目录

---

1 指数趋近律

1.1 公式

$$\dot{s} = -\varepsilon sgns - ks\varepsilon > 0, k < 0$$

式中，$\dot{s} = -ks$是指数趋近律，其解为$s = s(0)e^{-kt}$。

1.2 引理

针对$V : [0, \infty) \in R$，不等式方程$\dot{V} \leqslant -\alpha V + f$，$\forall t \geqslant t_0 \geqslant 0$的解为

$$V(t) \leqslant e^{-\alpha(t-t_0)}V(t_0) + \int_{t_0}^{t} e^{-\alpha(t-\tau)} f(\tau) d\tau$$

1.3 指数趋近律分析如下：

定义$Lyapunov$函数为$V = \frac{1}{2}s^2$，采用指数趋近律，则可得到

$$\dot{V} \leqslant -\varepsilon |s| - ks^2 = -\frac{k}{2}V - \varepsilon |s| \leqslant -\frac{k}{2}V$$

根据 1.2 节中的引理，针对不等式方程$\dot{V} = -\frac{k}{2}V$，有$\alpha = \frac{k}{2}$，$f = 0$，解为

$$V(t) \leqslant e^{-\frac{k}{2}(t-t_0)}V(t_0)$$

可见，$V(t)$指数收敛至零，收敛速度取决于k，指数项$-ks$能保证当s较大时，系统状态能以较大的速度趋近于滑动模态，因此，指

可见，$s(t)$指数收敛至零，收敛速度取决于k。指数项$-ks$能保证当s较大时，系统状态能以较大的速度趋近于滑动模态。因此，指数趋近律尤其适合解决具有大阶跃的响应控制问题。

1.4 说明

指数趋近中，趋近速度从一较大值逐步减小至零，不仅缩短了趋近时间，而且使运动点到达滑模面时的速度很小。单纯的指数趋近，运动点逼近切换面是一个渐进的过程不能保证有限时间内到达，切换面上也就不存在滑动模态了，所以要增加一个等速趋近项$\dot{s}=-\varepsilon sgn(s)$，使当$s$接近于零时，趋近速度是$\varepsilon$而不是零，可以保证有限时间到达。

在指数趋近律中，为了保证快速趋近的同时削弱抖振，应在增大k的同时减小ε。

2 控制器设计

考虑如下被控对象：

$$\ddot{\theta}(t)=-f(\theta,t)+bu(t)$$

其中，$f(\theta,t)$和b为已知且$b>0$。

滑模函数为

$$s(t)=ce(t)+\dot{e}(t)$$

其中，$c>0$，满足$Hurwitz$条件。

跟踪误差为

$$e(t)=\theta_d(t)-\theta(t),\dot{e}(t)=\dot{\theta}_d(t)-\dot{\theta}(t)$$

其中，$\theta_d(t)$为理想位置信号。

则

$$\dot{s}(t)=c\dot{e}(t)+\ddot{e}(t)=c(\dot{\theta}_d(t)-\dot{\theta}(t))+(\ddot{\theta}_d(t)-\ddot{\theta}(t))$$
$$=c(\dot{\theta}_d(t)-\dot{\theta}(t))+(\ddot{\theta}_d(t)+f(\theta,t)-bu(t))$$

采用指数趋近律，有

$$\dot{s}=-\varepsilon sgns-ks\qquad\varepsilon>0,k>0$$

结合以上两个式子，得

$$c(\dot{\theta}_d(t)-\dot{\theta}(t))+(\ddot{\theta}_d(t)+f(\theta,t)-bu(t))=-\varepsilon sgns-ks$$

基于指数趋近律的滑模控制器为

$$u(t)=\frac{1}{b}(\varepsilon sgns+ks+c(\dot{\theta}_d-\dot{\theta})+\ddot{\theta}_d+f(\theta,t))$$

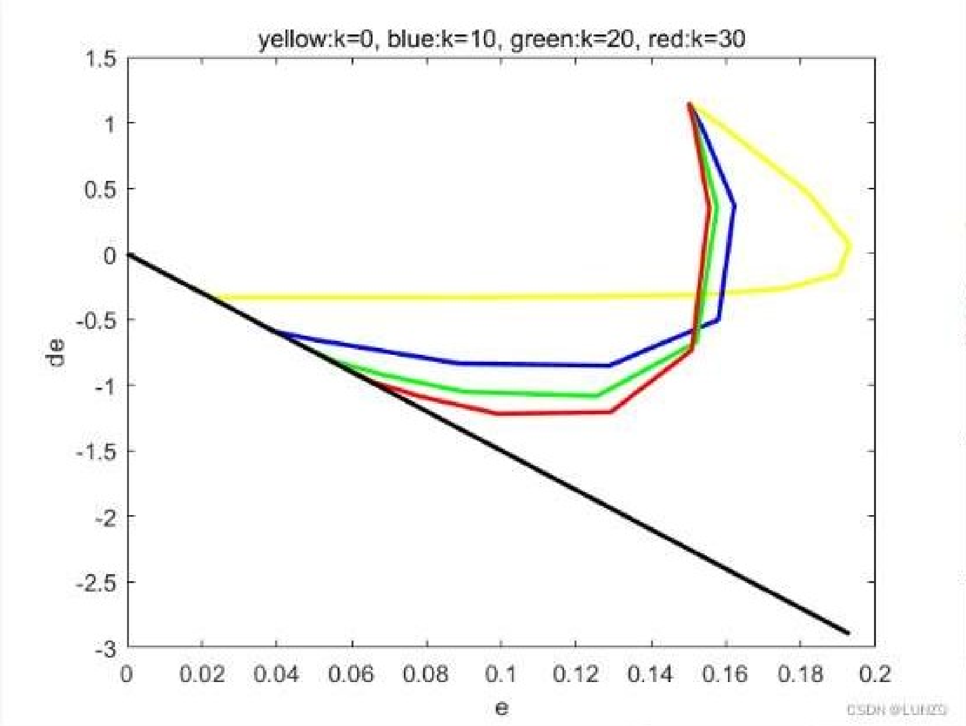
3 仿真实例

考虑如下被控对象：

$$\ddot{\theta}(t) = -f(\theta, t) + bu(t)$$

其中$-f(\theta, t) = 25\dot{\theta}, b = 133$。

取指令信号$\theta_d = sin(t)$，被控对象初始状态为$[-0.15 \quad -0.15]$，采用第二章中设计的基于指数趋近律的滑模控制器，取$c = 15, \varepsilon = 5$，分别取$k = 0, k = 10, k = 20, k = 30$，仿真结果如图所示。可见，当$k$取值越大时，趋近时间越短。



4 总结

本文主要是对学习滑模控制过程中的记录的笔记，针对滑模控制的抖振现象，设计了一种基于指数趋近律的滑模控制器。

若有侵权，联系必删！

码字不易，若大家觉得还行，后续还会更新，有兴趣的同学可以一起讨论，也欢迎批评指正！

5 参考文献（点击下载相应资源）

滑模变结构控制matlab仿真：基本理论与设计方法/刘金琨著.-3版.-背景:清华大学出版社,2015