

6. 图

广度优先搜索 性质及应用

啊 五环 你比四环多一环

啊 五环 你比六环少一环

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

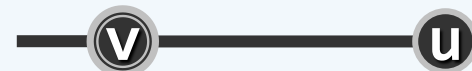
边分类

❖ 经BFS后，所有边将确定方向，且被分为两类

//有向图有何不同？

tree edges + cross edges

❖ 树边(v, u) 



联边之前：v DISCOVERED && u UNDISCOVERED

联边之后：v == parent(u)

❖ 跨边(v, u) 



无向图：只可能v和u均为DISCOVERED

有向图：还可能v是DISCOVERED、u是VISITED

BFS树/森林

❖ 对于每一连通/可达分量， $\text{bfs}()$ 进入 $\text{BFS}(v)$ 恰好1次（ v 为该分量的起始顶点）

❖ 进入 $\text{BFS}(v)$ 时，队列为空

v 所属分量内的每个顶点

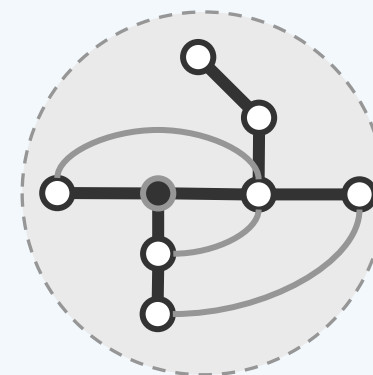
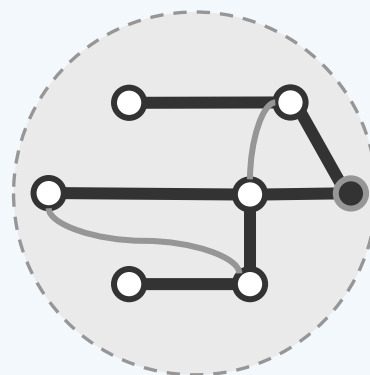
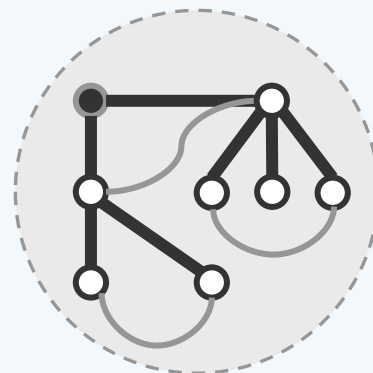
- 迟早会以 UNDISCOVERED 状态进队1次
- 进队后随即转为 DISCOVERED 状态，并生成一条树边
- 迟早会出队并转为 VISITED 状态

退出 $\text{BFS}(v)$ 时，队列为空

❖ $\text{BFS}(v)$ 以 v 为根，生成一棵BFS树

❖ $\text{bfs}()$ 生成一个BFS森林包含

c 棵树、 $n - c$ 条树边和 $e - n + c$ 条跨边



最短路径

❖ $\text{dist}(v, u)$

无向图中，任意顶点之间的（最近）距离

❖ BFS过程中，队列Q犹如一条贪吃蛇

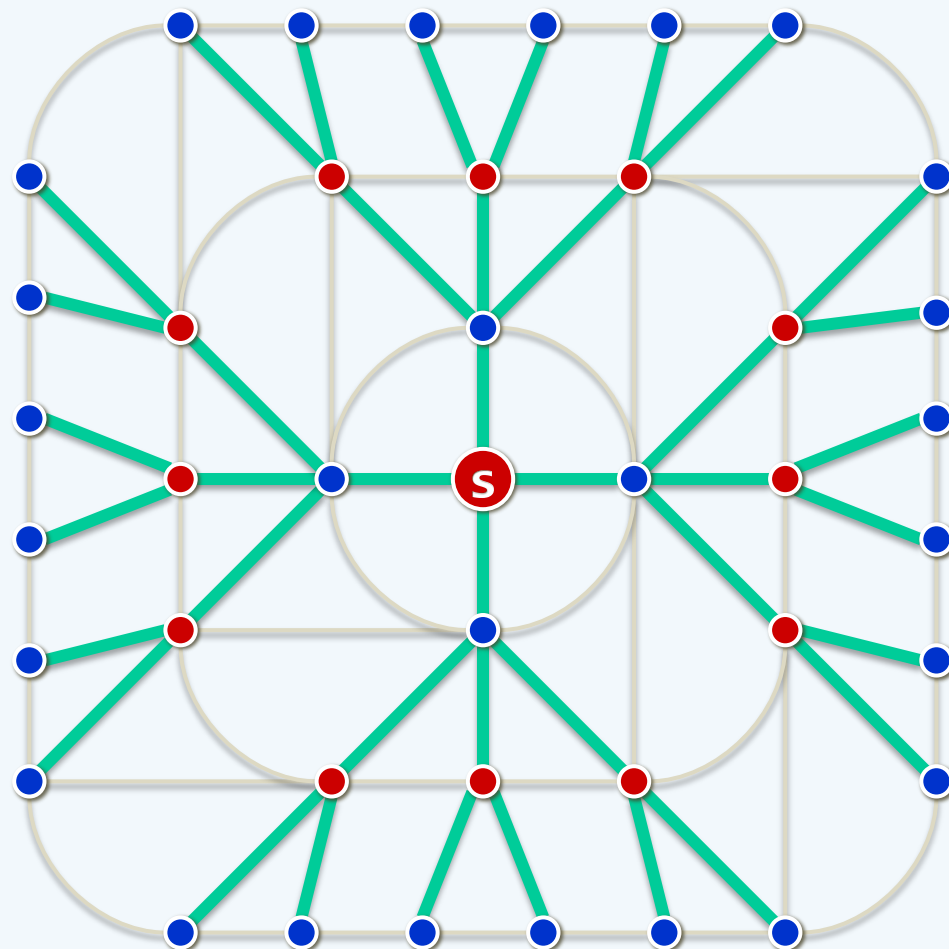
- 其中顶点按 $\text{dist}(s)$ 单调排列
- 其中相邻顶点的 $\text{dist}(s)$ 相差不超过1
- 首、末顶点的 $\text{dist}(s)$ 相差不超过1

//模拟自然过程

- 由树边联接的顶点， $\text{dist}(s)$ 恰好相差1
- 由跨边联接的顶点， $\text{dist}()$ 至多相差1

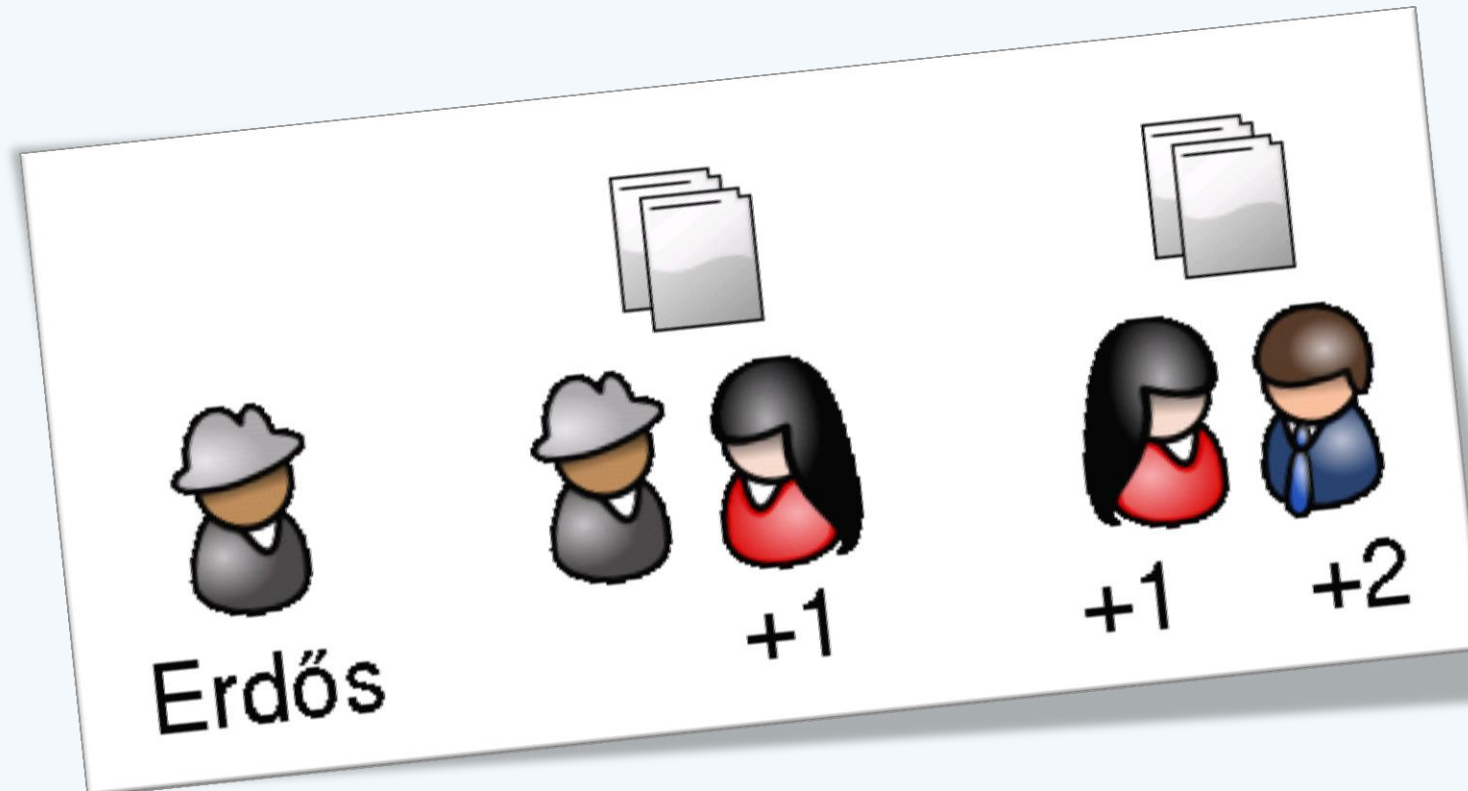
//沿环路边，或环际边

❖ BFS树中从s到v的路径，即是二者在原图中的最短通路



Erdős Number

- ❖ Describes the "collaborative distance" between mathematician Paul Erdős and another person, as measured by authorship of mathematical papers



Chow Number

❖ chow (吴孟达) = 1

[整蛊专家] (1) *周星驰 +吴孟达 成奎安 刘德华 关之琳 邱淑贞

❖ chow (葛优) = 2

[没完没了] (2) +葛优 *吴倩莲 傅彪

[97家有喜事] (1) *周星驰 +吴倩莲 吴镇宇 钟丽缇 伍咏薇 黄百鸣

❖ chow (姜昆) = 3

[京都球侠] (3) *张丰毅 孙敏 +姜昆 陈佩斯 于绍康 唐杰忠

[热线追击] (2) +张丰毅 任达华 王馨平 *吴家丽

[审死官] (1) *周星驰 吴孟达 +吴家丽 秦沛 朱咪咪 梅艳芳

❖ chow ("Julia Roberts") = Infinity