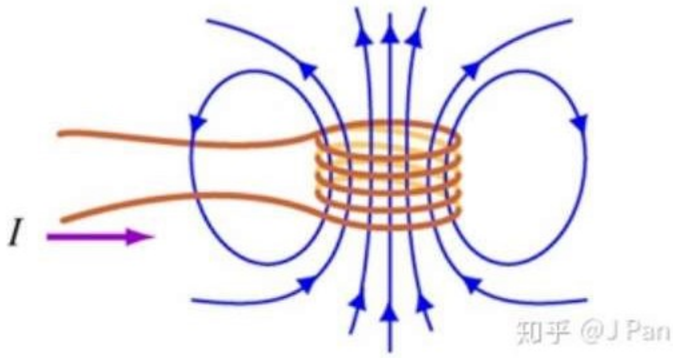
那问题就来了，线圈本身就处于自身产生的磁场中，是不是也就意味着线圈中也会产生磁通（磁链）？——答案是显而易见的，但如何来描述呢?

磁通这个量对于我们来说不直观，也不好测量，既然磁通是由电流产生的那我们是不是可以借助电流来表示呢?——媒介就是**电感（inductance）**！所以电感的定义就是:

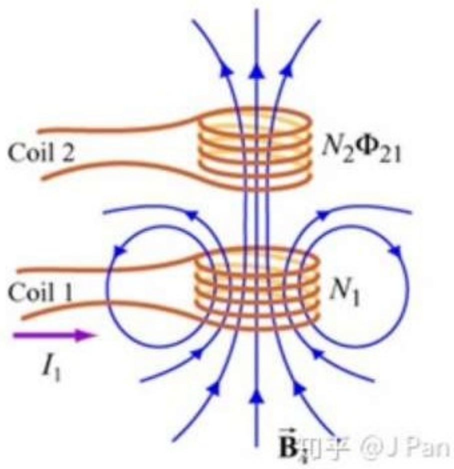
$$L = \frac{\phi}{i}$$

单位是Henry（亨利），一位美国物理学家，他其实和法拉第几乎同时独立的发现了电磁感应现象，只不过呢，法拉第更早的发表了成果，就赢得了冠名权。

我们通常说的电感，严格来说应该叫自感（self inductance），即线圈自己对自己产生磁通的能力。



既然有自感，就会有互感（mutual inductance），即两个线圈之间互相产生磁通的能力。



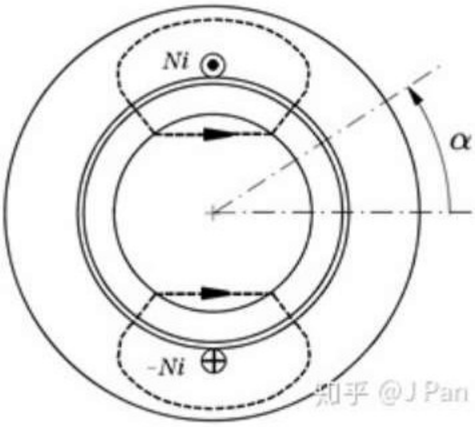
电感为什么重要?——因为它表征了在某个特定的结构中**电流产生磁场的能力**，而电流是我们非常熟悉的量，如果电感确定了，我们就能很容易去研究磁场的性质，在电机中尤其如此。

二、什么是磁动势

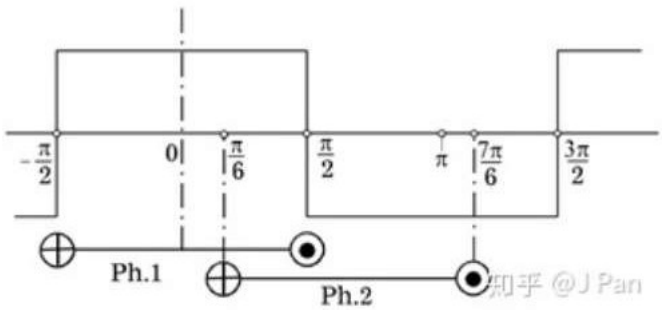
我们知道，电感的定义是由磁通（多匝为磁链）来定义的，要计算线圈电感，要首先计算线圈通电后产生的磁场，并由此计算磁链。我们假设有以下“理想电机”：

- 电机内磁路为线性，铁芯中的磁滞和涡流损耗可以忽略；
- 气隙磁场的高次谐波可以忽略；
- 定、转子表面光滑，齿、槽影响可以用卡式系数修正；
- 直轴和交轴气隙可以不等，但是**气隙的比磁导可以用平均值加二次谐波来表示；**

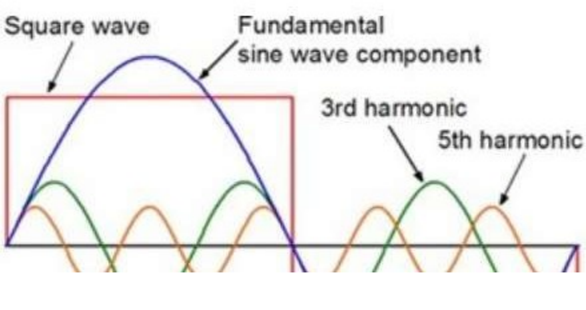
注意最后一条假设非常重要，后面我们会说。

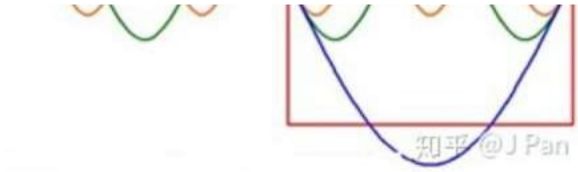


上图表示一个定子槽内有两极整距线圈的情况，其中 ⊙ 为流出， ⊗ 为流入。由安培环路定理，我们知道其磁动势分布为：



磁动势的幅值为：$F_a = \frac{Ni}{2}$





对方波进行傅里叶级数分析，可知其可由1、3、5，...等奇次谐波组成，其中1次谐波也称之为基波，其幅值为：

$$F_{a1} = \frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2}$$

上面分析的是一对极情况，现在假设是 p 对极，每相绕组总匝数为 N_{ph} ，则A相基波幅值为：

$$F_{a1} = \frac{4}{\pi}\frac{N_{ph}}{2p} \cdot i_a$$

上面分析时绕组都认为是整距，且每极每相只有一个槽，实际电机很少这种情况，大多每极下面是多槽的，而且还是短距：

我们一般用一个绕组因数 k_{w1} 来对基波磁动势进行修正，其幅值为：

$$F_{a1} = \frac{4}{\pi}\frac{N_{ph}k_{w1}}{2p} \cdot i_a$$

三、如何计算永磁同步电机的相电感及互感

前面我们计算了基波磁动势的幅值，则其沿定子分布为：

$$F_{a1} = \frac{4}{\pi}\frac{N_{ph}k_{w1}}{2p} \cdot i_a \cdot cos\alpha$$

有了磁势，如果我们也能知道磁导（磁阻的倒数），那就能计算气隙磁密了。对于表贴式永磁同步电机（SPM）而言，气隙基本不变，因此磁导和转子的位置没什么关系；但是对于内嵌式永磁同步电机（IPM）而言，气隙沿转子圆周方向一直变换（变化周期是极对数的两倍），因此磁导还和转子位置相关。

Source: SPEEDs Electrical Machines

由于dq轴是定义在转子上的，因此我们可以通过d轴与A相绕组的夹角 θ 来表示转子所在的位置。

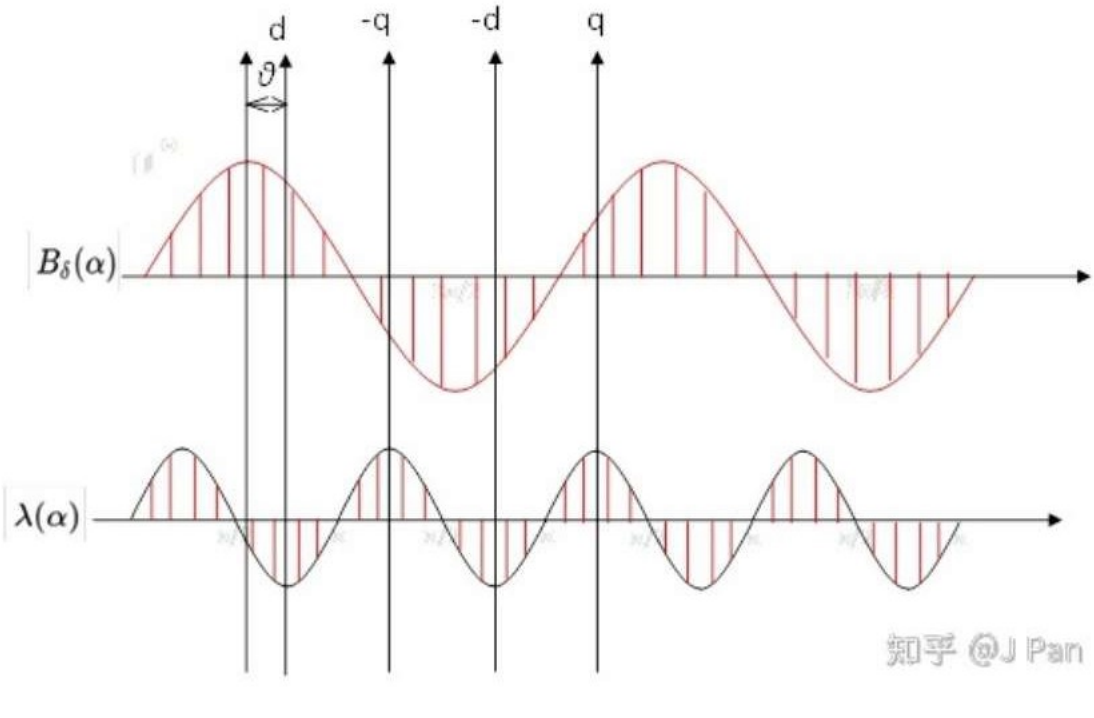
- **如何计算相电感**

由于前面理想电机假设，气隙比磁导（单位面积气隙磁导）为：

$$\lambda(\alpha) = \lambda_{\delta 0} + \lambda_{\delta 2} cos2(\alpha - \theta)$$

注意上式中因为气隙长度变换周期是极对数的2倍，因此有个2次分量，而且当电机类型为内嵌式（IPM）时， $\lambda_{\delta 2}$ 为负值，即d轴时磁阻最大，磁导最小。

气隙磁动势和比磁导的相位关系为：



则气隙磁密为磁动势乘以比磁导:

$$B_\delta(\alpha)=F_{a1}cos\alpha\cdot(\lambda_{\delta0}+\lambda_{\delta2}cos2(\alpha-\theta))$$

展开成谐波叠加的形式:

$$B_\delta(\alpha)=F_{a1}\left[\lambda_{\delta0}cos\alpha+\frac{1}{2}\lambda_{\delta2}cos(\alpha-2\theta)+\frac{1}{2}cos(3\alpha-2\theta)\right]$$

所以基波气隙磁密为:

$$B_{\delta1}(\alpha)=F_{a1}\left[\lambda_{\delta0}cos\alpha+\frac{1}{2}\lambda_{\delta2}cos(\alpha-2\theta)\right]$$

则A相绕组对应的磁链为:

$$\psi_{aa}=L_\sigma i_a+N_{ph}k_{w1}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}B_{\delta1}\cdot\frac{\tau l}{\pi}\cdot d\alpha$$

其中 L_σ 为A相漏感, τ 为极距, l 叠片长度,上式整理可得:

$$\psi_{aa}=L_\sigma i_a+\frac{2}{\pi}N_{ph}k_{w1}F_{a1}\cdot\left[\lambda_{\delta0}+\frac{1}{2}\lambda_{\delta2}cos2\theta\right]\cdot\tau l$$

进一步整理可得:

$$\psi_{aa}=L_\sigma i_a+\left(\frac{2}{\pi}N_{ph}k_{w1}\right)^2\cdot\frac{\tau l}{p}\cdot\left[\lambda_{\delta0}+\frac{1}{2}\lambda_{\delta2}cos2\theta\right]\cdot i_a$$

所以A相自感为:

$$L_{aa}=\frac{\psi_{aa}}{i_a}$$

即:

$$L_{aa}=L_\sigma+\left(\frac{2}{\pi}N_{ph}k_{w1}\right)^2\cdot\frac{\tau l}{p}\cdot\left[\lambda_{\delta0}+\frac{1}{2}\lambda_{\delta2}cos2\theta\right]$$

看着比较复杂,我们换一种表达方式:

令:

$$L_{s0}=L_\sigma+\left(\frac{2}{\pi}N_{ph}k_{w1}\right)^2\cdot\frac{\tau l}{p}\cdot\lambda_{\delta0}$$

$$L_{s2}=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{\pi}N_{ph}k_{w1}\right)^2\cdot\frac{\tau l}{p}\cdot\lambda_{\delta2}$$

则:

$$L_{aa} = L_{s0} + L_{s2} cos2\theta$$

可见，A相绕组的自感不是一个固定值，而是随转子的变换而变化。同理可得其他两相自感为：

$$L_{bb} = L_{s0} + L_{s2} cos2(\theta - 2\pi/3)$$

$$L_{cc} = L_{s0} + L_{s2} cos2(\theta + 2\pi/3)$$

- **如何计算相间互感**

由于B相绕组与A相绕组空间相差120°，其与自感方式基本相同，只需将积分区间由 $[-\pi/2 \quad \pi/2]$ 修改为 $[-\pi/2 - 2\pi/3 \quad \pi/2 - 2\pi/3]$，即可以计算A相绕组电流产生的磁场在B相绕组中感应出的磁链，具体为：

$$\psi_{ab} = M_\sigma + N_{ph} k_{w1} \int_{-\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{3}} B_{\delta 1} \cdot \frac{\tau l}{\pi} \cdot d\alpha$$

其中 M_σ 为互漏感，可以获得A、B相互感为：

$$L_{ab} = \frac{\psi_{ab}}{i_a} = M_{s0} + L_{s2} cos2(\theta + 2\pi/3)$$

其中：

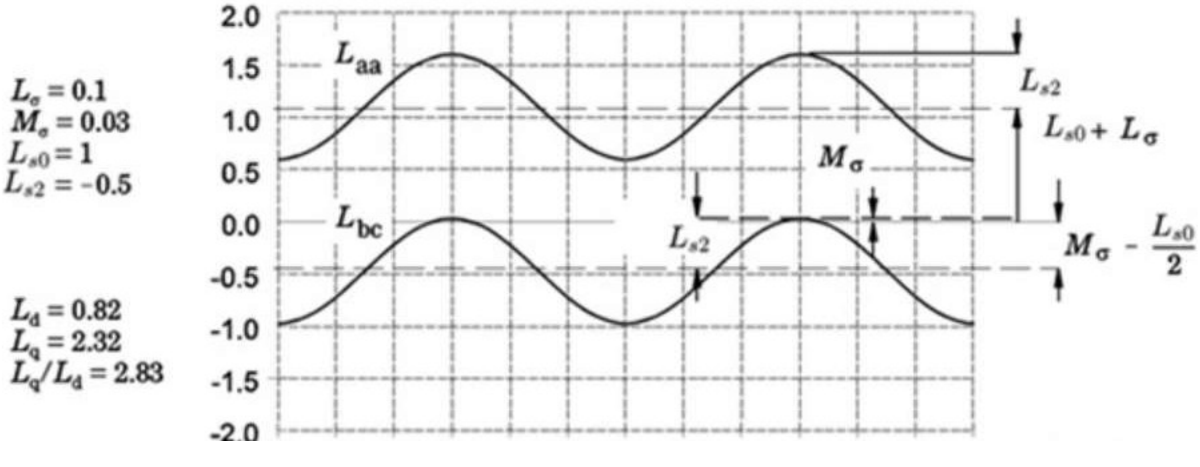
$$M_{s0} = M_\sigma - \frac{1}{2} L_{s0}$$

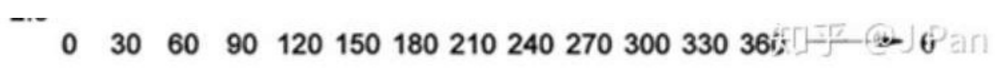
同理可获得其他两相的互感为：

$$L_{bc} = \frac{\psi_{bc}}{i_b} = M_{s0} + L_{s2} cos2(\theta)$$

$$L_{ca} = \frac{\psi_{ca}}{i_c} = M_{s0} + L_{s2} cos2(\theta - 2\pi/3)$$

一个典型的电机的自感和互感如下图所示：





Source: SPEEDs Electrical Machines

四、如何计算dq轴电感

一般的永磁同步电机都会用dq轴电感表示，很多童鞋就迷惑了：dq轴电感怎么计算或测量？和相电感及互感有什么关系？dq电感和坐标变换有关系没？下面我们就逐一解答一下。

- **如何确定坐标转换矩阵**

文章一开始我们就说了，算电感是为了算磁链，进而去计算磁场的某型性质，现在我们通过艰苦的努力，终于把三相绕组的自感和互感计算出来了。

$$\mathbf{L_s}=\begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix}$$

那磁链就可以计算了：

$$\begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

我们本来以为算完相电感就万事大吉了呢！——很遗憾，这只是开始，还远不是结束，因为这个**电感矩阵太复杂**了！不信你请看：

$$\mathbf{L_s}\\=\begin{bmatrix} L_{s0}+L_{s2}cos2\theta & M_{s0}+L_{s2}cos2(\theta+2\pi/3) & M_{s0}+L_{s2}cos2(\theta-2\pi/3) \\ M_{s0}+L_{s2}cos2\theta & L_{s0}+L_{s2}cos2(\theta-2\pi/3) & M_{s0}+L_{s2}cos2(\theta) \\ M_{s0}+L_{s2}cos2(\theta-2\pi/3) & M_{s0}+L_{s2}cos2(\theta) & L_{s0}+L_{s2}cos2(\theta+2\pi/3) \end{bmatrix}$$

而且这个电感矩阵还随之转子的变化而变化着，这就麻烦了！怎么办呢？记得我们刚上大学的时候，有两门课是必修的基础课，一个是微积分，另外一个是线性代数，在线性代数里面我们学到了一个概念——矩阵对角化，啥意思呢，简单来说就是找到一个相似矩阵，这个相似矩阵呢形式比较简单，只有对角线上有数，而且这个相似矩阵能表征原矩阵的关键特征。矩阵对角化本质就是寻找矩阵空间的正交基以及在“基”上的投影系数。那电感矩阵是不是可以进行对角化呢？

我们按照矩阵对角化的步骤，先令：

$$det\left|\mathbf{L_s}-\lambda\mathbf{I}\right|=0$$

这个表达式展开比较复杂，我们就不细写了，有兴趣的童鞋可以自己推到一下，下面只说结论：我们可以得到三个特征值，分别是：

$$\lambda_1=L_{s0}-M_{s0}+\frac{3}{2}L_{s2}$$

$$\lambda_2=L_{s0}-M_{s0}-\frac{3}{2}L_{s2}$$

$$\lambda_3=L_{s0}+2M_{s0}$$

其中特征值 λ_1 对应的特征向量是：

$$\mathbf{X_1}=\begin{bmatrix} cos\theta \\ cos(\theta-2\pi/3) \\ cos(\theta+2\pi/3) \end{bmatrix}$$

特征值 λ_2 对应的特征向量是：

$$\mathbf{X_2}=-\begin{bmatrix} sin\theta \\ sin(\theta-2\pi/3) \\ sin(\theta+2\pi/3) \end{bmatrix}$$

特征值 λ_3 对应的特征向量是：

$$\mathbf{X_3}=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

则3个特征向量可以组成如下特征矩阵：

$$\mathbf{C}=\left[\mathbf{X_1}\quad\mathbf{X_2}\quad\mathbf{X_3}\right]=\begin{bmatrix} cos\theta & -sin\theta & 1 \\ cos(\theta-2\pi/3) & -sin(\theta-2\pi/3) & 1 \\ cos(\theta+2\pi/3) & -sin(\theta+2\pi/3) & 1 \end{bmatrix}$$

细心的童鞋可能已经发现了某些端倪——**这个特征矩阵就是帕克逆变换！**

该特征矩阵的逆矩阵为：

$$\mathbf{C}^{-1} = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} cos\theta & cos(\theta - 2\pi/3) & cos(\theta + 2\pi/3) \\ -sin\theta & -sin(\theta - 2\pi/3) & -sin(\theta + 2\pi/3) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

则电感矩阵的特征值可以用特征矩阵及其逆矩阵来计算，即

$$\mathbf{L_s'} = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{L_s}\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \lambda_2 & \\ & & \lambda_3 \end{bmatrix}$$

好了，变魔术的时候来了，我们要给这几个特征值换名字了：我们一般称 λ_1 为 L_d；λ_2 为 L_q，λ_3 为 L_0，即：

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \lambda_2 & \\ & & \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & & \\ & L_q & \\ & & L_0 \end{bmatrix}$$

即：

$$L_d = L_{s0} - M_{s0} + \frac{3}{2}L_{s2}$$

$$L_q = L_{s0} - M_{s0} - \frac{3}{2}L_{s2}$$

$$L_0 = L_{s0} + 2M_{s0}$$

什么？——原来**dq轴的电感就是三相绕组电感矩阵的特征值**！这么做有什么好处呢？大家仔细观察一下就可以发现，dq电感是一个常量了，$cos2\theta$ 等变化因子消失了，也就是说通过对角化（坐标变换），原先较为复杂的电感矩阵对角化和常数化了，是定子的磁链方程解耦了！同时我们还可以得出如下结论：dq轴电感与变换矩阵无关，是电感矩阵的固有属性。

- **什么是恒功率变换**

在学习坐标变换的时候很多童鞋就有疑惑，有的变换矩阵前面有个系数 $2/3$，有的是 $\sqrt{2/3}$，有的又没有，这到底有什么关系呢？

我们知道电压矢量、电流矢量以及磁链矢量的关系为：

$$\mathbf{u_s} = \mathbf{R_s}\mathbf{i_s} + \frac{d\mathbf{\Psi_s}}{dt}$$

前面在电感对角画的时候我们求取了变换矩阵 $\mathbf{C}$，现在我们需要把电压矢量、电流矢量以及磁链
矢量也进行坐标变换

矢量也进行坐标变换：

$$\mathbf{u_s'} = \mathbf{C}\mathbf{u_s}$$

$$\mathbf{i_s'} = \mathbf{C}\mathbf{i_s}$$

$$\mathbf{\Psi_s'} = \mathbf{C}\mathbf{\Psi_s}$$

则变换后的功率为：

$$\mathbf{P} = (\mathbf{i_s'})^T\mathbf{u_s'} = (\mathbf{C}\mathbf{i_s})^T(\mathbf{C}\mathbf{u_s}) = (\mathbf{i_s})^T(\mathbf{C}^T\mathbf{C})\mathbf{u_s}$$

我们把 $\mathbf{C}$ 和 $\mathbf{C}^T$ 代入上式，就可以得到：

$$\mathbf{k} = \mathbf{C}^T\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & & \\ & \frac{3}{2} & \\ & & 3 \end{bmatrix}$$

我们不考虑零轴分量，发现变换后的功率是变换前的3/2倍！也就是说，变换前后功率不守恒了，那我们通过功率计算的转矩就会不准确了，需要进行修正！

那怎样才能做到功率守恒呢？——也很简单，把特征矩阵变为下面这个就可以了。

$$\mathbf{C_0} = \sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} cos\theta & -sin\theta & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ cos(\theta-2\pi/3) & -sin(\theta-2\pi/3) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ cos(\theta+2\pi/3) & -sin(\theta+2\pi/3) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

这个矩阵的你矩阵和转置矩阵一样：

$$\mathbf{C_0}^{-1} = \mathbf{C_0}^T = \sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} cos\theta & cos(\theta-2\pi/3) & cos(\theta+2\pi/3) \\ -sin\theta & -sin(\theta-2\pi/3) & -sin(\theta+2\pi/3) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

这个矩阵也是我们最常用的变换矩阵。

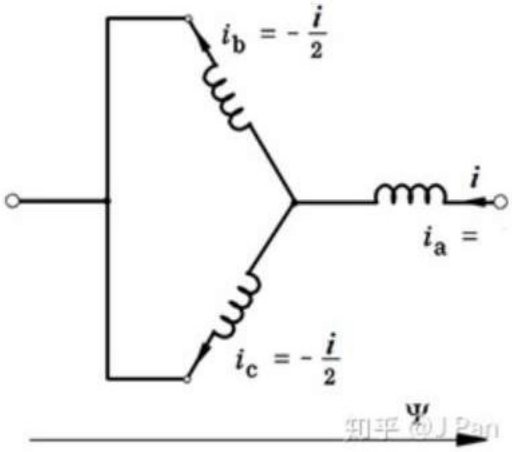
五、如何测量dq轴电感

我们要建立永磁同步电机的模型，就要知道dq轴电感，那怎么得到呢？两种方式，一种是计算，一种是测量。计算比较容易，建立电机的有限元模型，现在的电磁计算软件都有电感矩阵计算功能，计算出来求特征值就行了，有的软件都能直接给出dq轴的电感。

下面我们着重说一下如何测量dq轴电感，这也是大家最迷惑的地方之一。

一般来说有2种方式来测电感，一种是通过三相绕组，一种是通过两相绕组。

- **用三相测dq轴电感**



Source: SPEEDs Electrical Machines

将B、C两相绕组并联在一起，形成一个新的端点，用LCR表或其他装置测量该端点和A相绕组端点之间的电感。

此时因为：

$$\Psi_a = \left[L_{aa} - \tfrac{1}{2}(L_{ab} + L_{ca})\right] \mathbf{i}$$

B相绕组和C相绕组并联，具有相同的磁链，因此只计算B相绕组的磁链：

$$\Psi_b = \left[L_{ab} - \tfrac{1}{2}(L_{bb} + L_{cb})\right] \mathbf{i}$$

则总的磁链为：

$$\Psi = \Psi_a - \Psi_b$$

则等效电感为：

$$L = \frac{\Psi}{\mathbf{i}} = \frac{3}{2}\left[L_{s0} - M_{s0} + \sqrt{3}L_{s2}cos\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right)\right]$$

当$\theta = 0$ 时：

$$L_{\theta=0} = \frac{3}{2}\left[L_{s0} - M_{s0} + \frac{3}{2}L_{s2}\right] = \frac{3}{2}L_d$$

当$\theta = \pm\pi/2$ 时:

$$L_{\theta=\pm\pi/2} = \frac{3}{2}\left[L_{s0} - M_{s0} - \frac{3}{2}L_{s2}\right] = \frac{3}{2}L_q$$

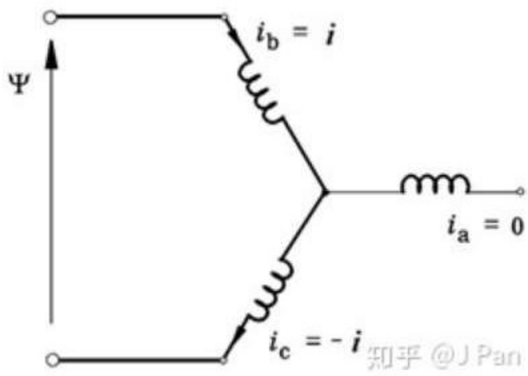
可见，当我们在转子合适的位置测电感时，可以分别获得d轴电感和q轴电感。但是这种方法有一个难点就是如何知道转子此时的位置，一个近似的测法是缓慢的旋转转子，记下电感的最大值和最小值，此时:

$$L_{min} = \frac{3}{2}\left[L_{s0} - M_{s0} + \sqrt{3}L_{s2}\right] \approx \frac{3}{2}L_d$$

$$L_{max} = \frac{3}{2}\left[L_{s0} - M_{s0} - \sqrt{3}L_{s2}\right] \approx \frac{3}{2}L_q$$

- **用两相测dq轴电感**

用两相绕组也可以直接测量，比如直接测量B、C两相端部之间的电感。



Source: SPEEDs Electrical Machines

此时，B相绕组的磁链为:

$$\Psi_b = (L_{bb} - L_{bc})\mathbf{i}$$

B相绕组的磁链为:

$$\Psi_c = (L_{bc} - L_{cc})\mathbf{i}$$

总的磁链为:

$$\Psi = \Psi_b - \Psi_c$$

等效电感为:

$$L = \frac{\Psi}{i} = 2\left[L_{s0} - M_{s0} - \frac{3}{2}L_{s2}\cos 2\theta\right]$$

$$L = \frac{\psi}{i} = 2\left[L_{s0} - M_{s0} - \frac{3}{2}L_{s2}\cos 2\theta\right]$$

同样，缓慢的旋转转子，记下电感的最大值和最小值，此时：

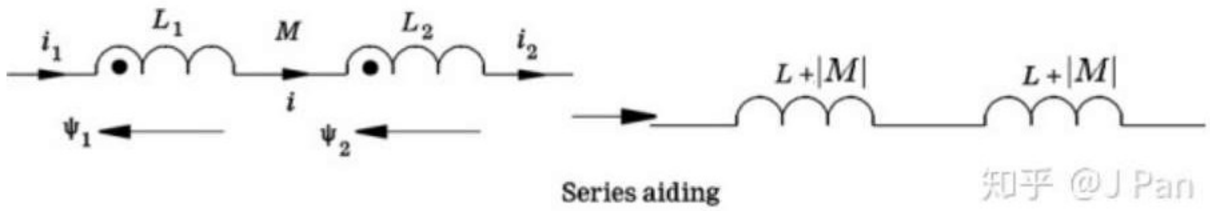
$$L_{min} = 2\left[L_{s0} - M_{s0} + \frac{3}{2}L_{s2}\right] = 2L_d$$

$$L_{max} = 2\left[L_{s0} - M_{s0} - \frac{3}{2}L_{s2}\right] = 2L_q$$

六、附录（如何计算串联和并联电感）

由于电机是比较复杂的电磁产品，里面电感构型比较复杂，既有自感又有互感，电感之间既有并联，也有串联，所以我们有必要专门研究一下电感串联和并联有什么特性（虽然前面也有一用到，为了保持文章的连贯性，这一段内容还是还是放到最后了）。

- **同向串联电感**



Source: SPEEDs Electrical Machines

上图描述了两个绕向相同的电感串联时的模型，其中用黑点表示绕组电流流入方向，电流和磁链方向如图所示。

第一个电感产生的总磁链为：

$$\Psi_1 = L_1 i_1 + |M|\, i_2$$

第二个电感中产生的总磁链为：

$$\Psi_2 = L_2 i_2 + |M|\, i_1$$

两个电感中的电流方向相同：

$$i_1 = i_2$$

两个电感等效成一个电感时，总的磁链为：

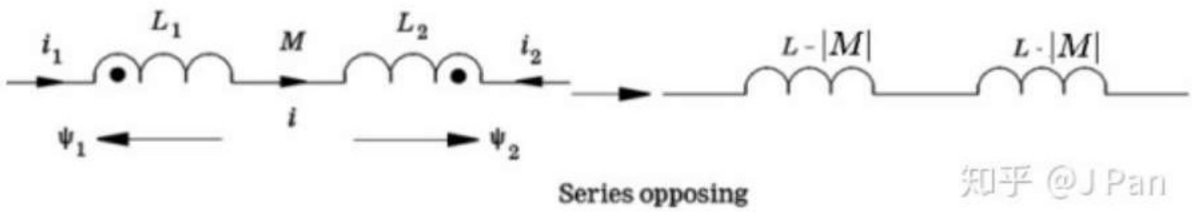
$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2 = (L_1 + L_2 + 2|M|)i$$

$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2 = (L_1 + L_2 + 2\left|M\right|)i$$

则等效电感为:

$$L_{sa} = \frac{\Psi}{i} = (L_1 + |M|) + (L_2 + |M|)$$

- **反向串联电感**



Source: SPEEDs Electrical Machines

注意，此时两绕组绕向相反，由于定义的电流正方向为绕组的流入方向，在此规定下，两绕组的电流数值关系是:

$$i_1 = -i_2$$

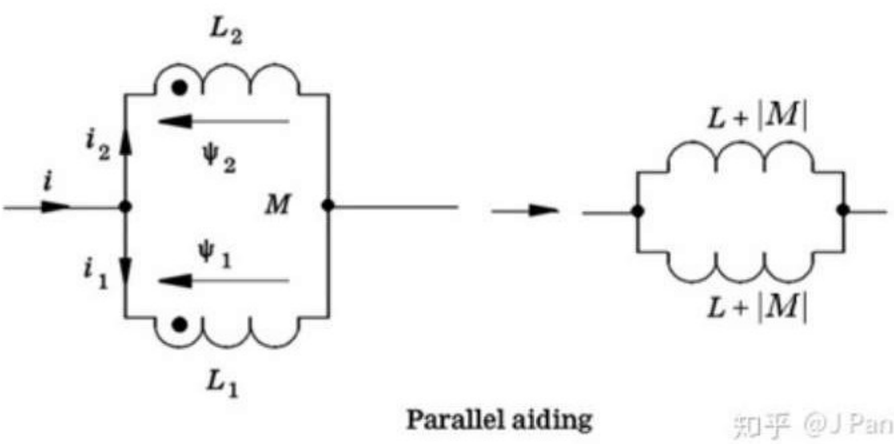
所以总的等效磁链为:

$$\Psi = \Psi_1 - \Psi_2 = (L_1 + L_2 - 2\left|M\right|)i$$

则等效电感为:

$$L_{so} = \frac{\Psi}{i} = (L_1 - |M|) + (L_2 - |M|)$$

- **同向并联电感**



Source: SPEEDs Electrical Machines

注意，两个电感并联时是比较反直觉的，下面我们就来仔细分析一下。上图是绕向相同的两个电感并联时情况，此时，由基尔霍夫电压定律每个电感两端的电压应该是一致的。即:

$$\frac{d\Psi_1}{dt} = \frac{d\Psi_2}{dt} = e$$

对于第一个电感:

$$e = L_1 \frac{di_1}{dt} + |M| \frac{di_2}{dt}$$

对于第二个电感:

$$e = L_2 \frac{di_2}{dt} + |M| \frac{di_1}{dt}$$

由基尔霍夫电流定律:

$$i = i_1 + i_2$$

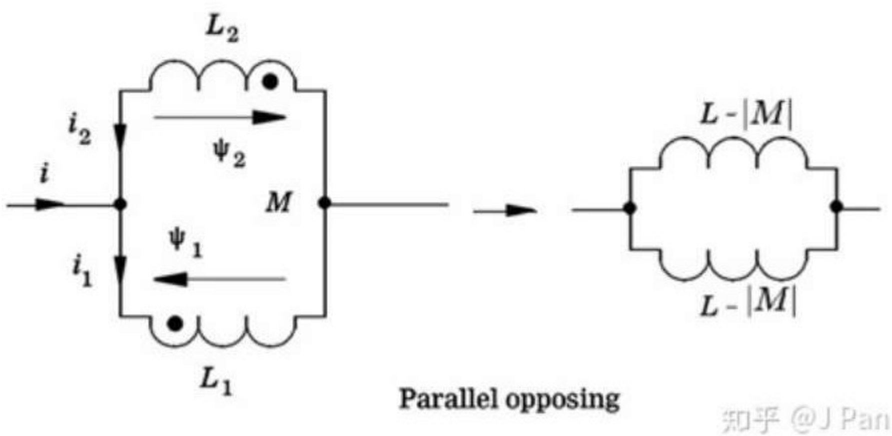
整理可得:

$$e = \frac{L_1 L_2 - |M|^2}{L_1 + L_2 - 2|M|} \frac{di}{dt}$$

所以等效电感为:

$$L_{pa} = \frac{L_1 L_2 - |M|^2}{L_1 + L_2 - 2|M|}$$

- **反向并联电感**



Source: SPEEDs Electrical Machines

两电感方向绕向相反，则根据基尔霍夫电压定律:

$$\frac{d\Psi_1}{dt} = -\frac{d\Psi_2}{dt}$$

由基尔霍夫电流定律:

. . .

$\imath = \imath_1 - \imath_2$

可计算的等效电感为：

$$L_{po} = \frac{L_1 L_2 - |M|^2}{L_1 + L_2 + 2|M|}$$

简单来说：

当两电感串联时：

$L_s = L_1 + L_2 \pm 2M$，绕向相同时为 $+$，绕向相反时为 $-$；

当两电感并联时：

$L_p = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \mp 2M}$，绕向相同时为 $+$，绕向相反时为 $-$；

编辑于 2021-06-21 22:02