

## 2017-2018 学年第二学期月考 1 矩阵, 二次型

### 一、填空题

1. 设  $A = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$  是 3 阶方阵,  $|A| = -2$ , 则  $|2\beta_1, \beta_1 + 2\beta_2, \beta_1 + 2\beta_2 + 3\beta_3| = \underline{\hspace{2cm}}$ .
2. 设方阵  $A$  满足  $A^2 + A - 2E = 0$ , 则  $(A + E)^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$ .
3. 设  $A, B$  均为  $n$  阶方阵,  $|A| = |B| = 2$ , 则  $|2AB| = \underline{\hspace{2cm}}$ .
4. 设  $A, B$  是  $n$  阶方阵, 且  $r(A) = r$ ,  $r(B) = s$ , 则  $r(A, AB) = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $r\begin{pmatrix} A & 0 \\ BA & B \end{pmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$ .
5. 设  $A$  是 3 阶可逆方阵, 将  $A$  的第一列的 3 倍加到第二列, 再将第二列的 3 倍加到第三列后得到矩阵  $B$ , 则  $A^{-1}B = \underline{\hspace{2cm}}$ .
6. 实二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2)^2 + (x_2 - x_3)^2 + (x_3 - x_1)^2$  是否正定:  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
7. 只与自身合同的矩阵是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
8. 4 阶实对称矩阵按合同分类有  $\underline{\hspace{2cm}}$  类.
9. 实二次型  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1x_2 - x_3x_4$  的正惯性指数是  $\underline{\hspace{2cm}}$ , 负惯性指数是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
10.  $n$  元实二次型  $f(X) = X^T AX$  正定的充要条件是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

二、 设矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ , 求与  $A$  可交换的矩阵的全体.

三、 设  $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ , 若  $2XA - 2AB = X - B$ , 求矩阵  $X$ .

四、 设实二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + 2ax_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$ ,

(1) 用非退化线性替换化此二次型为标准形; (2)  $a$  满足何值时, 此二次型正定.

五、 设  $A$  是实  $n$  阶方阵, 证明  $r(A^T A) = r(A)$ .