6.图

Dijkstra算法

算法

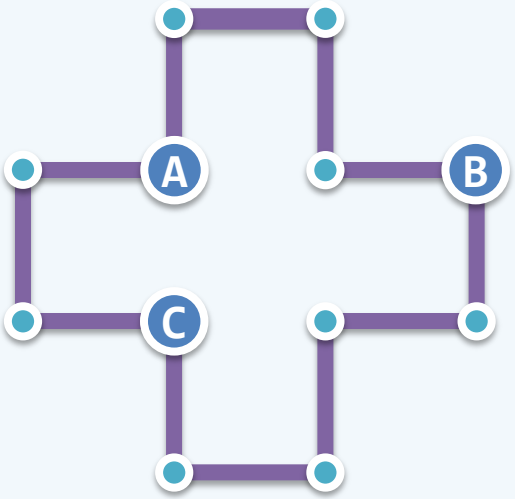
06-13

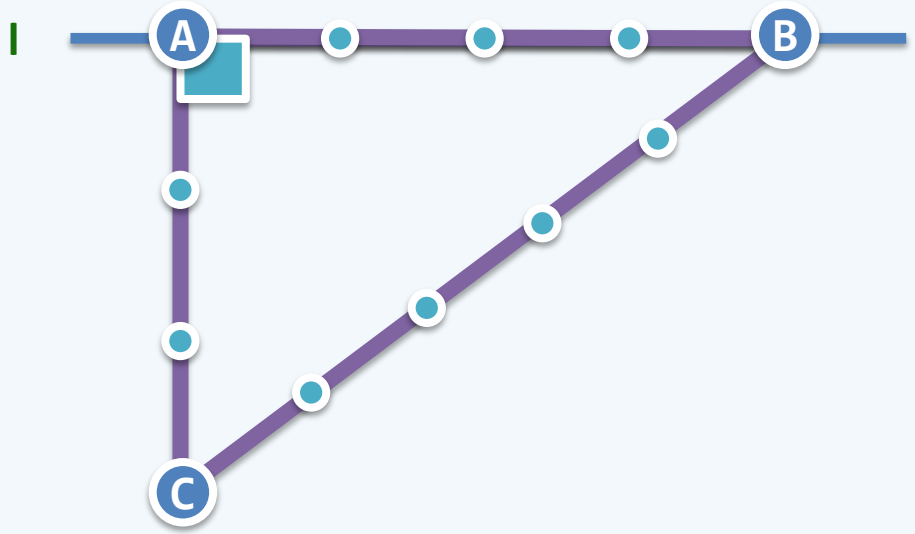
那好吧，我再告诉你一件事：赫尔辛根山靠着海，在山顶能看到默斯肯岛，默斯肯岛是距赫尔辛根山最近的一座海岛！

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

绳索计算机





u_1

- 按照到s的最短距离，对其余的顶点排序

  $dist(s, u_1) \le dist(s, u_2) \le ... \le dist(s, u_{n-1})$

- 最短距离最短者u_1 = ?

- 沿任一最短路径，各顶点到s的最短距离单调变化

- u_1必与s直接相联

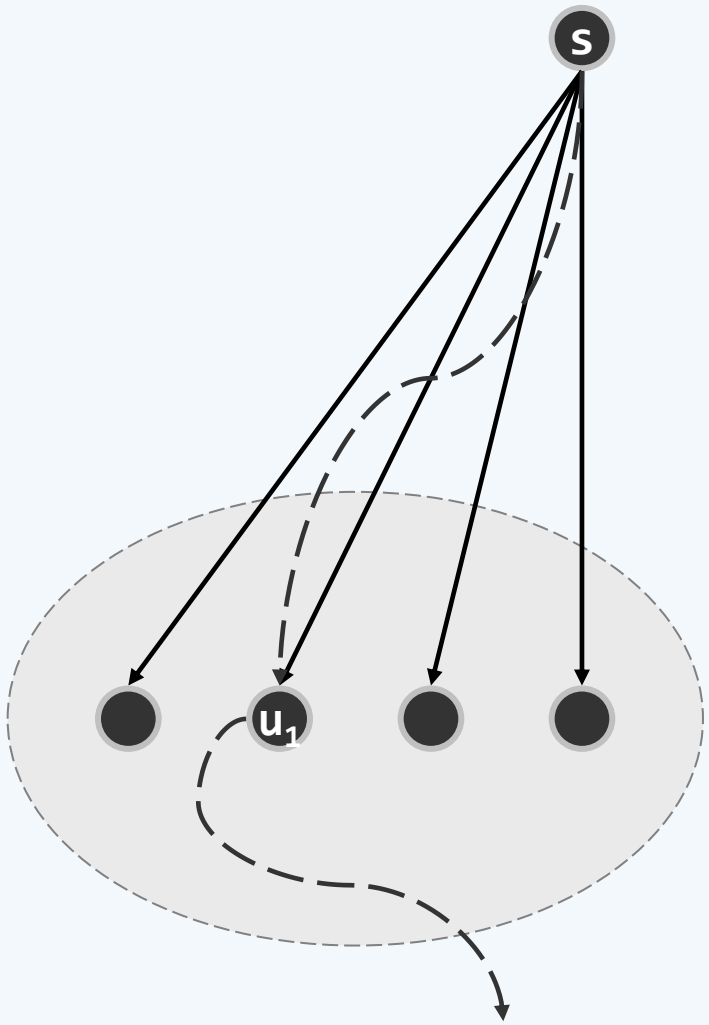
  $dist(s, u_1) = w(s, u_1) < \infty$

- $\forall u \ne s$,

  $w(s, u) < \infty$ 仅当 $w(s, u_1) \le w(s, u)$

- 为找到u_1，只需

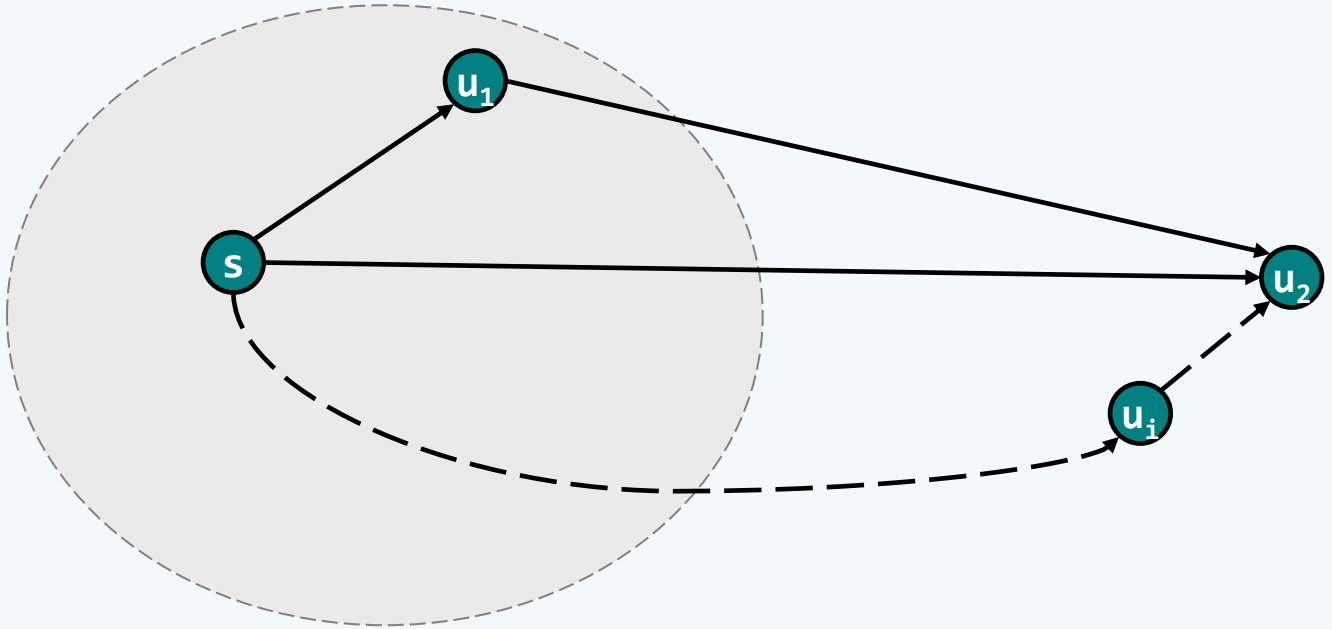
  在与s关联的各顶点中，找到对应边权值最小者



u_2

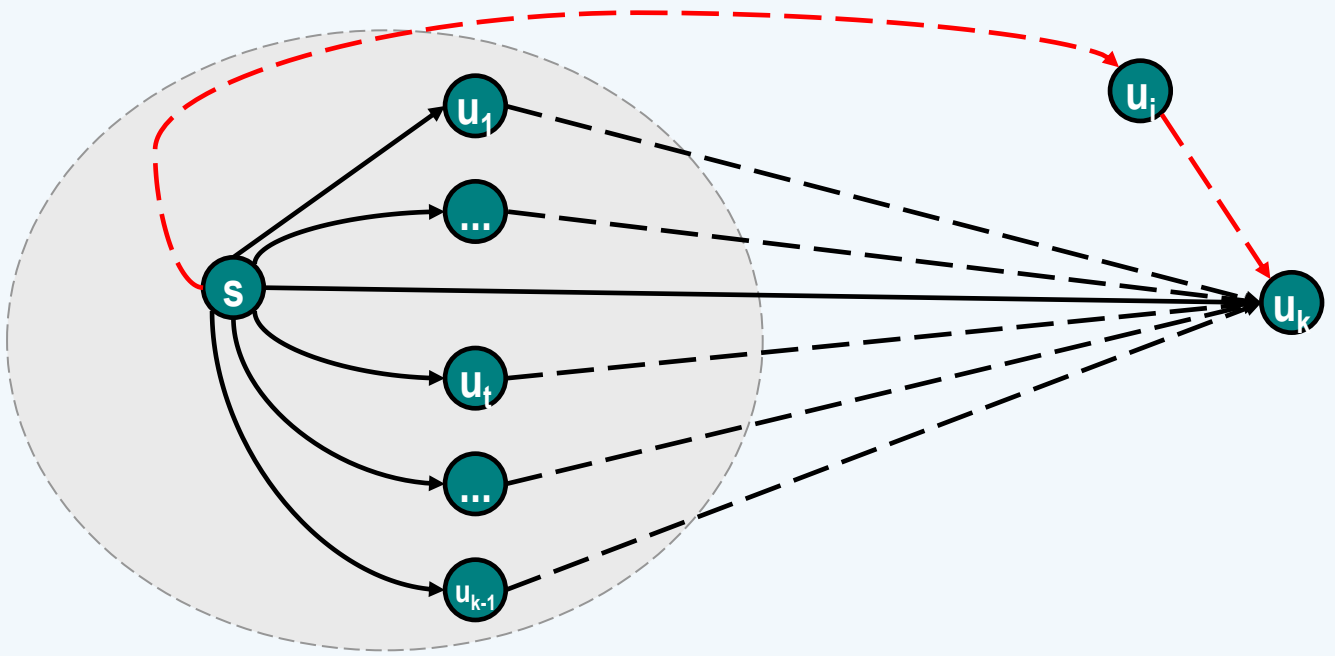
- 最短距离次小的顶点u_2 = ?

- $dist(s, u_2) = min\{ w(s, u_2), dist(s, u_1) + w(u_1, u_2) \}$



u_k

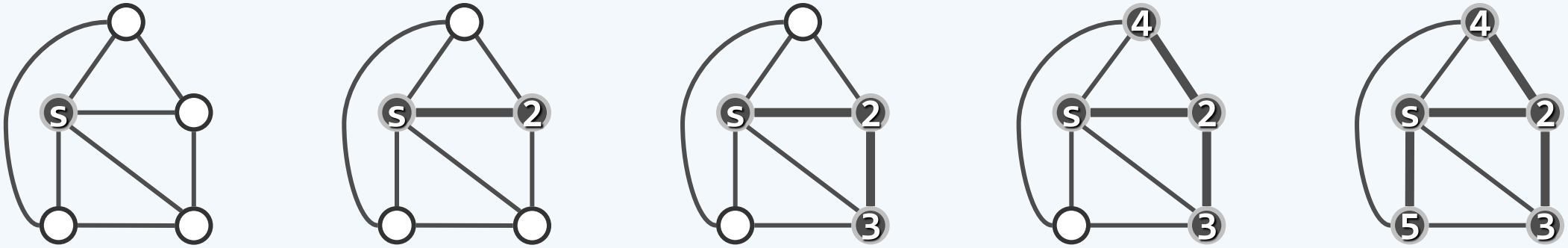
- u_3 = ?, u_4 = ?, ..., u_k = ?
- 三角不等式：dist(s, v) <= dist(s, u) + w(u, v)
- 若记u_0 = s，则有：dist(s, u_k) = min{ dist(s, u_i) + w(u_i, u_k) | 0 ≤ i < k }
- 算法？



策略

❖ 从$T_1 = (\{v_1\}; \varnothing)$开始，逐步构造$T_2$、$T_3$、. . .、$T_n$，其中

- $v_1 = s$
- $T_k = (V_k; E_k)$
- $|V_k| = k$
- $|E_k| = k-1$，$V_k \subset V_{k+1}$



算法

❖ 由以上分析，为由T_k构造T_{k+1}，只需

- 将(V_k ： $V\backslash V_k$)视作原图的一个割
- 在该割的所有跨边中

  找出极近者e_k = (v_k, u_k)（u_k到s距离极近）
- 令T_{k+1} = (V_{k+1}; E_{k+1}) = ($V_k \cup \{u_k\}$; $E_k \cup \{e_k\}$)