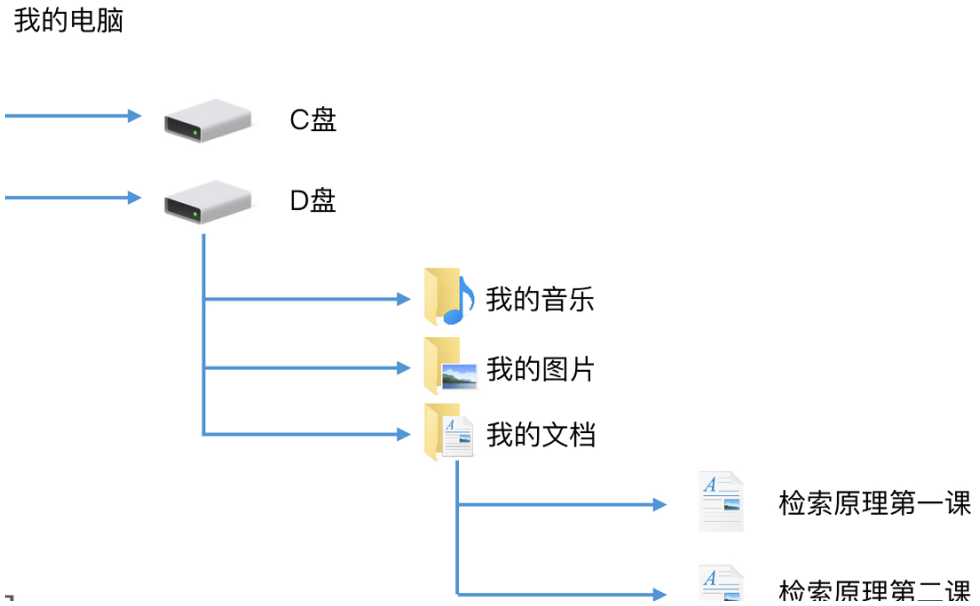
# 02 | 非线性结构检索：数据频繁变化的情况...

我们在电脑中查找文件的时候，我们一般习惯先打开相应的磁盘，再打开文件夹以及子文件夹，最后找到我们需要的文件。这其实就是一个检索路径。如果把所有的文件展开，这个查找路径其实是一个树状结构，也就是一个非线性结构，而不是一个所有文件平铺排列的线性结构。




我们都知道，有层次的文件组织肯定比散乱平铺的文件更容易找到。这样熟悉的一个场景，是不是会给你一个启发：对于零散的数据，非线性的树状结构是否可以帮我们提高检索效率呢？

另一方面，我们也知道，在数据频繁更新的场景中，连续存储的有序数组并不是最合适的存储方案。因为数组为了保持有序必须不停地重建和排序，系统检索性能就会急剧下降。但是，**非连续存储的有序链表倒是具有高效插入新数据的能力**。因此，我们能否结合上面的例子，使用非线性的树状结构来改造有序链表，让链表也具有二分查找的能力呢？今天，我们就来讨论一下这个问题。

## 树结构是如何进行二分查找的?

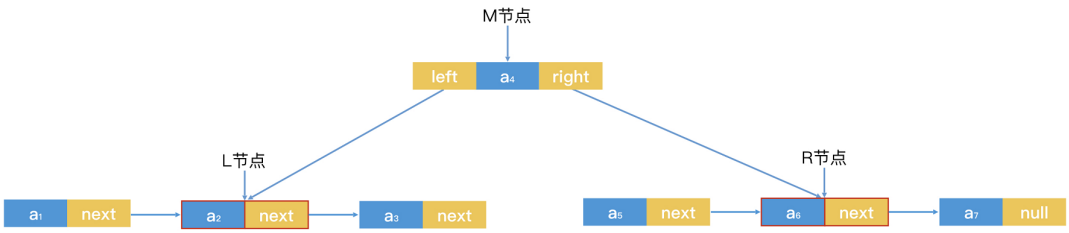
因为链表并不具备“随机访问”的特点，所以二分查找无法生效。当链表想要访问中间的元素时，我们必须从链表头开始，沿着指针一步一步遍历，需要遍历一半的节点才能到达中间节点，时间代价是 O(n/2)。而有序数组由于可以“随机访问”，因此只需要 O(1) 的时间代价就可以访问到中间节点了。

那如果我们能在链表中以 O(1) 的时间代价快速访问到中间节点，是不是就可以和有序数组一样使用二分查找了？你先想想看该怎么做，然后我们一起来试着改造一下。

既然我们希望能以 O(1) 的时间代价访问中间节点，那将这个节点直接记录下来是不是就可以了？因此，**如果我们把中间节点 M 拎出来单独记录**，那我们的第一步操作就是直接访问这个中间节点，然后判断这个节点和要查找的元素是否相等。如果相等，则返回查询结果。如果节点元素大于要查找的元素，那我们就到左边的部分继续查找；反之，则在右边部分继续查找。

对于左边或者右边的部分，我们可以将它们视为两个独立的子链表，依然沿用这个逻辑。如果想用 O(1) 的时间代价就能访问这两个子链表的中间节点，我们就应该把左边的中间节点 L 和右边的中间节点 R，单独拎出来记录。

并且，由于我们是在访问完了 M 节点以后，才决定接下来该去访问左边的 L 还是右边的 R。因此，我们需要将 L 和 M，R 和 M 连接起来。我们可以让 M 带有两个指针，一个左指针指向 L，一个右指针指向 R。这样，在访问 M 以后，一旦发现 M 不是我们要查找的节点，那么，我们接下来就可以通过指针快速访问到 L 或者 R 了。




没错，这个二叉树是有序的。它的左子树的所有节点的值都小于根节点，同时右子树所有节点的值都大于等于根节点。这样的有序结构，使得它能使用二分查找算法，快速地过滤掉一半的数据。具备了这样特点的二叉树，就是**二叉检索树（Binary Search Tree），或者叫二叉排序树（Binary Sorted Tree）**。

讲到这里，不知道你有没有发现，**尽管有序数组和二叉检索树，在数据结构形态上看起来差异很大，但是在提高检索效率上，它们的核心原理都是一致的**。那么，它们是如何提高检索效率的呢？核心原理又一致在哪里呢？接下来，我们就从两个主要方面来看。

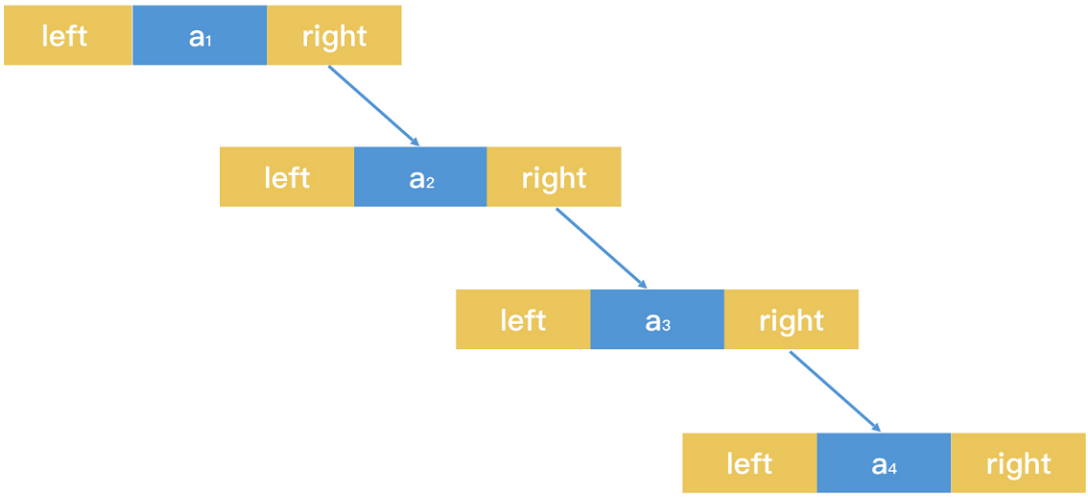
1. 将数据有序化，并且根据数据存储的特点进行不同的组织。对于连续存储空间的数组而言，由于它具有“随机访问”的特性，因此直接存储即可；

2. 对于非连续存储空间的有序链表而言，由于它不具备“随机访问”的特性，因此，需要将它改造为可以**快速访问到中间节点的树状结构**。在进行检索的时候，它们都是通过二分查找的思想从中间节点开始查起。如果不命中，会快速缩小一半的查询空间。这样不停迭代的查询方式，让检索的时间代价能达到 O(log n) 这个级别。

说到这里，你可能会问，二叉检索树的检索时间代价一定是 O(log n) 吗？**其实不一定**。

## 二叉检索树的检索空间平衡方案

我们先来看一个例子。假设，一个二叉树的每一个节点的左指针都是空的，右子树的值都大于根节点。那么它满足二叉检索树的特性，是一颗二叉检索树。但是，如果我们把左边的空指针忽略，你会发现它其实就是一个单链表！单链表的检索效率如何呢？其实是 O(n)，而不是 O(log n)。




为什么会出现这样的情况呢?

最根本的原因是，**这样的结构造成了检索空间不平衡。在当前节点不满足查询条件的时候，它无法把“一半的数据”过滤掉，而是只能过滤掉当前检索的这个节点。因此无法达到“快速减小查询范围”的目的。**

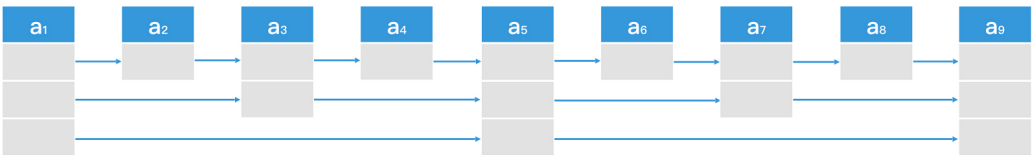
因此，为了提升检索效率，我们应该尽可能地保证二叉检索树的平衡性，让左右子树尽可能差距不要太大。这样无论我们是继续往左边还是右边检索，都可以过滤掉一半左右的数据。也正是为了解决这个问题，有更多的数据结构被发明了出来。**比如：AVL 树（平衡二叉树）和红黑树，其实它们本质上都是二叉检索树，但它们都在保证左右子树差距不要太大上做了特殊的处理，保证了检索效率，让二叉检索树可以被广泛地使用。比如，我们常见的 C++ 中的 Set 和 Map 等数据结构，底层就是用红黑树实现的。**

## 跳表是如何进行二分查找的?

除了二叉检索树，有序链表还有其他快速访问中间节点的改造方案吗？我们知道，链表之所以访问中间节点的效率低，就是因为每个节点只存储了下一个节点的指针，要沿着这个指针遍历每个后续节点才能到达中间节点。那如果我们在节点上增加一个指针，指向更远的节点，比如说跳过后一个节点，直接指向后面第二个节点，那么沿着这个指针遍历，是不是遍历速度就翻倍了呢？

同理，如果我们能增加更多的指针，提供不同步长的遍历能力，比如一次跳过 4 个节点，甚至一半的节点，那我们是不是就可以更快速地访问到中间节点了呢？这当然是可以实现的。我们可以为链表的某些节点增加更多的指针。这些指针都指向不同距离的后续节点。这样一来，链表就具备了更高效的检索能力。这样的数据结构就是跳表（Skip List）。

一个理想的跳表，就是从链表头开始，用多个不同的步长，每隔 2^n 个节点做一次直接链接（n 取值为 0，1，2……）。跳表中的每个节点都拥有多个不同步长的指针，我们可以在每个节点里，用一个数组 next 来记录这些指针。next 数组的大小就是这个节点的层数，next[0]就是第 0 层的步长为 1 的指针，next[1]就是第 1 层的步长为 2 的指针，next[2]就是第 2 层的步长为 4 的指针，依此类推。**你会发现，不同步长的指针，在链表中的分布是非常均匀的，这使得整个链表具有非常平衡的检索结构。**




举个例子，当我们要检索 k=a6时，从第一个节点 a1开始，用最大步长的指针开始遍历，直接就可以访问到中间节点 a5。但是，如果沿着这个最大步长指针继续访问下去，下一个节点是大于 k 的 a9，这说明 k 在 a5和 a9之间。那么，我们就在 a5和 a9之间，用小一个级别的步长继续查询。这时候，a5的下一个元素是 a7，a7依然大于 k 的值，因此，我们会继续在 a5和 a7之间，用再小一个级别的步长查找，这样就找到 a6了。这个过程其实就是二分查找。时间代价是 O(log n)。

## 跳表的检索空间平衡方案

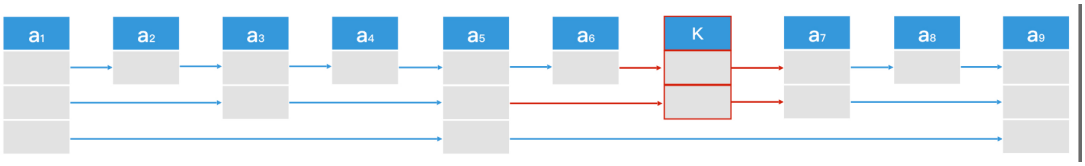
不知道你有没有注意到，我在前面强调了一个词，那就是“理想的跳表”。为什么要叫它“理想”的跳表呢？难道在实际情况下，跳表不是这样实现的吗？

的确不是。**当我们要在跳表中插入元素时，节点之间的间隔距离就被改变了。**如果要保证理想链表的每隔 2^n 个节点做一次链接的特性，我们就需要重新修改许多节点的后续指针，这会带来很大的开销。

所以，在实际情况下，我们会在检索性能和修改指针代价之间做一个权衡。为了保证检索性能，我们不需要保证跳表是一个“理想”的平衡状态，只需要保证它在大概率上是平衡的就可以了。

因此，**当新节点插入时，我们不去修改已有的全部指针**，而是仅针对新加入的节点为它建立相应的各级别的跳表指针。具体的操作过程，我们一起来看看。

首先，我们需要确认新加入的节点需要具有几层的指针。我们通过随机函数来生成层数，比如说，我们可以写一个函数 RandomLevel()，以 (1/2)^n 的概率决定是否生成第 n 层。这样，通过简单的随机生成指针层数的方式，我们就可以保证指针的分布，在大概率上是平衡的。在确认了新节点的层数 n 以后，接下来，我们需要将新节点和前后的节点连接起来，也就是为每一层的指针建立前后连接关系。其实每一层的指针链接，你都可以看作是一个独立的单链表的修改，因此我们只需要用单链表插入节点的方式完成指针连接即可。这么说，可能你理解起来不是很直观，接下来，我通过一个具体的例子进一步给你解释一下。我们要在一个最高有 3 层指针的跳表中插入一个新元素 k，这个跳表的结构如下图所示。




假设我们通过跳表的检索已经确认了，k 应该插入到 a6和 a7两个节点之间。那接下来，我们要先为新节点随机生成一个层数。假设生成的层数为 2，那我们就要修改第 0 层和第 1 层的指针关系。对于第 0 层的链表，k 需要插入到 a6和 a7之间，我们只需要修改 a6和 a7的第 0 层指针；对于第 1 层的链表，k 需要插入到 a5和 a7之间，我们只需要修改 a5和 a7的第 1 层指针。这样，我们就完成了将 k 插入到跳表中的动作。

通过这样一种方式，我们可以大大减少修改指针的代价。当然，由于新加入节点的层数是随机生成的，因此在节点数目较少的情况下，如果指针分布的不合理，检索性能依然可能不高。但是当节点数较多的时候，指针会趋向均匀分布，查找空间会比较平衡，检索性能会趋向于理想跳表的检索效率，接近 O(log n)。

因此，**相比于复杂的平衡二叉检索树，如红黑树，跳表用一种更简单的方式实现了检索空间的平衡。并且，由于跳表保持了链表顺序遍历的能力，在需要遍历功能的场景中，跳表会比红黑树用起来更方便。这也就是为什么，在 Redis 这样的系统中，我们经常会利用跳表来代替红黑树作为底层的数据结构。**

## 回顾

首先，对于数据频繁变化的应用场景，有序数组并不是最适合的解决方案。我们一般要考虑采用非连续存储的数据结构来灵活调整。同时，为了提高检索效率，我们还要采取合理的组织方式，让这些非连续存储的数据结构能够使用二分查找算法。

数据组织的方式有两种，一种是二叉检索树。一个平衡的二叉检索树使用二分查找的检索效率是 O(log n)，但如果我们不做额外的平衡控制的话，二叉检索树的检索性能最差会退化到 O(n)，也就和单链表一样了。**所以，AVL 树和红黑树这样平衡性更强的二叉检索树，在实际工作中应用更多。**

除了树结构以外，另一种数据组织方式是跳表。跳表也具备二分查找的能力，理想跳表的检索效率是 O(log n)。为了保证跳表的检索空间平衡，跳表为每个节点随机生成层级，这样的实现方式比 AVL 树和红黑树更简单。无论是二叉检索树还是跳表，它们都是通过将数据进行合理组织，然后尽可能地平衡划分检索空间，使得我们能采用二分查找的思路快速地缩减查找范围，达到 O(log n) 的检索效率。

除此之外，我们还能发现，当我们从实际问题出发，去思考每个数据结构的特点以及解决方案时，**我们就会更好地理解一些高级数据结构和算法的来龙去脉**，从而达到更深入地理解和吸收知识的目的。并且，这种思考方式，会在不知不觉中提升你的设计能力以及解决问题的能力。

## 思考

二叉检索树和跳表都能做到 O(log n) 的查询时间代价，还拥有灵活的调整能力，并且调整代价也是 O(log n)（包括了寻找插入位置的时间代价）。而有序数组的查询时间代价也是 O(log n)，调整代价是 O(n)，那这是不是意味着二叉检索树或者跳表可以用来替代有序数组呢？有序数组自己的优势又是什么呢？

跳表并不能完全替代有序数组
1.有序数据占用的内存空间小于调表
2.有序数组的读取操作能保持在很稳定的时间复杂度，而调表并不能
3.因为数组存储空间是连续的，可以利用内存的局部性原理加快查询

Redis 为何采用跳表而不是红黑树？
1.跳表比红黑树更简单的实现了检索空间的平衡
2.跳表保持了链表顺序遍历的能力，需要遍历的场景，跳表比红黑树用起来方便

随机访问，充分利用CPU缓存，节省内存

还有范围查找效率更高（CPU缓存 + 内存拷贝）