2016-2017学年第一学期期末试卷A

一、填空题：

1. . 2. . 3. . 4. . 5. . 6. .

7. . 8. . 9. .10. .

二、计算题：

1. 解 向量组以列向量形式组成矩阵，初等行变换化为阶梯形

.

得向量组的秩为，是一个极大线性无关组.

2. 解



.

3. 解 增广矩阵，

当或时方程组无解.

当且时方程组有无穷多解，容易得导出组的基础解系为

．特解为，故原方程组的通解为．

4. 解 由得，则.而

可逆，故.计算可得

．

三、证明题：

1. 证明 由线性相关知存在一组不全为零的数，使得

，假设，则

，由于线性无关，故全为零，与不全为零矛盾，故.从而， ，即可由向量组线性表出.

假设，则

，由于线性无关，可得

，表示法唯一．

2. 证明 将矩阵列分块，则.

 若，则，即任给，都有，即是线性方程组的解，而，存在，即有非零解，故系数矩阵的秩.

若，则以为系数矩阵的齐次线性方程组有非零解，做阵

，则，且．

3. 证明 将都取列分块，则

，考察向量组，

设和的极大无关组分别为和，则

向量组可由向量组，线性表出，

从而，

即．

2016-2017学年 第一学期 期末试卷B

一、填空题：

1. . 2. . 3. . 4. . 5. .

6. . 7. . 8. . 9. . 10. 

二、计算题：

1. 解 

.

2. 解 设(I)与(II)，则(I)有解，而(II)无解.



若要满足题意要求，则必须同时满足，故.

3. 解 设满足，，故

.即， 所以，从而，其中任意.

4. 解可逆，由得

，化简有，从而

.则=.

三、证明题：

1. 证明 已知可由向量组线性表出，设.

 假设，则



由于表示法唯一，得，即，从而线性无关.

假设，则

，

由于线性无关，则，即

，即表示法唯一.

2. 证明 法1 若可逆，则两边左乘，，得，与题意矛盾，故不可逆.

法2 ，则，从而得，而，

，则，从而，不可逆.

法3 ，得.可知的列向量组是方程组的解. 而，则，从而有非零解，故系数矩阵不可逆.

3. 证明 将都取列分块，则

，考察向量组，

设和的极大无关组分别为和，则

向量组与向量组，等价，从而

，

即.