

2016-2017 学年第二学期月考 1 矩阵

一、填空题:

1. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $A^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$, $A^n = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 6 & 2 & 0 \\ 3 & a & 4 \end{pmatrix}$, B 是 3 阶非零矩阵, 且 $AB = 0$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 设 3 阶阵 $A = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$, $|A| = -2$, 则 $|\beta_1 + 2\beta_3, \beta_1 + 2\beta_2 + 3\beta_3, 3\beta_3| = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 设 A, B 是 3 阶方阵, $|A| = 2, |B| = -3$, 则 $|A^{-1}B^* - A^*B^{-1}| = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. A, B 均为 3 阶方阵, 满足 $AB - 3A + B = 0$, 若 $|A + E| = -1$, 则 $|B - 3E| = \underline{\hspace{2cm}}$.

6. 方阵 A 满足 $A^2 - A - 2E = 0$, 则 $(A + 2E)^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 设 A, B 是 n 阶可逆阵, 则 $\begin{pmatrix} 0 & A \\ B & 0 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

8. 设 A 是一个 n 阶方阵, 若 $r(A) = n - 1$, 则 $r(A^*) = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 设 A 是 3 阶可逆方阵, 将 A 的第一行的 3 倍加到第三行, 再互换第二行和第三行后得到矩阵 B , 则 $BA^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、求 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵.

三、求矩阵 X 使之满足矩阵方程 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \\ -2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$.

四、设 $m \times n$ 矩阵 A 的秩为 r , 证明(a) 存在秩为 $n - r$ 的 n 阶方阵 B , 使得 $AB = 0$;(b) 存在秩为 $n - r$ 的 $n \times (n - r)$ 阵 B , 使得 $AB = 0$.五、若 $A^2 = B^2 = E$, 且 $|A| + |B| = 0$, 证明 $|A + B| = 0$.