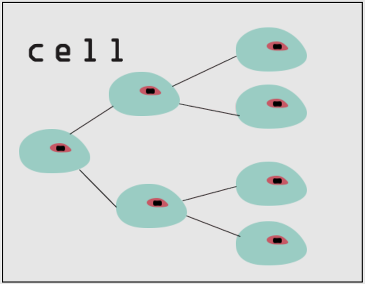
等比数列

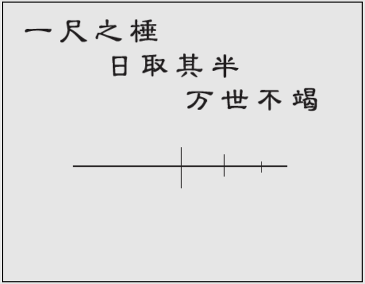
王崇宁

西南大学

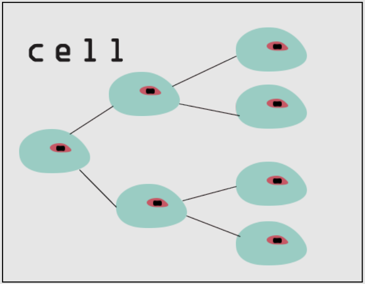
2015 年 3 月 29 日

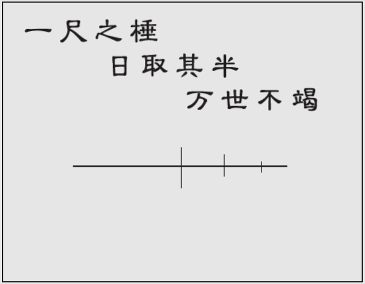
引入





引入

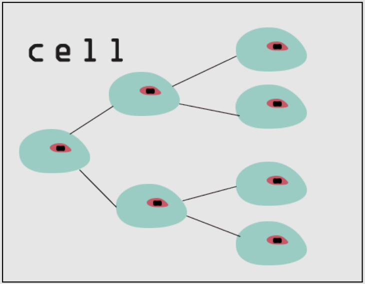


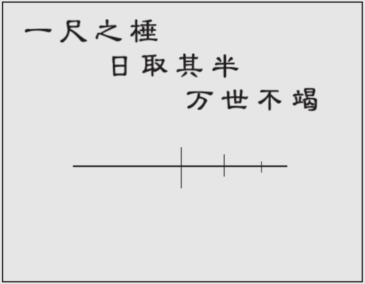


第一个数列

$1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 32, \cdots$

引入





第一个数列

$1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 32, \cdots$

第二个数列

$1,\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{8},\ \frac{1}{16},\ \frac{1}{32} \cdots$

你会类比吗

等差数列

如果一个数列$\{a_n\}$从第 2 项起，每一项与它前一项的**差**都等于同一个常数，

$$a_n - a_{n-1} = d \quad (n \geqslant 2)$$

这样的数列叫做等差数列，这个常数 d 叫做等差数列的公差.

你会类比吗

等差数列

如果一个数列$\{a_n\}$从第 2 项起，每一项与它前一项的**差**都等于同一个常数，

$$a_n - a_{n-1} = d \quad (n \geqslant 2)$$

这样的数列叫做等差数列，这个常数 d 叫做等差数列的公差.

等比数列

如果一个数列$\{a_n\}$从第 2 项起，每一项与它前一项的**比**都等于同一个常数，即

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = q \quad (n \geqslant 2)$$

这样的数列叫做等比数列，这个常数 q 叫做等比数列的公比.

存在的，不一定是合理的

例 1：下列数列是不是等比数列，若是，说出公比

1. $2, \ 2, \ 2, \ 2, \ 2, \ 2;$

存在的, 不一定是合理的

例 1: 下列数列是不是等比数列, 若是, 说出公比

1. $2, \ 2, \ 2, \ 2, \ 2, \ 2;$ $\qquad q = 1$

存在的, 不一定是合理的

例 1: 下列数列是不是等比数列, 若是, 说出公比

1. $2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2;$ $\qquad q = 1$
2. $2^{-1},\ 2^{1},\ 2^{3},\ 2^{5},\ 2^{7},\ 2^{9};$

存在的, 不一定是合理的

例 1: 下列数列是不是等比数列, 若是, 说出公比

1. $2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2;$ $\qquad q = 1$
2. $2^{-1},\ 2^{1},\ 2^{3},\ 2^{5},\ 2^{7},\ 2^{9};$ $\qquad q = 4$

存在的, 不一定是合理的

例 1: 下列数列是不是等比数列, 若是, 说出公比

1. $2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2;$ $\quad q=1$
2. $2^{-1},\ 2^{1},\ 2^{3},\ 2^{5},\ 2^{7},\ 2^{9};$ $\quad q=4$
3. $-1,\ 10,\ -10^{2},\ 10^{3},\ -10^{4},\ 10^{5};$

存在的, 不一定是合理的

例 1: 下列数列是不是等比数列, 若是, 说出公比

1. $2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2;$ $\qquad q = 1$
2. $2^{-1},\ 2^1,\ 2^3,\ 2^5,\ 2^7,\ 2^9;$ $\qquad q = 4$
3. $-1,\ 10,\ -10^2,\ 10^3,\ -10^4,\ 10^5;$ $\qquad q = -10$

存在的, 不一定是合理的

例 1: 下列数列是不是等比数列, 若是, 说出公比

1. $2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2;$ $\quad q = 1$
2. $2^{-1},\ 2^{1},\ 2^{3},\ 2^{5},\ 2^{7},\ 2^{9};$ $\quad q = 4$
3. $-1,\ 10,\ -10^{2},\ 10^{3},\ -10^{4},\ 10^{5};$ $\quad q = -10$
4. $0,\ -1,\ -\dfrac{1}{2},\ -\dfrac{1}{4},\ -\dfrac{1}{8},\ -\dfrac{1}{16};$

存在的, 不一定是合理的

例 1: 下列数列是不是等比数列, 若是, 说出公比

1. $2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2;$ $\qquad q=1$
2. $2^{-1},\ 2^{1},\ 2^{3},\ 2^{5},\ 2^{7},\ 2^{9};$ $\qquad q=4$
3. $-1,\ 10,\ -10^{2},\ 10^{3},\ -10^{4},\ 10^{5};$ $\qquad q=-10$
4. $-1,\ -\frac{1}{2},\ -\frac{1}{4},\ -\frac{1}{8},\ -\frac{1}{16};$

存在的，不一定是合理的

例 1：下列数列是不是等比数列，若是，说出公比

1. $2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2;$ $\qquad q = 1$
2. $2^{-1},\ 2^{1},\ 2^{3},\ 2^{5},\ 2^{7},\ 2^{9};$ $\qquad q = 4$
3. $-1,\ 10,\ -10^{2},\ 10^{3},\ -10^{4},\ 10^{5};$ $\qquad q = -10$
4. $-1,\ -\frac{1}{2},\ -\frac{1}{4},\ -\frac{1}{8},\ -\frac{1}{16};$ $\qquad q = \frac{1}{2}$

存在的，不一定是合理的

例 1：下列数列是不是等比数列，若是，说出公比

1. $2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2;$ $\qquad q = 1$
2. $2^{-1},\ 2^1,\ 2^3,\ 2^5,\ 2^7,\ 2^9;$ $\qquad q = 4$
3. $-1,\ 10,\ -10^2,\ 10^3,\ -10^4,\ 10^5;$ $\qquad q = -10$
4. $-1,\ -\frac{1}{2},\ -\frac{1}{4},\ -\frac{1}{8},\ -\frac{1}{16};$ $\qquad q = \frac{1}{2}$
5. $a^1,\ a^2,\ a^3, \cdots,\ a^n, \cdots;$

存在的, 不一定是合理的

例 1: 下列数列是不是等比数列, 若是, 说出公比

1. $2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2;$ $\qquad q = 1$
2. $2^{-1},\ 2^{1},\ 2^{3},\ 2^{5},\ 2^{7},\ 2^{9};$ $\qquad q = 4$
3. $-1,\ 10,\ -10^{2},\ 10^{3},\ -10^{4},\ 10^{5};$ $\qquad q = -10$
4. $-1,\ -\frac{1}{2},\ -\frac{1}{4},\ -\frac{1}{8},\ -\frac{1}{16};$ $\qquad q = \frac{1}{2}$
5. $a^{1},\ a^{2},\ a^{3}, \cdots,\ a^{n}, \cdots (a \neq 0);$

存在的, 不一定是合理的

例 1: 下列数列是不是等比数列, 若是, 说出公比

1. $2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2;$ $\qquad q=1$
2. $2^{-1},\ 2^1,\ 2^3,\ 2^5,\ 2^7,\ 2^9;$ $\qquad q=4$
3. $-1,\ 10,\ -10^2,\ 10^3,\ -10^4,\ 10^5;$ $\qquad q=-10$
4. $-1,\ -\frac{1}{2},\ -\frac{1}{4},\ -\frac{1}{8},\ -\frac{1}{16};$ $\qquad q=\frac{1}{2}$
5. $a^1,\ a^2,\ a^3,\cdots,\ a^n,\cdots(a\neq 0);$ $\qquad q=a$

存在的, 不一定是合理的

例 1: 下列数列是不是等比数列, 若是, 说出公比

1. $2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2;$ $\qquad q = 1$
2. $2^{-1},\ 2^{1},\ 2^{3},\ 2^{5},\ 2^{7},\ 2^{9};$ $\qquad q = 4$
3. $-1,\ 10,\ -10^{2},\ 10^{3},\ -10^{4},\ 10^{5};$ $\qquad q = -10$
4. $-1,\ -\frac{1}{2},\ -\frac{1}{4},\ -\frac{1}{8},\ -\frac{1}{16};$ $\qquad q = \frac{1}{2}$
5. $a^{1},\ a^{2},\ a^{3}, \cdots,\ a^{n}, \cdots (a \neq 0);$ $\qquad q = a$

注意

存在的, 不一定是合理的

例 1: 下列数列是不是等比数列, 若是, 说出公比

1. $2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2;$ $\quad q = 1$
2. $2^{-1},\ 2^1,\ 2^3,\ 2^5,\ 2^7,\ 2^9;$ $\quad q = 4$
3. $-1,\ 10,\ -10^2,\ 10^3,\ -10^4,\ 10^5;$ $\quad q = -10$
4. $-1,\ -\frac{1}{2},\ -\frac{1}{4},\ -\frac{1}{8},\ -\frac{1}{16};$ $\quad q = \frac{1}{2}$
5. $a^1,\ a^2,\ a^3, \cdots,\ a^n, \cdots (a \neq 0);$ $\quad q = a$

注意

- 等比数列$\{a_n\}$ 中, 每一项 a_n 与公比 q 都不等于0;

存在的, 不一定是合理的

例 1: 下列数列是不是等比数列, 若是, 说出公比

1. $2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2;$ $\qquad q=1$
2. $2^{-1},\ 2^{1},\ 2^{3},\ 2^{5},\ 2^{7},\ 2^{9};$ $\qquad q=4$
3. $-1,\ 10,\ -10^{2},\ 10^{3},\ -10^{4},\ 10^{5};$ $\qquad q=-10$
4. $-1,\ -\dfrac{1}{2},\ -\dfrac{1}{4},\ -\dfrac{1}{8},\ -\dfrac{1}{16};$ $\qquad q=\dfrac{1}{2}$
5. $a^{1},\ a^{2},\ a^{3},\cdots,\ a^{n},\cdots(a\neq 0);$ $\qquad q=a$

注意

- 等比数列$\{a_n\}$中, 每一项 a_n 与公比 q 都不等于0;
- 等比数列的奇数项同号, 偶数项也同号.

等比数列的判定

例 2

已知数列$\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 3a_n + 1$, 求证:$\{a_n\}$ 是等比数列.

等比数列的判定

例 2

已知数列$\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 3a_n + 1$, 求证:$\{a_n\}$ 是等比数列.

解:

等比数列的判定

例 2

已知数列$\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 3a_n + 1$, 求证:$\{a_n\}$ 是等比数列.

解:

由 $a_1 = S_1 = 3a_1 + 1$, 得 $a_1 = -\dfrac{1}{2} \neq 0$,

等比数列的判定

例 2

已知数列$\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 3a_n + 1$, 求证:$\{a_n\}$ 是等比数列.

解:

由 $a_1 = S_1 = 3a_1 + 1$, 得 $a_1 = -\dfrac{1}{2} \neq 0$,

当 $n \geqslant 2$时, $a_n = S_n - S_{n-1} = 3a_n + 1 - (3a_{n-1} + 1)$

$$= 3a_n - 3a_{n-1};$$

等比数列的判定

例 2

已知数列$\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 3a_n + 1$, 求证:$\{a_n\}$ 是等比数列.

解:

由 $a_1 = S_1 = 3a_1 + 1$, 得 $a_1 = -\dfrac{1}{2} \neq 0$,

当 $n \geqslant 2$时, $a_n = S_n - S_{n-1} = 3a_n + 1 - (3a_{n-1} + 1)$

$$= 3a_n - 3a_{n-1};$$

所以 $a_n = \dfrac{3}{2}a_{n-1}$,

等比数列的判定

例 2

已知数列$\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 3a_n + 1$, 求证:$\{a_n\}$ 是等比数列.

解:

由 $a_1 = S_1 = 3a_1 + 1$, 得 $a_1 = -\dfrac{1}{2} \neq 0$,

当 $n \geqslant 2$时, $a_n = S_n - S_{n-1} = 3a_n + 1 - (3a_{n-1} + 1)$

$$= 3a_n - 3a_{n-1};$$

所以 $a_n = \dfrac{3}{2}a_{n-1}$,

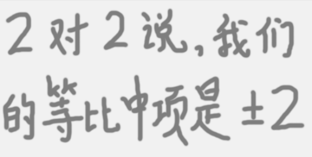
又因为 $a_1 \neq 0$, 所以 $\{a_n\}$ 是等比数列.

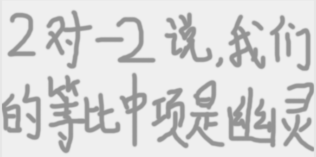
等比中项

定义

与等差中项的概念类似，如果数列 a, b, c 成等比数列，那么 b 叫做 a 与 c 的等比中项.

等比中项

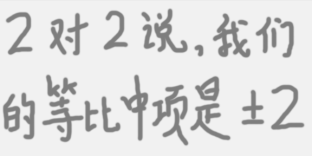


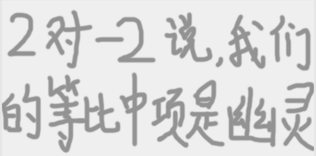


定义

与等差中项的概念类似，如果数列 a, b, c 成等比数列，那么 b 叫做 a 与 c 的等比中项.

等比中项





定义

与等差中项的概念类似，如果数列 a, b, c 成等比数列，那么 b 叫做 a 与 c 的等比中项.

- b 是 a, c 的等比中项的等价于 $\boxed{b^2 = ac \text{ 且 } b \neq 0}$

等比中项

2对2说，我们的等比中项是±2

2对−2说，我们的等比中项是幽灵

定义

与等差中项的概念类似，如果数列 a, b, c 成等比数列，那么 b 叫做 a 与 c 的等比中项.

- b 是 a, c 的等比中项的等价于$b^2 = ac$ 且 $b \neq 0$
- 在数列$\{a_n\}$ 中，若 $a_{n-1}a_{n+1} = a_n^2$ 且 $a_n \neq 0\ (n \geqslant 2)$ 则$\{a_n\}$ 是等比数列.

例 3

若等比数列$\{a_n\}$ 中，$a_3 = 3$，$a_5 = 5$，求 a_4.

例 3

若等比数列$\{a_n\}$ 中，$a_3=3$，$a_5=5$，求 a_4.

解:

由 a_4 为 a_3，a_5 的等比中项，得

$$a_4^2=a_3a_5=15.$$

例 3

若等比数列$\{a_n\}$ 中, $a_3 = 3$, $a_5 = 5$, 求 a_4.

解:

由 a_4 为 a_3, a_5 的等比中项, 得

$$a_4^2 = a_3 a_5 = 15.$$

所以 $a_4 = \pm\sqrt{15}$.

易错点

例 4

若等比数列$\{a_n\}$ 中，$a_1=3$，$a_5=12$，求 a_3.

易错点

例 4

若等比数列$\{a_n\}$ 中，$a_1 = 3$，$a_5 = 12$，求 a_3.

解:

因为 a_1, a_3, a_5 成等比数列，所以 $a_3^2 = a_1 a_5 = 36$，

因此 $a_3 = \pm 6$.

易错点

例 4

若等比数列$\{a_n\}$ 中，$a_1 = 3$，$a_5 = 12$，求 a_3.

解:

因为 a_1, a_3, a_5 成等比数列，所以 $a_3^2 = a_1 a_5 = 36$,

因此 $a_3 = \pm 6$.

又因为 $a_1 > 0$，所以 $a_3 = 6$.

易错点

例 4

若等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=3$，$a_5=12$，求 a_3.

解:

因为 a_1, a_3, a_5 成等比数列，所以 $a_3^2=a_1a_5=36$，

因此 $a_3=\pm 6$.

又因为 $a_1>0$，所以 $a_3=6$.

注意

等比数列奇数 (或偶数) 位上的符号总相同.

又一道题

例 5

已知等比数列$\{a_n\}$ 的前 3 项分别为 $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[6]{2}$ 则该数列的第 4 项为 ______

又一道题

例 5

已知等比数列$\{a_n\}$ 的前 3 项分别为 $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[6]{2}$ 则该数列的第 4 项为 $\underline{\quad 1 \quad}$

又一道题

例 5

已知等比数列$\{a_n\}$ 的前 3 项分别为 $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[6]{2}$ 则该数列的第 4 项为 $\underline{\quad 1 \quad}$

解

法 1 (等比中项): $a_4 \cdot \sqrt[3]{2} = (\sqrt[6]{2})^2 = \sqrt[3]{2}, \quad \therefore \ a_4 = 1.$

又一道题

例 5

已知等比数列$\{a_n\}$ 的前 3 项分别为 $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[6]{2}$ 则该数列的第 4 项为 $\underline{\quad 1 \quad}$

解

法 1 (等比中项): $a_4 \cdot \sqrt[3]{2} = (\sqrt[6]{2})^2 = \sqrt[3]{2}, \quad \therefore \; a_4 = 1.$

法 2 (求公比): $q = \dfrac{2^{1/3}}{2^{1/2}} = 2^{-1/6}$,

$\therefore \; a_4 = a_3 q = 2^{1/6} 2^{-1/6} = 1.$

通项公式

问题

设等比数列$\{a_n\}$ 的首项为 a_1, 公比为 q, 求$\{a_n\}$ 的通项公式.

通项公式

问题

设等比数列$\{a_n\}$ 的首项为 a_1, 公比为 q, 求$\{a_n\}$ 的通项公式.

推导

因为 $a_n = \dfrac{a_n}{a_{n-1}} \dfrac{a_{n-1}}{a_{n-2}} \cdots \dfrac{a_2}{a_1} a_1 = a_1 q^{n-1}$

通项公式

问题

设等比数列$\{a_n\}$ 的首项为 a_1, 公比为 q, 求$\{a_n\}$ 的通项公式.

推导

因为 $a_n = \dfrac{a_n}{a_{n-1}} \dfrac{a_{n-1}}{a_{n-2}} \cdots \dfrac{a_2}{a_1} a_1 = a_1 q^{n-1}$

结论

所以$\{a_n\}$ 的通项公式为

$$\boxed{a_n = a_1 q^{n-1}}$$

这不是最后一道题

例 6

已知等比数列$\{a_n\}$ 中，

(1)$a_4 = 2, a_7 = 8$，求 a_n;

(2)$a_2 + a_5 = 18$，$a_3 + a_6 = 9$，$a_n = 1$，求 n.

这不是最后一道题

例 6

已知等比数列$\{a_n\}$ 中,

(1)$a_4 = 2, a_7 = 8$, 求 a_n;

(2)$a_2 + a_5 = 18$, $a_3 + a_6 = 9$, $a_n = 1$, 求 n.

解:

这不是最后一道题

例 6

已知等比数列$\{a_n\}$ 中,

(1)$a_4 = 2, a_7 = 8$, 求 a_n;

(2)$a_2 + a_5 = 18$, $a_3 + a_6 = 9$, $a_n = 1$, 求 n.

解:

(1) 设$\{a_n\}$ 的公比为 q, 则

$$\begin{cases} a_1 q^3 & = 2 \\ a_1 q^6 & = 8 \end{cases}$$

这不是最后一道题

例 6

已知等比数列$\{a_n\}$ 中,

(1)$a_4 = 2, a_7 = 8$, 求 a_n;

(2)$a_2 + a_5 = 18$, $a_3 + a_6 = 9$, $a_n = 1$, 求 n.

解:

(1) 设$\{a_n\}$ 的公比为 q, 则

$$\begin{cases} a_1 q^3 &= 2 \\ a_1 q^6 &= 8 \end{cases}$$

解出 $q = \sqrt[3]{4}, a_1 = \frac{1}{2}$.

这不是最后一道题

例 6

已知等比数列$\{a_n\}$ 中,

(1)$a_4 = 2, a_7 = 8$, 求 a_n;

(2)$a_2 + a_5 = 18$, $a_3 + a_6 = 9$, $a_n = 1$, 求 n.

解:

(1) 设$\{a_n\}$ 的公比为 q, 则

$$\begin{cases} a_1 q^3 & = 2 \\ a_1 q^6 & = 8 \end{cases}$$

解出 $q = \sqrt[3]{4}, a_1 = \frac{1}{2}$.

所以 $a_n = a_1 q^{n-1} = 2^{\frac{2n-5}{3}}$.

这不是最后一道题

例 6

已知等比数列$\{a_n\}$ 中,

(1)$a_4=2, a_7=8$, 求 a_n;

(2)$a_2+a_5=18$, $a_3+a_6=9$, $a_n=1$, 求 n.

解:

(1) 设$\{a_n\}$ 的公比为 q, 则

$$\begin{cases} a_1q^3 &= 2 \\ a_1q^6 &= 8 \end{cases}$$

解出 $q=\sqrt[3]{4}, a_1=\frac{1}{2}$.

所以 $a_n=a_1q^{n-1}=2^{\frac{2n-5}{3}}$.

(2) 设$\{a_n\}$ 的公比为 q, 则

$$\begin{cases} a_1q+a_1q^4 &= 18 \\ a_1q^2+a_1q^5 &= 9 \end{cases}$$

这不是最后一道题

例 6

已知等比数列$\{a_n\}$ 中，

(1)$a_4 = 2, a_7 = 8$，求 a_n；

(2)$a_2 + a_5 = 18$，$a_3 + a_6 = 9$，$a_n = 1$，求 n.

解:

(1) 设$\{a_n\}$ 的公比为 q，则

$$\begin{cases} a_1 q^3 &= 2 \\ a_1 q^6 &= 8 \end{cases}$$

解出 $q = \sqrt[3]{4}, a_1 = \frac{1}{2}$.

所以 $a_n = a_1 q^{n-1} = 2^{\frac{2n-5}{3}}$.

(2) 设$\{a_n\}$ 的公比为 q，则

$$\begin{cases} a_1 q + a_1 q^4 &= 18 \\ a_1 q^2 + a_1 q^5 &= 9 \end{cases}$$

解出 $q = 1/2, a_1 = 32$.

这不是最后一道题

例 6

已知等比数列$\{a_n\}$ 中,

(1)$a_4 = 2$, $a_7 = 8$, 求 a_n;

(2)$a_2 + a_5 = 18$, $a_3 + a_6 = 9$, $a_n = 1$, 求 n.

解:

(1) 设$\{a_n\}$ 的公比为 q, 则

$$\begin{cases} a_1 q^3 &= 2 \\ a_1 q^6 &= 8 \end{cases}$$

解出 $q = \sqrt[3]{4}, a_1 = \frac{1}{2}$.

所以 $a_n = a_1 q^{n-1} = 2^{\frac{2n-5}{3}}$.

(2) 设$\{a_n\}$ 的公比为 q, 则

$$\begin{cases} a_1 q + a_1 q^4 &= 18 \\ a_1 q^2 + a_1 q^5 &= 9 \end{cases}$$

解出 $q = 1/2, a_1 = 32$.

所以 $a_n = a_1 q^{n-1} = 2^{6-n}$.

这不是最后一道题

例 6

已知等比数列$\{a_n\}$ 中，

(1)$a_4=2, a_7=8$，求 a_n；

(2)$a_2+a_5=18$，$a_3+a_6=9$，$a_n=1$，求 n.

解:

(1) 设$\{a_n\}$ 的公比为 q，则

$$\begin{cases} a_1q^3 = 2 \\ a_1q^6 = 8 \end{cases}$$

解出 $q=\sqrt[3]{4}, a_1=\frac{1}{2}$.

所以 $a_n=a_1q^{n-1}=2^{\frac{2n-5}{3}}$.

(2) 设$\{a_n\}$ 的公比为 q，则

$$\begin{cases} a_1q+a_1q^4 = 18 \\ a_1q^2+a_1q^5 = 9 \end{cases}$$

解出 $q=1/2, a_1=32$.

所以 $a_n=a_1q^{n-1}=2^{6-n}$.

令 $a_n=1$，得 $n=6$.

等比数列的一些性质

性质 1:$a_n = a_m \cdot q^{n-m} \quad (m, n \in \mathbf{N}^*)$

性质 2: 若 $m + n = l + k \ (m, n, l, k \in \mathbf{N}^*)$, 则 $a_m \cdot a_n = a_l \cdot a_k$.

等比数列的一些性质

性质 1:$a_n = a_m \cdot q^{n-m} \quad (m, n \in \mathbf{N}^*)$

性质 2: 若 $m + n = l + k$ $(m, n, l, k \in \mathbf{N}^*)$, 则 $a_m \cdot a_n = a_l \cdot a_k$.

例 7: 小题轰炸

在等比数列$\{a_n\}$ 中,

(1)若$a_5 = 27,\ \ q = 3,$则 $a_1 =$ ______

(2)若$a_4 a_8 = 16,$则 $a_5 a_6 a_7 =$ ______

(3)若$a_3 a_5 = 4,$则 $a_2 a_4 a_6 =$ ______

(4)若$a_1 + a_5 = 5,\ \ a_2 a_4 = 6,$则 $a_9 =$ ______

等比数列的一些性质

性质 1:$a_n = a_m \cdot q^{n-m} \quad (m, n \in \mathbf{N}^*)$

性质 2: 若 $m + n = l + k \ (m, n, l, k \in \mathbf{N}^*)$, 则 $a_m \cdot a_n = a_l \cdot a_k$.

例 7: 小题轰炸

在等比数列$\{a_n\}$ 中,

(1)若$a_5 = 27,\ \ q = 3,$ 则 $a_1 =$ $\underline{\ \ 3^{-1}\ \ \ \ }$

(2)若$a_4 a_8 = 16,$ 则 $a_5 a_6 a_7 =$ ______

(3)若$a_3 a_5 = 4,$ 则 $a_2 a_4 a_6 =$ ______

(4)若$a_1 + a_5 = 5,\ \ a_2 a_4 = 6,$ 则 $a_9 =$ ______

等比数列的一些性质

性质 1:$a_n = a_m \cdot q^{n-m} \quad (m, n \in \mathbf{N}^*)$

性质 2: 若 $m + n = l + k\ (m, n, l, k \in \mathbf{N}^*)$, 则 $a_m \cdot a_n = a_l \cdot a_k$.

例 7: 小题轰炸

在等比数列$\{a_n\}$ 中,

(1)若$a_5 = 27,\ \ q = 3,$则 $a_1 = \underline{\ 3^{-1}\ }$

(2)若$a_4 a_8 = 16,$则 $a_5 a_6 a_7 = \underline{\ \pm 64\ }$

(3)若$a_3 a_5 = 4,$则 $a_2 a_4 a_6 =$ ______

(4)若$a_1 + a_5 = 5,\ \ a_2 a_4 = 6,$则 $a_9 =$ ______

等比数列的一些性质

性质 1:$a_n = a_m \cdot q^{n-m} \quad (m, n \in \mathbf{N}^*)$

性质 2: 若 $m + n = l + k\ (m, n, l, k \in \mathbf{N}^*)$, 则 $a_m \cdot a_n = a_l \cdot a_k$.

例 7: 小题轰炸

在等比数列$\{a_n\}$ 中,

(1)若$a_5 = 27,\ \ q = 3$, 则 $a_1 = \underline{\ 3^{-1}\ }$

(2)若$a_4 a_8 = 16$, 则 $a_5 a_6 a_7 = \underline{\ \pm 64\ }$

(3)若$a_3 a_5 = 4$, 则 $a_2 a_4 a_6 = \underline{\ \pm 8\ }$

(4)若$a_1 + a_5 = 5,\ \ a_2 a_4 = 6$, 则 $a_9 = $ ______

等比数列的一些性质

性质 1:$a_n = a_m \cdot q^{n-m} \quad (m, n \in \mathbf{N}^*)$

性质 2: 若 $m+n = l+k$ $(m, n, l, k \in \mathbf{N}^*)$, 则 $a_m \cdot a_n = a_l \cdot a_k$.

例 7: 小题轰炸

在等比数列$\{a_n\}$ 中,

(1)若$a_5 = 27$, $q = 3$, 则 $a_1 =$ $\underline{\quad 3^{-1} \quad}$

(2)若$a_4 a_8 = 16$, 则 $a_5 a_6 a_7 =$ $\underline{\quad \pm 64 \quad}$

(3)若$a_3 a_5 = 4$, 则 $a_2 a_4 a_6 =$ $\underline{\quad \pm 8 \quad}$

(4)若$a_1 + a_5 = 5$, $a_2 a_4 = 6$, 则 $a_9 =$ $\underline{\frac{9}{2}\text{或}\frac{4}{3}}$

小结

- 数列$\{a_n\}$ 为等比数列的定义是 $\dfrac{a_n}{a_{n-1}} = q\ (n \geqslant 2)$, 或者 $a_n = a_{n-1}q, (n \geqslant 2, a_1, q \neq 0)$.
- 等比数列的各项非零, 而且奇 (偶) 数项的符号相同.
- a, b, c 成等比数列 $\Leftrightarrow$ b 是 a, c 的等比中项 $\Leftrightarrow b^2 = ac,\ \ b \neq 0$
- 等比数列$\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = a_1 q^{n-1}$.
- $a_n = a_m q^{n-m}\ (m, n \in \mathbf{N}^*)$;
  若 $m + n = l + k$, 则 $a_m a_n = a_l a_k\ (m, n, l, k \in \mathbf{N}^*)$.

小结

- 数列$\{a_n\}$ 为等比数列的定义是 $\dfrac{a_n}{a_{n-1}} = q\ (n \geqslant 2)$，或者 $a_n = a_{n-1}q, (n \geqslant 2, a_1, q \neq 0)$.
- 等比数列的各项非零，而且奇 (偶) 数项的符号相同.
- a, b, c 成等比数列 $\Leftrightarrow b$ 是 a, c 的等比中项 $\Leftrightarrow b^2 = ac,\ \ b \neq 0$
- 等比数列$\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = a_1 q^{n-1}$.
- $a_n = a_m q^{n-m}\ (m, n \in \mathbf{N}^*)$;
  若 $m + n = l + k$，则 $a_m a_n = a_l a_k\ (m, n, l, k \in \mathbf{N}^*)$.

小结

- 数列$\{a_n\}$ 为等比数列的定义是 $\dfrac{a_n}{a_{n-1}} = q\ (n \geqslant 2)$，或者 $a_n = a_{n-1}q, (n \geqslant 2, a_1, q \neq 0)$.
- 等比数列的各项非零，而且奇 (偶) 数项的符号相同.
- a, b, c 成等比数列 $\Leftrightarrow b$ 是 a, c 的等比中项 $\Leftrightarrow b^2 = ac,\ \ b \neq 0$
- 等比数列$\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = a_1 q^{n-1}$.
- $a_n = a_m q^{n-m}\ (m, n \in \mathbf{N}^*)$;
  若 $m + n = l + k$，则 $a_m a_n = a_l a_k\ (m, n, l, k \in \mathbf{N}^*)$.

小结

- 数列$\{a_n\}$ 为等比数列的定义是 $\dfrac{a_n}{a_{n-1}} = q\ (n \geqslant 2)$, 或者 $a_n = a_{n-1}q, (n \geqslant 2, a_1, q \neq 0)$.
- 等比数列的各项非零, 而且奇 (偶) 数项的符号相同.
- a, b, c 成等比数列 $\Leftrightarrow$ b 是 a, c 的等比中项 $\Leftrightarrow b^2 = ac,\ b \neq 0$
- 等比数列$\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = a_1 q^{n-1}$.
- $a_n = a_m q^{n-m}\ (m, n \in \mathbf{N}^*)$; 若 $m + n = l + k$, 则 $a_m a_n = a_l a_k\ (m, n, l, k \in \mathbf{N}^*)$.

小结

- 数列$\{a_n\}$ 为等比数列的定义是 $\dfrac{a_n}{a_{n-1}} = q\ (n \geqslant 2)$，或者 $a_n = a_{n-1}q, (n \geqslant 2, a_1, q \neq 0)$.
- 等比数列的各项非零，而且奇 (偶) 数项的符号相同.
- a, b, c 成等比数列 $\Leftrightarrow$ b 是 a, c 的等比中项 $\Leftrightarrow b^2 = ac,\ \ b \neq 0$
- 等比数列$\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = a_1 q^{n-1}$.
- $a_n = a_m q^{n-m}\ (m, n \in \mathbf{N}^*)$;
  若 $m + n = l + k$，则 $a_m a_n = a_l a_k\ (m, n, l, k \in \mathbf{N}^*)$.

小结

- 数列$\{a_n\}$ 为等比数列的定义是 $\dfrac{a_n}{a_{n-1}} = q\ (n \geqslant 2)$, 或者 $a_n = a_{n-1}q, (n \geqslant 2, a_1, q \neq 0)$.
- 等比数列的各项非零, 而且奇 (偶) 数项的符号相同.
- a, b, c 成等比数列 $\Leftrightarrow b$ 是 a, c 的等比中项 $\Leftrightarrow b^2 = ac,\ \ b \neq 0$
- 等比数列$\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = a_1 q^{n-1}$.
- $a_n = a_m q^{n-m}\ (m, n \in \mathbf{N}^*)$;
  若 $m + n = l + k$, 则 $a_m a_n = a_l a_k\ (m, n, l, k \in \mathbf{N}^*)$.