《基于天地一体化通信的配电网灾后信息-物理协同恢复框架与模型》论文附录

附录 A

A.1 配电网恢复拓扑约束

如正文 2.1.1 节所述，本文采用带电代理（Energization Agent, EA）模式描述配电网拓扑的恢复过程。EA 从配电网黑启动电源所在节点出发，逐步运动至各个待修复节点，以模拟配电网灾后负荷节点恢复过程。以一个 $n^{\mathrm{P}}\times n^{\mathrm{P}}$ 且由 0-1 变量组成的路径表描述配电网的修复路径（n^{P} 为配电网节点总数），路径表中的元素 x_{ij}^{P}=1 表示配电网的 EA 从节点 i 出发运动至节点 j，路径表中各元素的约束如下：

$$x_{ii}^{\mathrm{P}}=\begin{cases}1, & \forall i\in N_{\mathrm{G}}^{\mathrm{P}}\\ 0, & \forall i\notin N_{\mathrm{G}}^{\mathrm{P}}\end{cases} \tag{A1}$$

$$x_{ij}^{\mathrm{P}}=0,\ \ \forall i\notin N_{\mathrm{G}}^{\mathrm{P}}, j\in N_{\mathrm{G}}^{\mathrm{P}} \tag{A2}$$

$$x_{ij}^{\mathrm{P}}+x_{ij}^{\mathrm{P}}\le 1,\ \ \forall(i,j)\in L^{\mathrm{P}}, i\ne j \tag{A3}$$

$$\sum_{i=1}^{n^{\mathrm{P}}}x_{ij}^{\mathrm{P}}\le 1,\ \ \forall j\in N^{\mathrm{P}} \tag{A4}$$

$$\sum_{j=1}^{n^{\mathrm{P}}}x_{ij}^{\mathrm{P}}\le n^{\mathrm{P}}\cdot\sum_{h=1}^{n^{\mathrm{P}}}x_{hi}^{\mathrm{P}},\ \ \forall i\in N^{\mathrm{P}} \tag{A5}$$

$$x_{ij}^{\mathrm{P}}\le M_{ij}^{\mathrm{P}},\ \ \forall i,j\in N^{\mathrm{P}} \tag{A6}$$

式中：L^{P} 为配电网的线路集合；$N_{\mathrm{G}}^{\mathrm{P}}$ 为配电网中黑启动电源节点集合；$\boldsymbol{M}^{\mathrm{P}}=[M_{ij}^{\mathrm{P}}]^{|n^{\mathrm{P}}|\times|n^{\mathrm{P}}|}$ 为配电网的节点连接矩阵，M_{ij}^{P}=1 表示存在连接 i 和 j 节点的可恢复路径，M_{ij}^{P}=0 则表示不存在可恢复路径。

具体而言，式(A1)表示 EA 以黑启动电源为起点；式(A2)限制黑启动电源无法作为恢复过程的目标节点，以防止拓扑结构成环；式(A3)约束同一线路无法被 EA 正、反向同时通过，以防止拓扑结构成环；式(A4)表示同一节点最多被修复一次；式(A5)约束某一恢复路径被使用的前提是其始端节点已成功恢复；式(A6)表示 EA 仅能在可恢复路径上移动。

A.2 配电网潮流约束

如正文 2.1.2 节所述，对配电网潮流进行约束：

对于黑启动电源，其出力及爬坡满足如下约束：

$$P_i^{\mathrm{G,min}}\le P_{i,t}^{\mathrm{G}}\le P_i^{\mathrm{G,max}},\ \ \forall i\in N_{\mathrm{G}}^{\mathrm{P}},\forall t \tag{A7}$$

$$Q_i^{\mathrm{G,min}}\le Q_{i,t}^{\mathrm{G}}\le Q_i^{\mathrm{G,max}},\ \ \forall i\in N_{\mathrm{G}}^{\mathrm{P}},\forall t \tag{A8}$$

$$R_i^{\mathrm{G}-}\tau\le P_{i,t}^{\mathrm{G}}-P_{i,t-1}^{\mathrm{G}}\le R_i^{\mathrm{G}+}\tau,\ \ \forall i\in N_{\mathrm{G}}^{\mathrm{P}},\forall t\ge 2 \tag{A9}$$

式中：$P_{i,t}^{\mathrm{G}}$ 和 $Q_{i,t}^{\mathrm{G}}$ 分别表示时段 t 节点 i 处黑启动电源的有功和无功出力；$P_i^{\mathrm{G,min}}$ 和 $P_i^{\mathrm{G,max}}$ 分布表示节点 i 处黑启动电源有功出力的下限和上限；$Q_i^{\mathrm{G,min}}$ 和 $Q_i^{\mathrm{G,max}}$ 分布表示节点 i 处黑启动电源无功出力的下限和上限；$R_i^{\mathrm{G}-}$ 和 $R_i^{\mathrm{G}+}$ 分别表示最大下调和上调功率速率。

对于各节点待恢复负荷，其满足如下约束：

$$0\le P_{i,t}^{\mathrm{L}}\le e_{i,t}^{\mathrm{L}}\cdot P_i^{\mathrm{L,max}},\ \ \forall i\in N^{\mathrm{P}},\forall t \tag{A10}$$

$$Q_{i,t}^{\mathrm{L}}=\eta\cdot P_{i,t}^{\mathrm{L}},\ \ \forall i\in N^{\mathrm{P}},\forall t \tag{A11}$$

$$P_{i,t-1}^{\mathrm{L}}\le P_{i,t}^{\mathrm{L}},\ \ \forall i\in N^{\mathrm{P}},\forall t\ge 2 \tag{A12}$$

式中：$P_{i,t}^{\mathrm{L}}$ 和 $Q_{i,t}^{\mathrm{L}}$ 为配电网节点 i 处时段 t 的有功和无功负荷恢复量；$P_i^{\mathrm{L,max}}$ 为节点 i 处待恢复负荷的最大值；η 为功率因数。具体而言，式(A10)限制了各节点负荷恢复量的范围；式(A11)表示各节点负荷恢复量具有相同的功率因数；式(A12)表示各节点负荷的恢复量随时间呈增长趋势。

同时，本文基于线性 Dist-Flow 模型，对配电网潮流进行约束：

$$U^{\min}\cdot e_{i,t}^{\mathrm{P}}\le U_{i,t}\le U^{\max}\cdot e_{i,t}^{\mathrm{P}},\ \ \forall i\in N^{\mathrm{P}},\forall t \tag{A13}$$

$$U_{i,t}=U_0\cdot e_{i,t}^{\mathrm{P}},\ \ \forall i\in N_{\mathrm{G}}^{\mathrm{P}},\forall t \tag{A14}$$

$$l_{k,t}^{\mathrm{P}}=e_{i,t}^{\mathrm{P}}\cdot e_{j,t}^{\mathrm{P}}\cdot(x_{ij}^{\mathrm{P}}+x_{ji}^{\mathrm{P}}),\ \ \forall k=(i,j)\in L^{\mathrm{P}},\forall t \tag{A15}$$

$$-P_k^{\max}\cdot l_{k,t}^{\mathrm{P}}\le P_{k,t}\le P_k^{\max}\cdot l_{k,t}^{\mathrm{P}},\ \forall k\in L^{\mathrm{P}},\forall t \quad (\mathrm{A16})$$

$$-Q_k^{\max}\cdot l_{k,t}^{\mathrm{P}}\le Q_{k,t}\le Q_k^{\max}\cdot l_{k,t}^{\mathrm{P}},\ \forall k\in L^{\mathrm{P}},\forall t \quad (\mathrm{A17})$$

$$\sum_{k\in L^{\mathrm{P}}}\left(P_{k,t}D_{ki}^{\mathrm{P}}\right)=P_{i,t}^{\mathrm{G}}-P_{i,t}^{\mathrm{L}},\ \forall i\in N^{\mathrm{P}},\forall k\in L^{\mathrm{P}},\forall t \quad (\mathrm{A18})$$

$$\sum_{k\in L^{\mathrm{P}}}\left(Q_{k,t}D_{ki}^{\mathrm{P}}\right)=Q_{i,t}^{\mathrm{G}}-Q_{i,t}^{\mathrm{L}},\forall i\in N^{\mathrm{P}},\forall k\in L^{\mathrm{P}},\forall t \quad (\mathrm{A19})$$

$$\begin{aligned}&U_{i,t}-\frac{P_{k,t}\cdot R_{ij}+Q_{k,t}\cdot X_{ij}}{U_0}-M\cdot(1-l_{k,t}^{\mathrm{P}})\le U_{j,t},\\&U_{i,t}-\frac{P_{k,t}\cdot R_{ij}+Q_{k,t}\cdot X_{ij}}{U_0}+M\cdot(1-l_{k,t}^{\mathrm{P}})\ge U_{j,t},\quad (\mathrm{A20})\\&\qquad\qquad\forall k=(i,j)\in L^{\mathrm{P}},\forall t\end{aligned}$$

式中：$l_{k,t}^{\mathrm{P}}$ 为表示配电网线路 k 在时间 t 的恢复情况的 0-1 变量，$l_{k,t}^{\mathrm{P}}$=0 表示线路恢复；$P_k^{\max}$、$Q_k^{\max}$ 表示线路 k 的最大有功、无功容量；D_{ki}^{P} 为线路 k 和节点 i 的连接关系变量，若 $k=(i,j)$，即线路 k 连接节点 i 和 j 且连接方向为从 i 至 j，则 $D_{ki}^{\mathrm{P}}=1, D_{kj}^{\mathrm{P}}=-1$，$D_{kn}^{\mathrm{P}}=0\ (n\ne i或j)$。

具体而言，式(A13)约束了恢复节点的电压幅值；式(A14)表示黑启动电源的输出电压始终保持标准值；式(A15)表示若线路 k 连接的两节点在时段 t 均已恢复，且线路在 EA 路径上，则线路在时段 t 恢复；式(A16 和(A17)约束了已恢复路径上线路的有功、无功容量；式(A18)和(A19)表示各节点的功率平衡约束；式(A20)表示节点电压幅值之间的关系。

A.3 信息网恢复拓扑约束

如正文 2.2.1 节所述，与基于带电代理的配电网恢复路径约束类似，使用“信息代理”（Communication Agent，CA）路径描述配电网的修复过程。CA 从配电网信息控制中心所在节点出发，逐步运动至各个待修复交换机节点，以模拟信息网灾后重建过程。以一个 $n^{\mathrm{C}}\times n^{\mathrm{C}}$ 且由 0-1 变量组成的路径表描述配电网的修复路径（n^{C} 为信息网节点总数），路径表中的元素 x_{ab}^{C}=1 表示配电网的 CA 从节点 a 出发运动至节点 b，路径表中各元素的约束如下：

$$x_{aa}^{\mathrm{C}}=\begin{cases}1,&\forall a=N_{\mathrm{B}}^{\mathrm{C}}\\0,&\forall a\ne N_{\mathrm{B}}^{\mathrm{C}}\end{cases} \quad (\mathrm{A21})$$

$$x_{ab}^{\mathrm{C}}=0,\ \forall a\ne N_{\mathrm{B}}^{\mathrm{C}},b=N_{\mathrm{B}}^{\mathrm{C}} \quad (\mathrm{A22})$$

$$x_{ab}^{\mathrm{C}}+x_{ba}^{\mathrm{C}}\le 1,\ \forall(a,b)\in L^{\mathrm{C}},a\ne b \quad (\mathrm{A23})$$

$$\sum_{a=1}^{n^{\mathrm{C}}}x_{ab}^{\mathrm{C}}\le 1,\ \forall b\in N^{\mathrm{C}} \quad (\mathrm{A24})$$

$$\sum_{a=1}^{n^{\mathrm{C}}}x_{ab}^{\mathrm{C}}\le n^{\mathrm{C}}\cdot\sum_{h=1}^{n^{\mathrm{C}}}x_{ha}^{\mathrm{C}},\ \forall i\in N^{\mathrm{C}} \quad (\mathrm{A25})$$

$$x_{ab}^{\mathrm{C}}\le M_{ab}^{\mathrm{C}},\ \forall a,b\in N^{\mathrm{C}} \quad (\mathrm{A26})$$

式中：N^{C} 表示信息网节点集合，L^{C} 表示信息网线路集合，$N_{\mathrm{B}}^{\mathrm{C}}$ 表示信息网中的中央服务器所在节点；$\boldsymbol{M}^{\mathrm{C}}=[M_{ab}^{\mathrm{C}}]^{|n^{\mathrm{C}}|\times|n^{\mathrm{C}}|}$ 为信息网中的节点连接矩阵。

具体而言，式(A21)表示 CA 以信息控制中心为起点；式(A22)限制信息控制中心无法作为恢复过程的目标节点，以防止拓扑结构成环；式(A23)约束同一线路无法被 CA 正、反向同时通过，以防止拓扑结构成环；式(A24)表示同一节点最多被修复一次；式(A25)约束某一恢复路径被使用的前提是其始端节点已成功恢复；式(A26)表示 CA 仅能在可恢复路径上移动。

附录 B

B.1 约束条件线性化

如正文第 2 章末尾所述，本文所构建的基于天地一体化通信的配电网灾后信息-物理协同恢复模型具有多个非线性约束，为便于求解，引入线性化策略处理该约束并将模型转换为混合整数线性规划（MILP）问题。

B.1.1 配电网负荷恢复约束线性化

（1）配电网负荷恢复时间约束线性化

配电网负荷恢复时间约束中的非线性约束包括式(4)和(7)。对于式(4)中的最小值问题，记$t_i^{\mathrm{C,S,min}}$ $=\min(t_i^{\mathrm{P,C}},t_i^{\mathrm{S,a}})$，并引入一个二元 0-1 变量$u_i^1$作为辅助变量，且满足以下约束：

$$\begin{cases} t_i^{\mathrm{CS,min}} \le t_i^{\mathrm{P,C}} \\ t_i^{\mathrm{CS,min}} \le t_i^{\mathrm{S,a}} \\ t_i^{\mathrm{CS,min}} \ge t_i^{\mathrm{P,C}} - M\cdot(1-u_i^1) \\ t_i^{\mathrm{CS,min}} \ge t_i^{\mathrm{S,a}} - M\cdot u_i^1 \end{cases}, \forall i \in N^{\mathrm{P}} \tag{B1}$$

则式(4)可转换为如下约束：

$$t_i^{\mathrm{P}} = t_i^{\mathrm{CS,min}} + T_{ii}^{\mathrm{P}},\ \ \forall i \in N_{\mathrm{G}}^{\mathrm{P}} \tag{B2}$$

同理，式(7)中的最大值问题可等价于$t_{ij}^{\mathrm{R}}=\max(t_i^{\mathrm{P}},t_j^{\mathrm{CS,min}})$，引入一个 0-1 变量$u_i^2$作为辅助变量，则式(7)等效于如下约束：

$$\begin{cases} t_{ij}^{\mathrm{R}} \ge t_i^{\mathrm{P}} \\ t_{ij}^{\mathrm{R}} \ge t_j^{\mathrm{CS,min}} \\ t_{ij}^{\mathrm{R}} \le t_i^{\mathrm{P}} + M\cdot(1-u_{ij}^2) \\ t_{ij}^{\mathrm{R}} \le t_j^{\mathrm{CS,min}} + M\cdot u_{ij}^2 \end{cases}, \forall (i,j) \in L^{\mathrm{P}} \tag{B3}$$

（2）配电网潮流约束线性化

配电网潮流约束的式(A15)中$e_{i,t}^{\mathrm{P}}$和x_{ij}^{P}均为二元 0-1 变量，则该约束等价于：

$$\begin{aligned} l_{k,t}^{\mathrm{P}} &= \min\left[e_{i,t}^{\mathrm{P}}, e_{j,t}^{\mathrm{P}}, (x_{ij}^{\mathrm{P}}+x_{ji}^{\mathrm{P}})\right] \\ &= \min\left[\min(e_{i,t}^{\mathrm{P}}, e_{j,t}^{\mathrm{P}}), (x_{ij}^{\mathrm{P}}+x_{ji}^{\mathrm{P}})\right], \forall (i,j) \in L^{\mathrm{P}}, \forall t \end{aligned} \tag{B4}$$

引入 0-1 变量$u_{k,t}^3$作为辅助变量，则式(A15)可线性化处理为：

$$\begin{cases} u_{k,t}^3 \le e_{i,t}^{\mathrm{P}} \\ u_{k,t}^3 \le e_{j,t}^{\mathrm{P}} \\ u_{k,t}^3 \ge e_{i,t}^{\mathrm{P}} + e_{j,t}^{\mathrm{P}} - 1, \\ l_{k,t}^{\mathrm{P}} \le u_{k,t}^3 \\ l_{k,t}^{\mathrm{P}} \le x_{ij}^{\mathrm{P}} + x_{ji}^{\mathrm{P}} \\ l_{k,t}^{\mathrm{P}} \ge x_{ij}^{\mathrm{P}} + x_{ji}^{\mathrm{P}} + u_{k,t}^3 - 1 \end{cases}, \forall k=(i,j) \in L^{\mathrm{P}}, \forall t \tag{B5}$$

B.1.2 地面有线信息网通信恢复约束线性化

（1）信息网恢复时间约束的线性化

配电网恢复时间约束中，非线性约束包括式(13)和(19)。下面分别对其进行线性化处理。

首先，通过以下线性约束使$I_{d,a}$满足式(13)：

$$\begin{cases} \sum_{d=1}^{n^{\mathrm{d}}} n\cdot I_{d,a} = d_a \\ \sum_{d=1}^{n^{\mathrm{d}}} I_{d,a} = 1 \end{cases}, \forall a \in N^{\mathrm{C}} \tag{B6}$$

其中：n^{d}是所允许的最大修复步数。

进一步，给出式(13)中恢复时间函数$T^{\mathrm{r}}\left(freq(d)\right)$的线性化表示方法。由于$I_{d,a}$满足式(19)，$freq(d)$可线性化表示为：

$$freq(d) = \sum_{a=1}^{n^{\mathrm{C}}} I_{d,a},\ \ \forall d \tag{B7}$$

在此基础上，由于各恢复间隔是离散的，因此$T^{\mathrm{r}}\left(freq(d)\right)$的值可等效为一个分段函数：

$$t^{\mathrm{r}}(x) = T^{\mathrm{r}}(x_k),\ x \in [x_k - \frac{1}{2}, x_k + \frac{1}{2}], k = 1,2,... \tag{B8}$$

以假设抢修队最多可同时修复三个信息网节点为例，采用分段函数线性化方法，引入四个二元 0-1 变量u_d^4,u_d^5,u_d^6,u_d^7，则其线性化表达形式如下：

$$\begin{cases} freq(d) \le 3 \\ T^{\mathrm{r}}\left(freq(d)\right) = M\cdot u_d^4 + T^{\mathrm{r}}(1)\cdot u_d^5 \\ \qquad + T^{\mathrm{r}}(2)\cdot u_d^6 + T^{\mathrm{r}}(3)\cdot u_d^7 \\ freq(d) \le \frac{1}{2}u_d^4 + \frac{3}{2}u_d^5 + \frac{5}{2}u_d^6 + M\cdot u_d^7 \\ freq(d) \ge \frac{1}{2}u_d^5 + \frac{3}{2}u_d^6 + \frac{5}{2}u_d^7 \\ u_d^4 + u_d^5 + u_d^6 + u_d^7 = 1 \end{cases}, \forall d \tag{B9}$$

因此，只需根据可同时修复的信息网节点数量，式(13)中$T^{\mathrm{r}}\left(freq(d)\right)$函数即可等效线性化处理为式(B7)和(B9)。

（2）信息网流量约束线性化

针对信息网流量约束中非线性约束式(27)，引入二元 0-1 变量$u_{g,t}^{8}$作为辅助变量，得到线性化结果如下：

$$\begin{cases} u_{g,t}^{8}\le e_{i,t}^{\mathrm{C}} \\ u_{g,t}^{8}\le e_{j,t}^{\mathrm{C}} \\ u_{g,t}^{8}\ge e_{a,t}^{\mathrm{C}}+e_{b,t}^{\mathrm{C}}-1, \\ l_{g,t}^{\mathrm{PC}}\le u_{g,t}^{8} \\ l_{g,t}^{\mathrm{PC}}\le x_{ab}^{\mathrm{C}}+x_{ba}^{\mathrm{C}} \\ l_{g,t}^{\mathrm{PC}}\ge x_{ab}^{\mathrm{C}}+x_{ba}^{\mathrm{C}}+u_{k,t}^{8}-1 \end{cases},\forall g=(a,b)\in L^{\mathrm{C}},\forall t \quad \text{(B10)}$$

（3）信息网供能约束线性化

信息网供能约束中的非线性约束包括式(31)和(32)。对于式(31)中的最大值函数，引入二元 0-1 变量$u_{a,t}^{9}$作为辅助变量，得到线性化结果如下：

$$\begin{cases} I_{i,t}^{\mathrm{C,P}}\le e_{a,t}^{\mathrm{C,P}}\le I_{i,t}^{\mathrm{C,P}}+M\cdot u_{a,t}^{9} \\ I_{j,t}^{\mathrm{C,P}}\le e_{a,t}^{\mathrm{C,P}}\le I_{i,t}^{\mathrm{C,P}}+M\cdot (1-u_{a,t}^{9}) \end{cases} \quad \text{(B11)}$$

$$\forall a\ne N_{\mathrm{B}}^{\mathrm{C}},i,j\in N_{a}^{\mathrm{C,P}},\forall t$$

对于式(32)，引入两个连续变量$c_{i,t}^{1},c_{i,t}^{2}$作为辅助变量，得到线性化结果如下：

$$\begin{cases} c_{i,t}^{1}\le \alpha P_{i}^{\mathrm{L,max}},c_{i,t}^{2}\ge \alpha P_{i}^{\mathrm{L,max}} \\ c_{i,t}^{1}-M\cdot (1-I_{i,t}^{\mathrm{C,P}})\le P_{i,t}^{\mathrm{L}}\le c_{i,t}^{1}+M\cdot (1-I_{i,t}^{\mathrm{C,P}}) \\ c_{i,t}^{2}-M\cdot I_{i,t}^{\mathrm{C,P}}\le P_{i,t}^{\mathrm{L}}\le c_{i,t}^{2}+M\cdot I_{i,t}^{\mathrm{C,P}} \end{cases} \quad \text{(B12)}$$

$$\forall i\in N^{\mathrm{P}},\forall t$$

B.1.3 卫星通信相关约束线性化

卫星通信容量约束中式(40)为非线性约束，可线性化处理为：

$$\begin{cases} \sum_{t=1}^{T}e_{i,t}^{\mathrm{S}}=t_{i}^{\mathrm{S,d}}-t_{i}^{\mathrm{S,a}}+1 \\ t\cdot e_{i,t}^{\mathrm{S}}-M\cdot (1-e_{i,t}^{\mathrm{S}})\le t_{i}^{\mathrm{S,d}}\le t\cdot e_{i,t}^{\mathrm{S}}+M\cdot (1-e_{i,t}^{\mathrm{S}}) \end{cases} \quad \text{(B13)}$$

$$\forall i\in N^{\mathrm{P}},\forall t$$

B.2 可行域削减

尽管引入线性化方法能够降低问题求解的复杂性，但同样增加了变量维数和约束数量，为进一步提升求解效率，本文对 MILP 问题中涉及卫星通信约束形成的可行域进行削减。

对于部署卫星通信终端的配电网节点 i，在构建卫星通信链路时，若不违反卫星通信容量约束，则有如下判断：

1）卫星通信的接入时段在地面有线信息网通信恢复前的任一时段，且退出时间在地面有线信息网恢复后的任意时段，即$t_{i}^{\mathrm{S,a}}<t_{i}^{\mathrm{P,C}}$，$t_{i}^{\mathrm{S,l}}\ge t_{i}^{\mathrm{P,C}}$时，卫星通信可使节点 i 提前恢复可观进而恢复负荷；

2）卫星通信的接入时段在地面有线信息网通信恢复之后，即$t_{i}^{\mathrm{S,a}}\ge t_{i}^{\mathrm{P,C}}$时，卫星通信对节点 i 处负荷的恢复不起作用。

在上述两种情况下，卫星通信的不同接入、退出时间对配电网灾后恢复的影响完全相同。为削减冗余的卫星通信相关约束，做如下判断：

1）如果$t_{i}^{\mathrm{S,a}}\ge t_{i}^{\mathrm{P,C}}$（卫星通信接入节点 i 的时段晚于该节点地面有线信息网通信恢复的时段），则卫星通信不接入该节点，即$t_{i}^{\mathrm{S,a}}=t_{i}^{\mathrm{S,d}}=T+1$；

2）如果$t_{i}^{\mathrm{P}}\le t_{i}^{\mathrm{P,C}}$（节点 i 负荷恢复时段早于该节点地面有线信息网通信恢复时段），表明有卫星通信接入支撑该节点负荷恢复，则卫星通信接入的时段为其恢复路径上对应远动开关开始动作或黑启动电源开始自启动的时段，即满足等式：$t_{i}^{\mathrm{S,a}}=t_{i}^{\mathrm{P}}-T_{ij}^{\mathrm{P}},\text{其中}j=F^{\mathrm{P}}(i)$。

3）如果$t_{i}^{\mathrm{S,a}}<t_{i}^{\mathrm{P,C}}$，则卫星通信退出的时段为该节点地面有线信息网恢复的时段，即$t_{i}^{\mathrm{S,d}}=t_{i}^{\mathrm{P,C}}$；

基于以上判断，将约束(43)替换为以下约束，可以有效削减问题可行域，提高求解效率：

$$\begin{cases} T_{i}^{\mathrm{FP}}=T_{ij}^{\mathrm{P}},\ j=F^{\mathrm{P}}(i) \\ T_{ij}^{\mathrm{P}}-M\cdot (1-x_{ij}^{\mathrm{P}})\le T_{i}^{\mathrm{FP}}\le T_{ij}^{\mathrm{P}}+M\cdot (1-x_{ij}^{\mathrm{P}}) \end{cases} \quad \text{(B14)}$$

$$\forall (i,j)\in L^{\mathrm{P}}$$

$$\begin{cases} c_{i}^{3}\le t_{i}^{\mathrm{P,C}},c_{i}^{3}\ge t_{i}^{\mathrm{P,C}} \\ c_{i}^{3}-M\cdot u_{i}^{10}\le t_{i}^{\mathrm{P,C}}\le c_{i}^{3}+M\cdot u_{i}^{10} \\ c_{i}^{4}-M(1-u_{i}^{10})u_{i}^{10}\le t_{i}^{\mathrm{P,C}}\le c_{i}^{4}+M(1-u_{i}^{10}) \\ t_{i}^{\mathrm{P}}-T_{i}^{\mathrm{FP}}-M\cdot u_{i}^{10}\le t_{i}^{\mathrm{S,a}}\le t_{i}^{\mathrm{P}}-T_{i}^{\mathrm{FP}}+M\cdot u_{i}^{10} \\ T+1-M(1-u_{i}^{10})\le t_{i}^{\mathrm{S,a}}\le T+1+M(1-u_{i}^{10}) \end{cases} \quad \text{(B15)}$$

$$\forall i\in N^{\mathrm{P}}$$

$$\begin{cases} -M\cdot (1-u_{i}^{11})\le t_{i}^{\mathrm{S,a}}-t_{i}^{\mathrm{P,C}}\le M\cdot u_{i}^{11} \\ -M\cdot u_{i}^{11}\le t_{i}^{\mathrm{S,d}}-t_{i}^{\mathrm{P,C}}\le M\cdot u_{i}^{11} \end{cases},\forall i\in N^{\mathrm{P}} \quad \text{(B16)}$$

式中：T_{i}^{FP}为在恢复拓扑中节点 i 的父节点 $j=F^{\mathrm{P}}(i)$ 至节点 i 的线路恢复所需的时间；c_{i}^{3},c_{i}^{4}为辅助变量，u_{i}^{10},u_{i}^{11}为 0-1 辅助变量。其中，式(B15)约束卫星通信接入时间符合假设 1、2，式(B16)约束卫星通信撤除时间符合假设 3。

综上所述，将所建立的基于天地一体化通信的配电网灾后信息-物理协同恢复模型转化为以下 MILP 形式，且进一步给出模型中各变量的类型及数量如表 B1 所示：

$$
\begin{aligned}
&\min f=\{(1)\text{-}(3)\}\\
&\text{s.t. 配电网约束:}\\
&\qquad\begin{cases}\text{路径:}\{(\text{A1})\text{-}(\text{A6}),\}\\ \text{时间:}\{(5),(6),(8),(9),(\text{B2})\text{-}(\text{B3})\}\\ \text{潮流:}\{(\text{A7})\text{-}(\text{A14}),(\text{A16})\text{-}(\text{A20}),(\text{B5})\}\end{cases}\\
&\quad\text{信息网约束:}\\
&\qquad\begin{cases}\text{路径:}\{(\text{A21})\text{-}(\text{A26})\}\\ \text{时间:}\{(14)\text{-}(18),(\text{B6})\text{-}(\text{B7}),(\text{B9})\}\\ \text{流量:}\{(20)\text{-}(26),(28)\text{-}(30),(\text{B10})\}\\ \text{供能:}\{(33)\text{-}(35),(\text{B11})\text{-}(\text{B12})\}\end{cases}\\
&\quad\text{(信息网)卫星通信约束:}\\
&\qquad\begin{cases}\text{部署:}\{(36)\text{-}(39)\}\\ \text{容量:}\{(40)\text{-}(42),(\text{B13})\}\\ \text{时间:}\{(\text{B14})\text{-}(\text{B16})\}\end{cases}
\end{aligned}
\tag{B17}
$$

表 B1　MILP 模型的变量类别及数量

Tab．B1　Number and types of variables in the MILP model

名称	类别	数量	名称	类别	数量
x_{ij}^{P}	B	$n^{\mathrm{P,L}}$	$e_{a,t}^{\mathrm{C,P}}$	B	$n^{\mathrm{C}}\times n^{\mathrm{T}}$
t_i^{P}	I	n^{P}	$I_{i,t}^{\mathrm{C,P}}$	B	$n^{\mathrm{P}}\times n^{\mathrm{T}}$
$t_i^{\mathrm{P,C}}$	I	n^{P}	$t_a^{\mathrm{C,P}}$	I	n^{C}
$t_i^{\mathrm{S,a}}$	I	n^{P}	$t_i^{\mathrm{S,a}}$	I	n^{P}
$e_{i,t}^{\mathrm{P}}$	B	$n^{\mathrm{P}}\times n^{\mathrm{T}}$	$t_i^{\mathrm{S,d}}$	I	n^{P}
$P_{i,t}^{\mathrm{G}}$	C	$n^{\mathrm{P}}\times n^{\mathrm{T}}$	I_i^{S}	B	n^{P}
$Q_{i,t}^{\mathrm{G}}$	C	$n^{\mathrm{P}}\times n^{\mathrm{T}}$	$e_{i,t}^{\mathrm{S}}$	B	$n^{\mathrm{P}}\times n^{\mathrm{T}}$
$P_{i,t}^{\mathrm{L}}$	C	$n^{\mathrm{P}}\times n^{\mathrm{T}}$	$I_i^{\mathrm{P,C}}$	B	n^{P}
$Q_{i,t}^{\mathrm{L}}$	C	$n^{\mathrm{P}}\times n^{\mathrm{T}}$	u_i^1	B	n^{P}
$l_{k,t}^{\mathrm{P}}$	B	$n^{\mathrm{P,L}}\times n^{\mathrm{T}}$	u_i^2	B	n^{P}
$U_{i,t}$	C	$n^{\mathrm{P}}\times n^{\mathrm{T}}$	$u_{k,t}^3$	B	$n^{\mathrm{P,L}}\times n^{\mathrm{T}}$
$P_{k,t}$	C	$n^{\mathrm{P,L}}\times n^{\mathrm{T}}$	u_d^4	B	n^{d}
$Q_{k,t}$	C	$n^{\mathrm{P,L}}\times n^{\mathrm{T}}$	u_d^5	B	n^{d}
x_{ab}^{C}	B	$n^{\mathrm{C,L}}$	u_d^6	B	n^{d}
t_d^{r}	C	n^{d}	u_d^7	B	n^{d}
d_a	I	n^{C}	$u_{g,t}^8$	B	$n^{\mathrm{C,L}}\times n^{\mathrm{T}}$
$F(d_a)$	I	n^{C}	$u_{a,t}^9$	B	$n^{\mathrm{C}}\times n^{\mathrm{T}}$
t_a^{C}	I	n^{C}	u_i^{10}	B	n^{P}
$I_{d,a}$	B	$n^{\mathrm{C}}\times n^{\mathrm{d}}$	u_i^{11}	B	n^{P}
$e_{a,t}^{\mathrm{C}}$	B	$n^{\mathrm{C}}\times n^{\mathrm{T}}$	$c_{i,t}^1$	C	$n^{\mathrm{P}}\times n^{\mathrm{T}}$
$f_{a,t}^{\mathrm{I}}$	C	$n^{\mathrm{C}}\times n^{\mathrm{T}}$	$c_{i,t}^2$	C	$n^{\mathrm{P}}\times n^{\mathrm{T}}$
$f_{a,t}^{\mathrm{O}}$	C	$n^{\mathrm{C}}\times n^{\mathrm{T}}$	c_i^3	C	n^{P}
$l_{g,t}^{\mathrm{C}}$	B	$n^{\mathrm{C,L}}\times n^{\mathrm{T}}$	c_i^4	C	n^{P}
$f_{g,t}$	C	$n^{\mathrm{C,L}}\times n^{\mathrm{T}}$			

注：
变量类型：B：0-1 变量；I：整数变量；C：连续变量。
变量数量：n^{P}：配电网节点数；$n^{\mathrm{P,L}}$：配电网线路数；
n^{C}：信息网节点数；$n^{\mathrm{C,L}}$：信息网线路数；
n^{d}：信息网最大修复步数；n^{T}：分析时段数 T+1。

附录 C

表 C1　IEEE 33 节点负荷权重系数

Tab．C1　Load weight coefficients of IEEE 33-bus PDN

权重系数	节点序号
1	12, 26
0.8	9
0.5	24, 25, 30, 32
0.4	10
0.3	15, 20
0.2	2, 4, 7, 11
0.1	3, 5, 6, 8, 13, 14, 16-19, 21-23, 27-29, 31, 33

表 C2　信息网交换机供电线路所在配电网节点

Tab．C2　Power supply buses of the switches in communication network

交换机序号	供电节点	
	主要	备用
2	7	3
3	19	4
4	10	7
5	15	12
6	17	15
7	33	18
8	23	26
9	28	6
10	31	28