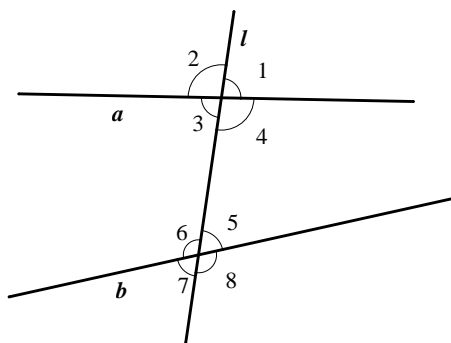


第三讲 阶段复习

【知识点复习】

1. 邻补角：有一条公共边，另一边互为反向延长线的两个角互为邻补角。
2. 对顶角的性质：对顶角相等。
3. 垂直性质：①过一点有且只有一条直线与已知直线垂直. ②垂线段最短.
4. 直线外一点到这条直线的垂线段的长度，叫做这个点到直线的距离. 特别的，直线上的点到这条直线的距离为零.
5. “三线八角图”：在同一平面内，直线 a 、 b 被直线 l 所截，形成的图形叫做三线八角图



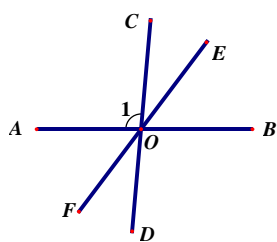
6. 八角的分类

	基本图形	截线	两条直线	类别	记忆方式	常见变式
$\angle 1$ 和 $\angle 5$ $\angle 2$ 和 $\angle 6$ $\angle 3$ 和 $\angle 7$ $\angle 4$ 和 $\angle 8$		同旁	同侧	同位角	“F”型	
$\angle 3$ 和 $\angle 5$ $\angle 4$ 和 $\angle 6$		两旁	之间	内错角	“Z”型	
$\angle 3$ 和 $\angle 6$ $\angle 4$ 和 $\angle 5$		同旁	之间	同旁内角	“C”型	

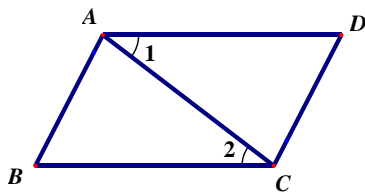
7. 平行公理(存在性和唯一性): 经过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行.
8. 平行线的传递性: 如果两条直线都与第三条直线平行, 那么这两条直线也互相平行.
9. 平行线的判定: ①同位角相等, 两直线平行;
②内错角相等, 两直线平行;
③同旁内角互补, 两直线平行.
10. 平行线的性质: ①两直线平行, 同位角相等;
②两直线平行, 内错角相等;
③两直线平行, 同旁内角互补.
11. 平行线间距离处处相等.

【综合练习】

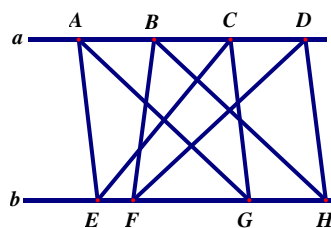
1. 猜谜语(打两个几何名称): ①剩下十分钱: _____; 余角
②两牛相斗: _____, 对顶角
2. 平面内有两两相交的4条直线, 如果最多有 a 个交点, 最少有 b 个交点, 那么 $a - b =$ _____.
3. 如图, 直线 AB 、 CD 、 EF 相交于点 O , $\angle 1 = 95^\circ$, $\angle COE : \angle EOB = 2 : 3$, 则 $\angle BOE =$ _____; $\angle DOF =$ _____.
4. 如图, 若 $\angle B + \angle BCD = 180^\circ$, 可以判断____//____, 理由是_____;
若 $\angle 1 = \angle 2$, 则可以判断____//____, 理由是_____.
5. 如图, 已知 $a \parallel b$, A 、 B 、 C 、 D 在直线 a 上, E 、 F 、 G 、 H 在直线 b 上, 且 $AC = BD = EG$, 那么图中与 $\triangle AEG$ 面积相等的三角形有____个



第3题图

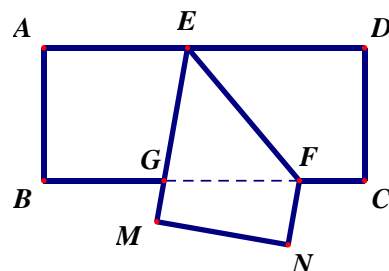


第4题图

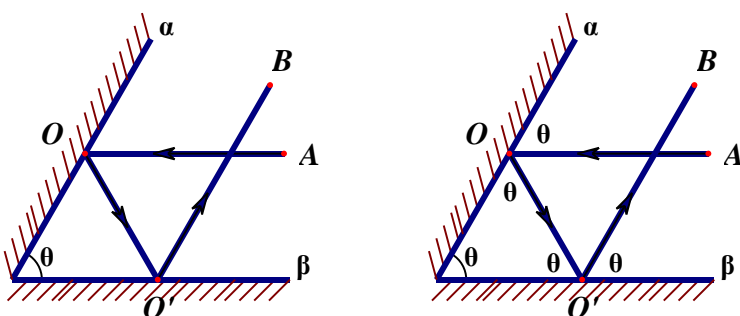


第5题图

6. 已知：如图，把一张长方形纸片， $ABCD$ 沿 EF 折叠，若 $\angle EFG = 50^\circ$ ，则 $\angle EGB = \underline{\hspace{2cm}}$.



7. 如图所示，两平面镜 α 、 β 夹角为 θ ，入射光线 AO 平行于 β 入射到 α 上，经两次反射后的出射光线 $O'B$ 平行于 α ，则角 $\theta = \underline{\hspace{2cm}}$.



8. 若 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是两直线被第三条直线所截形成的同旁内角， $\angle 1 = 50^\circ$ ，则 $\angle 2$ 等于 ()

A. 50° B. 130° C. 50° 或 130° D. 不确定

9. 如果一个角的两边分别平行于另一个角的两边，则这两个角 ()

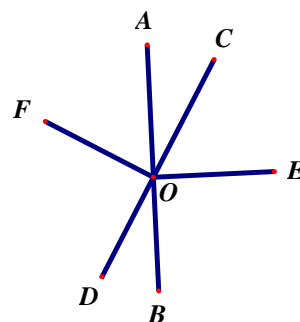
A. 相等 B. 互补 C. 相等或互补 D. 相等且互补

10. 若点 A 在直线 l 外，点 B 在直线 l 上， AB 两点之间的距离记作 a ，点 A 到直线 l 的距离记作 b ，则 a 与 b 之间的大小关系是 ()

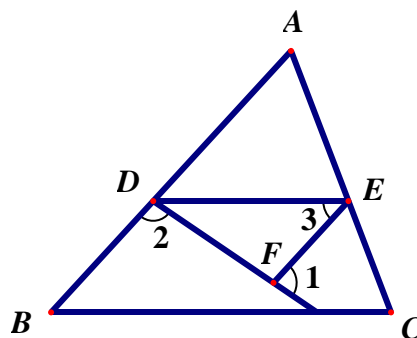
A. $a < b$ B. $a > b$ C. $a \leq b$ D. $a \geq b$

11. 已知直线 AB 、 CD 相交于 O ， $\angle AOE = 90^\circ$ ，

$\angle COF = 90^\circ$ ， $\angle BOD = \frac{1}{5} \angle EOF$ ，求 $\angle BOD$ 的大小.



12. 已知：如图，如果 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ， $\angle 3 = \angle B$ ，求证： $\angle AED = \angle C$.



13. 已知：直线 $AB \parallel CD$ ，线段 EF 分别与 AB 、 CD 相交于点 E 、 F 。

(1) 如图 1，当 $\angle A = 40^\circ$ ， $\angle C = 60^\circ$ 时，求 $\angle APC$ 的度数；

(2) 如图 2，当点 P 在线段 EF 上运动时(不包括 E 、 F 两点)， $\angle A$ 、 $\angle C$ 与 $\angle APC$ 之间有什么确定的相等关系？试证明你的结论；

(3) 如图 3，当点 P 在线段 EF 的延长线上运动时，若 $\angle A = 55^\circ$ ， $\angle C = 20^\circ$ 时，求 $\angle APC$ 的度数。

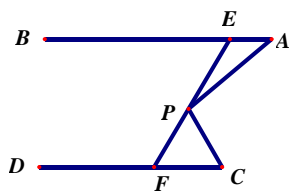


图 1

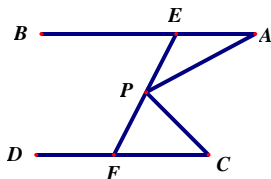


图 2

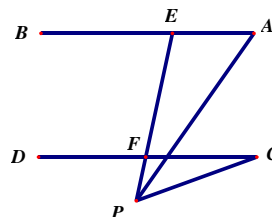
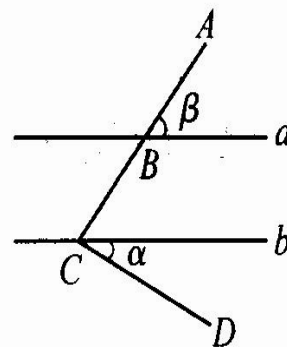


图 3

【补充题目】

1. 如图， $a \parallel b$ ， AC 分别交直线 a ， b 于 B 、 C ， $AB \perp DC$ ，若 $\angle \alpha = 25^\circ$ ，则 $\angle \beta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

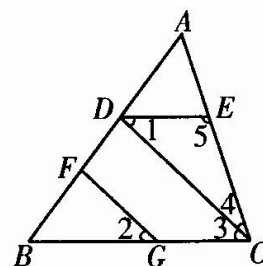


2. 如图，要得到 $DE \parallel BC$ ，则需要条件 ()

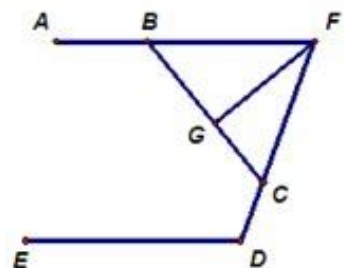
A、 $CD \perp AB$ ， $GF \perp AB$ B、 $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$

$$C、\angle 1 = \angle 3$$

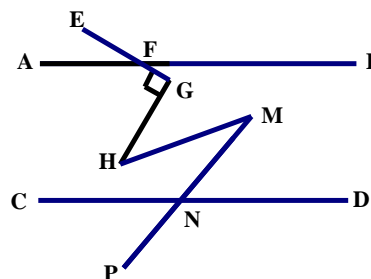
$$D、\angle 2 = \angle 3$$



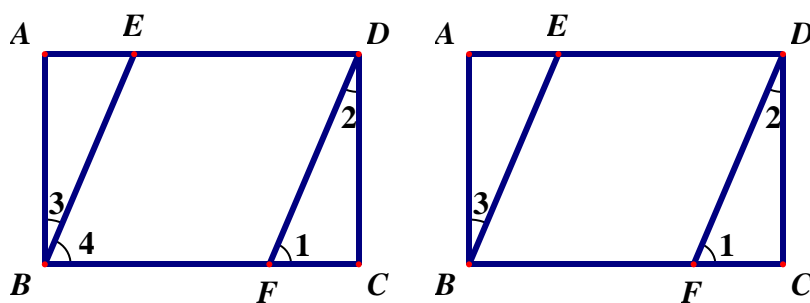
3. 如图，已知 $AF \parallel DE$ ， BC 交 DF 于 C ，交 AC 于 B ， $FG \perp BC$ 于点 G ， $\angle ABC = 120^\circ$ ， $\angle EDC = 110^\circ$ 。则 $\angle CFG$ 的度数是_____。



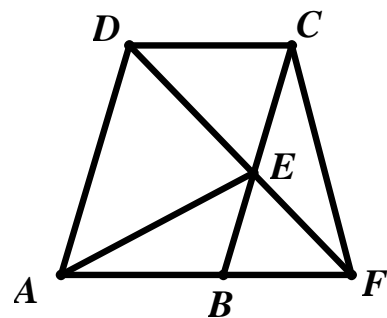
4. 如图，已知 $AB \parallel CD$ ， $\angle AFE = 30^\circ$ ， $\angle FGH = 90^\circ$ ， $\angle HMN = 30^\circ$ ， $\angle CNP = 50^\circ$ ，则 $\angle GHM$ 的度数是_____。



5. 已知：如图， $AB \perp BC$ ， $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ， $\angle 2 = \angle 3$ ，求证： $BE \parallel DF$ 。



6. 如图，已知点 E 为平行四边形 $ABCD$ 的边 BC 上的任一点， DE 的延长线交 AB 延长线于点 F 。求证： $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle CEF}$ 。



平行线被折线所截问题

一、平行线被两条折线所截

平行线被折线所截的解题关键在于作与已知直线的平行线，利用平行线的传递性和平行线的三条性质这两个知识点进行解答。

类型一： $\angle AEC = \angle A + \angle C$

解：过点E作EF//AB，（如图1）

Q $AB \parallel CD$,

$\therefore AB \parallel EF \parallel CD$

（平行于同一条直线的两条直线互相平行）

$\therefore \angle A = \angle 1, \angle C = \angle 2$

（两直线平行，内错角相等）

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle A + \angle C$

即 $\angle AEC = \angle A + \angle C$

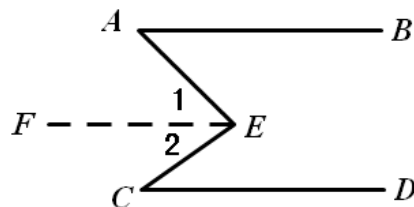


图 1

类型二： $\angle AEC + \angle A + \angle C = 360^\circ$

解：过点E作EF//AB，（如图2）

Q $AB \parallel CD$,

$\therefore AB \parallel EF \parallel CD$

（平行于同一条直线的两条直线互相平行）

$\therefore \angle 1 + \angle A = 180^\circ, \angle 2 + \angle C = 180^\circ$

（两直线平行，同旁内角互补）

$\therefore \angle 1 + \angle A + \angle 2 + \angle C = 360^\circ$

即 $\angle A + \angle C + \angle AEC = 360^\circ$

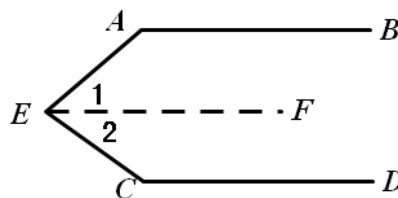
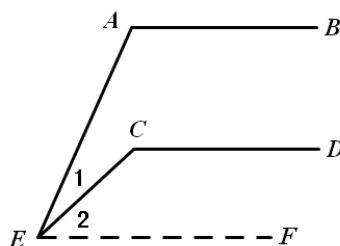


图 2

类型三： $\angle AEC = \angle C - \angle A$

或 $\angle AEC = \angle A - \angle C$ 如图 4，此处省略说明过程。



解：过点E作EF//AB，(如图3)

Q AB//CD,

$\therefore AB//EF//CD$

(平行于同一条直线的两条直线互相平行)

$\therefore \angle C + \angle 2 = 180^\circ, \angle A + \angle AEF = 180^\circ$

(两直线平行，同旁内角互补)

$\therefore \angle C + \angle 2 = \angle A + \angle AEF$

$\therefore \angle C + \angle 2 = \angle A + \angle 1 + \angle 2$

$\therefore \angle 1 = \angle C - \angle A$

即 $\angle AEC = \angle C - \angle A$.

图 3

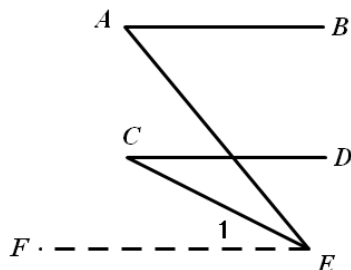


图 4

二、平行线被多条折线所截

类型一：

如图，直线 $m // n$ ，根据下列四个图形，分别说出标有号码的角之间的数量关系。

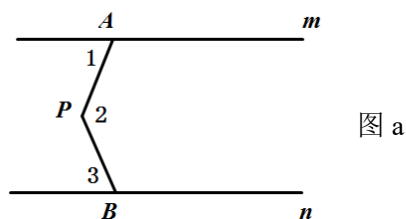


图 a

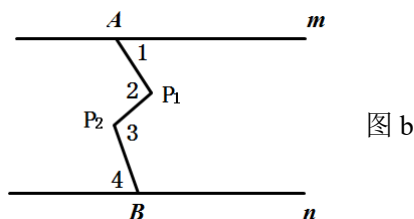


图 b

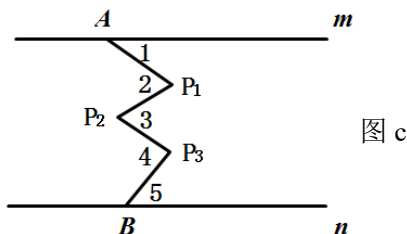


图 c

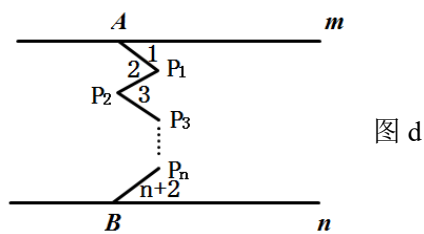


图 d

解：如图 a，由添加平行线的方法，易得结论： $\angle 2 = \angle 1 + \angle 3$ ；

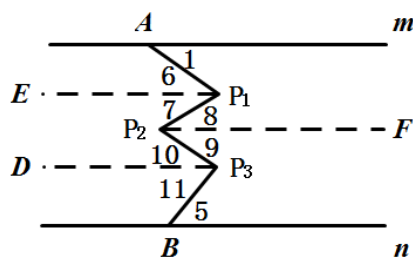
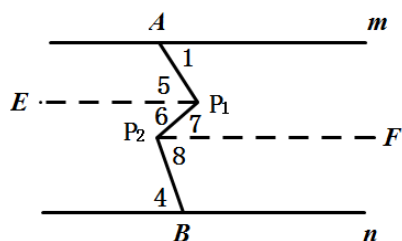
如图 b，添加两条平行线如图 e，易得： $\angle 1 = \angle 5, \angle 7 = \angle 6, \angle 8 = \angle 4$ ，由等式性质得

$\angle 1 + \angle 7 + \angle 8 = \angle 5 + \angle 6 + \angle 4$ ，即得图 b 结论： $\angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 4$ ；

如图 f，同理可得： $\angle 1 + \angle 8 + \angle 9 + \angle 5 = \angle 6 + \angle 7 + \angle 10 + \angle 11$ ，即得图 c 结论：

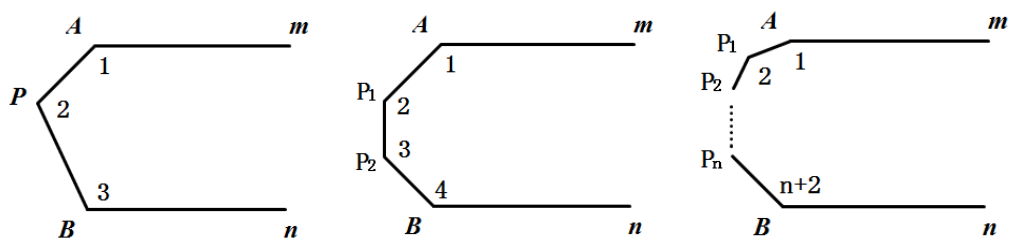
$\angle 1 + \angle 3 + \angle 5 = \angle 2 + \angle 4$ ；

如图 d，可猜测结论： $\angle 1 + \angle 3 + \angle 5 + \dots + \angle n+2 = \angle 2 + \angle 4 + \angle 6 + \dots + \angle n+1$ ，因此可得：奇数角的和=偶数角的和。



类型二：

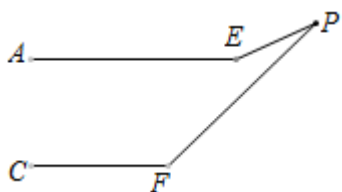
如图，直线 $m \parallel n$ ，根据下列三个图形，分别说出标有号码的角之间的数量关系。
同学们不妨自己尝试一下！



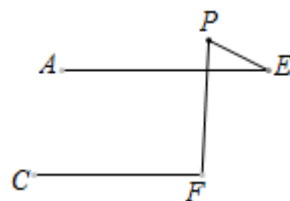
(答案: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \dots + \angle n + 2 = 180(n+1)^\circ$)

巩固练习

1、已知 $AE \parallel CF$ ，求证 $\angle P = \angle AEP - \angle CFP$.

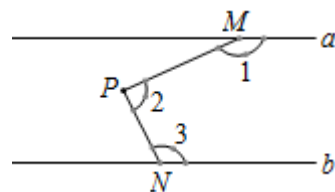


2、已知 $\angle P = \angle CFP - \angle AEP$ ，求证 $AE \parallel CF$.

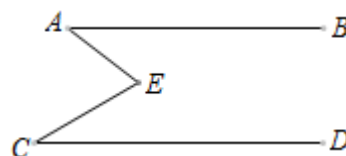


课后作业

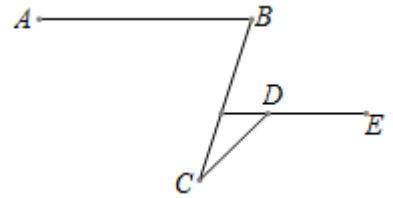
1、(1)如图, $a \parallel b$, M 、 N 分别在 a 、 b 上, P 为两平行线间一点, 那么 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 =$ _____.



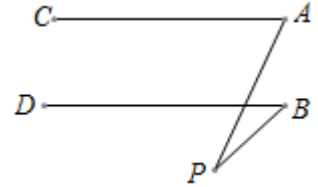
(2)如图, $AB \parallel CD$, 且 $\angle A = 25^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, 则 $\angle E$ 的度数是_____.



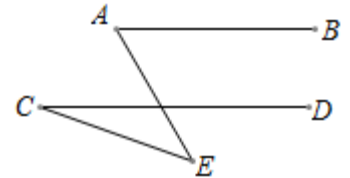
(3)如图, 已知 $AB \parallel DE$, $\angle ABC = 80^\circ$, $\angle CDE = 140^\circ$, 则 $\angle BCD =$ _____.



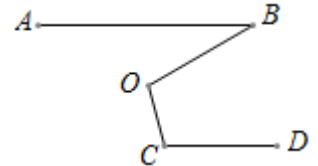
(4) 如图，射线 $AC \parallel BD$ ， $\angle A = 70^\circ$ ， $\angle B = 40^\circ$ ，则 $\angle P =$ _____。



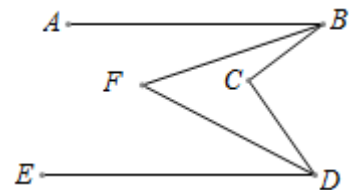
(5) 如图所示， $AB \parallel CD$ ， $\angle E = 37^\circ$ ， $\angle C = 20^\circ$ ，则 $\angle EAB$ 的度数为_____。



(6) 如图， $AB \parallel CD$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $\angle O = \angle C$ 。则 $\angle C =$ _____。



2、如图，已知 $AB \parallel DE$ ， BF 、 DF 分别平分 $\angle ABC$ 、 $\angle CDE$ ，求 $\angle C$ 、 $\angle F$ 的关系。

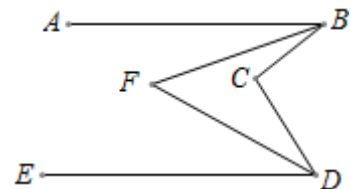


变式：如图，已知 $AB \parallel DE$ ， $\angle FBC = \frac{1}{n} \angle ABF$ ， $\angle FDC = \frac{1}{n} \angle FDE$ 。

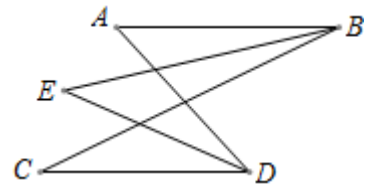
(1) 若 $n=2$ ，直接写出 $\angle C$ 、 $\angle F$ 的关系_____；

(2) 若 $n=3$ ，试探究 $\angle C$ 、 $\angle F$ 的关系；

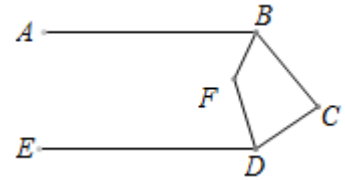
(3) 直接写出 $\angle C$ 、 $\angle F$ 的关系_____（用含 n 的等式表示）。



3、如图，已知 $AB \parallel CD$ ， BE 平分 $\angle ABC$ ， DE 平分 $\angle ADC$ 。求证： $\angle E = 2(\angle A + \angle C)$ 。



4、如图，已知 $AB \parallel DE$ ， BF 、 DF 分别平分 $\angle ABC$ 、 $\angle CDE$ ，求 $\angle C$ 、 $\angle F$ 的关系.



5、如图， $\angle 3 = \angle 1 + \angle 2$ ，求证： $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 180^\circ$.

