\documentclass{article}

\usepackage{CJKutf8}

\begin{document}

\begin{CJK\*}{UTF8}{gbsn}

A-1、

证明：(1) LS耦合

\( S = 0.1; L = 5,4,3,2,1 \)

\( S = 0时; J = L \)

5个L值分别得出5个J值，即5个单重态。

\( S = 1时; J = L+1, L, L-1 \)

代入一个L值便有一个三重态。5个L值共有5乘3等于15个原子态：

\[

^3P\_{0,1,2}, ^3D\_{1,2,3}, ^3F\_{2,3,4}, ^3G\_{3,4,5}, ^3H\_{4,5,6}

\]

因此，LS耦合时共有20个可能的状态。

(2) jj耦合：

\[

j = l + s或j = l - s; j\_1 = \frac{5}{2}或\frac{3}{2}, j\_2 = \frac{7}{2}或\frac{5}{2}

\]

\[

J = j\_1 + j\_2, j\_1 + j\_2 - 1, \ldots, |j\_1 - j\_2|

\]

将每个\(j\_1, j\_2\) 合成J得：

\[

j\_1 = \frac{5}{2} 和 j\_2 = \frac{7}{2}, 合成J = 6, 5, 4, 3, 2, 1

\]

\[

j\_1 = \frac{3}{2} 和 j\_2 = \frac{7}{2}, 合成J = 5, 4, 3, 2

\]

\[

j\_1 = \frac{5}{2} 和 j\_2 = \frac{5}{2}, 合成J = 5, 4, 3, 2, 1, 0

\]

\[

j\_1 = \frac{3}{2} 和 j\_2 = \frac{5}{2}, 合成J = 4, 3, 2, 1

\]

共20个状态：\((\frac{5}{2} \frac{7}{2})\_{6, 5, 4, 3, 2, 1}, (\frac{3}{2} \frac{7}{2})\_{5, 4, 3, 2}, (\frac{5}{2} \frac{5}{2})\_{5, 4, 3, 2, 1, 0}, (\frac{3}{2} \frac{5}{2})\_{4, 3, 2, 1}\)

所以，对于相同的组态无论是LS耦合还是jj耦合，都会给出同样数目的可能状态。

A-2、

解：

子弹的动量 $p = mv = 2

\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$

动量的不确定范围

$$\Delta p = 0.01\% \times p = 2 \times 10^{-4}\, \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

位置的不确定范围

$\Delta x \geq \frac{h}{4\pi \cdot \Delta p} = \frac{1.05 \times 10^{-34} J \cdot S }{2\times 2 \times \10^{-4} kg \cdot m \cdot s^{-1}}$

= 2.625 \times 10^{-31} m

A-3、

解：电子的全部能量转换为光子的能量时，X光子的波长最短。光子的最大能量是：

\[

\varepsilon\_{\max} = Ve = 10^5 \text{ eV}

\]

而

\[

\varepsilon\_{\max} = h \frac{c}{\lambda\_{\min}}

\]

所以

\[

\lambda\_{\min} = h \frac{c}{\varepsilon\_{\max}} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{10^5 \times 1.60 \times 10^{-19}} = 0.124 \text{nm}

\]

A-4、

解： 由式 (38-3) 知α衰变能为

\[ Q\_{\alpha} = \left[ M\_{X} - \left( M\_{Y} + M\_{\mathrm{He}} \right) \right]c^{2} \]

式中 \( M\_x, M\_Y \) 和 \( M\_\mathrm{He} \) 分别为母核、子核和氦的原子质量

对衰变

\[ ^{226}Ra \rightarrow ^{222}Ra + \alpha \]

已知 \( M\_{x} = M\_{\mathrm{Ra}} = 226.0254 \, \text{u}, M\_{Y} = M\_{\mathrm{Rn}} = 222.0176 \, \text{u}, M\_{\mathrm{He}} = 4.002603 \, \text{u}, \text{代人计} \)

算得 α 衰变能为

\[

\begin{aligned}

& Q\_{\alpha} = \left[ M\_{\mathrm{Ra}} - \left( M\_{\mathrm{Ra}} + M\_{\mathrm{Ha}} \right) \right]c^{2} \\

& = 226.0254

\end{aligned}

\]

根据动量守恒得到子核的反冲动能

\[ E\_{r} = \frac{m\_{\alpha}}{m\_{\gamma}}E\_{\alpha} \]

根据能量守恒定律，α 衰变能还等于α粒子的动能和子核的反冲动能之和。根据式 (38-5) 知α衰变能为

\[ Q\_{\alpha} = E\_{\alpha} + E\_{r} = \left(1 + \frac{m\_{\alpha}}{m\_{y}}\right)E\_{\alpha} \approx \frac{A}{A-4}E\_{\alpha} \]

式中 \( A \) 为 \( X \) 的原子量, \( A = 226 \)。则发射的 \( \alpha \) 粒子的能量为

\[ E\_{\alpha} = Q\_{\alpha} \frac{A-4}{A} = 4.84 \, \text{MeV} \times \frac{226-4}{226} = 4.75 \, \text{MeV} \]

A-5、

解： \( Li^+ \) 从 第 一 激 发 态 向 基 态 跃 迁 时 发 出 光 子 的 能 量 为

$\mathrm{He}^{+}$的电离能为

$$h\nu\_{\mathrm{Li}}=9hcR\_{\mathrm{Li}}\Big|\:\frac{1}{1^{2}}-\:\frac{1}{2^{2}}\Big|=\:\frac{27}{4}RcR\_{\mathrm{Li}}$$

$$h\nu\_{\mathrm{He}}=4hcR\_{\mathrm{He}}\Big[\:\frac{1}{1^{2}}-\frac{1}{\infty}\Big]=4hcR\_{\mathrm{He}}$$

二者相比得

$$\frac{h\nu\_{i,s}}{h\nu\_{\mathrm{He}}}=\frac{27R\_{i,s}}{16}\frac{27}{R\_{\mathrm{He}}}=\frac{27}{16}\cdot\frac{1+m/M\_{\mathrm{He}}}{1+m/M\_{\mathrm{Li}}}$$

由于 $M\_{\mathrm{te}}<M\_{\mathrm{Li}}$,所以有 1+$m/M\_{\mathrm{He}}>1+m/M\_{\mathrm{Ui}}$,从而有

$$h\nu\_{\mathrm{Li}}>h\nu\_{\mathrm{He}}$$

由此知，\( Li^+ \) 放出的光子可电离基态的 \( He^+ \)离子.

A-6、

解：$I\_1= 0, I\_2= 1, s\_1= s\_2= 1/ 2; S= 0, 1; L= 1$

对于$S=0,J=L=1$ ,单态 1Pl

对于$S=1,J=2,1,0$ ,三重态 3P$\_2.1.0$

根据选择定则，可能出现 5 条谱线，它们分别由下列跃迁产生：2$\mathrm{P}\_1\to1^1\mathrm{S}\_0;2^1\mathrm{P}\_1\to2^1\mathrm{S}\_0$

$$2^3\mathrm{P}\_0\to2^3\mathrm{S}\_1;\:2^3\mathrm{P}\_1\to2^3\mathrm{S}\_1;\:2^3\mathrm{P}\_2\to2^3\mathrm{S}\_1$$

A-7、

解：

(1)

已知原子态为 $^3D$，电子组态为 2p3d，则

\begin{align\*}

L &= 2, S &= 1, I\_1 &= 1, I\_2 &= 2.

\end{align\*}

因此

\begin{align\*}

&p\_{\mu\_{1}}=\sqrt{I\_{1}(I\_{1}+1)}\frac{h}{2\pi}=\sqrt{2}h, \\

&p\_{\mu\_{2}}=\sqrt{I\_{2}(I\_{2}+1)}h=\sqrt{6}h, \\

&P\_{z}=\sqrt{L(L+1)}h=\sqrt{6}h, \\

&P\_{z}^{2}=p\_{\mu\_{1}}^{2}+p\_{\mu\_{2}}^{2}+2p\_{\mu\_{1}}p\_{\mu\_{2}}\cos\theta\_{L}.

\end{align\*}

因此

\begin{align\*}

\cos\theta\_{z}&=\frac{(P\_{z}^{2}-p\_{\mu\_{1}}^{2}-p\_{\mu\_{2}}^{2})}{2p\_{\mu}p\_{\mu\_{2}}}=-\frac{1}{2\sqrt{3}}, \\

\theta\_{z}&=106^{\circ}46^{\circ}.

\end{align\*}

因为

$s\_{1}=s\_{2}=\frac{1}{2}$，所以

\begin{align\*}

&\rho\_{1}=\rho\_{2}=\sqrt{s(s+1)}h=\frac{\sqrt{3}}{2}h, \\

&P\_{s}=\sqrt{S(S+1)}h=\sqrt{2}h, \\

&P\_{s}^{2}={\rho\_{\mu\_{1}}}^{2}+{\rho\_{\mu\_{2}}}^{2}+2{\rho\_{\mu\_{1}}\rho\_{\nu\_{2}}}\cos\theta\_{s}.

\end{align\*}

因此

\begin{align\*}

\cos\theta\_{s}&=\frac{(P\_{s}^{2}-{\rho\_{\mu\_{1}}}^{2}-\rho\_{\mu\_{2}}^{2})}{2{\rho\_{\mu\_{1}}\rho\_{\nu\_{2}}}}=\frac{1}{3}, \\

\theta\_{s}&=70^{\circ}32^{\circ}.

\end{align\*}

(2)

\begin{align\*}

&\because s\_{1}=s\_{2}=\frac{1}{2}, \\

&\therefore p\_{1}=p\_{2}=\sqrt{s(s+1)}h=\frac{\sqrt{3}}{2}h, \\

&P\_{s}=\sqrt{S(S+1)}h=\sqrt{2}h, \\

&P\_{S}^{2}={p\_{s1}}^{2}+{p\_{s2}}^{2}+2p\_{s1}p\_{s2}\cos\theta\_{s}, \\

&\therefore\cos\theta\_{s}=(P\_{S}^{2}-{p\_{s1}}^{2}-{p\_{s2}}^{2})/2p\_{s1}p\_{s2}=\frac{1}{3}, \\

&\theta\_{S}=70^{\circ}32'.

\end{align\*}

A-8、

解： 由公式(1-3),散射角大于 90°的α粒子数为

$$\mathrm{d}n^{\prime}=\int\:\mathrm{d}n=nNt\int\_{\pi/2}^{\pi}\mathrm{d}\sigma $$

### 所以，占总数的相对数为

$$\frac{\mathrm{d}n^{\prime}}{n}=Nt\int\_{\pi/2}^{\pi}\mathrm{d}\sigma=Nt\pi\Big|\frac{1}{4\pi\varepsilon\_{0}}\Big|^{2}(\frac{Ze^{2}}{T})^{2}\Big|\_{\pi/2}^{\pi}\frac{\cos(\theta/2)}{\sin^{3}(\theta/2)}\mathrm{d}\theta $$

其中，单位体积中金的原子数为

\[ N = \frac{\rho N\_{0}}{A} = \frac{1.93 \times 10^{4} \, \text{kg} / \text{m}^{3} \times 6.02 \times 10^{29} \times 10^{3} \, \text{kmol^{-1}}}{197 \, \text{kg} / \text{kmol}} \]

\[ = 5.9 \times 10^{28} \, \text{m}^{-3} \]

\[

\left\langle\frac{1}{4\pi\epsilon\_{0}}\right\rangle^{2}\left(\frac{Ze^{2}}{T}\right)^{t} = \left[\frac{8.98\times10^{9}\text{ N}\cdot\text{m}^{2}/\text{C}^{2}\times79\times(1.602\times10^{-10}\text{C})^{z}}{8.8\times10^{6}\text{ eV}\times1.602\times10^{-19}\text{J/eV}}\right]^{z}

=1.69\times10^{-28}\text{米}^{2}.

\]

\[

I = \int\_{\pi/2}^{\pi}\frac{\cos(\theta/2)}{\sin^{3}(\theta/2)}\mathrm{d}\theta = 2\int\_{\pi/2}^{\pi}\frac{\mathrm{d}\sin(\theta/2)}{\sin^{3}(\theta/2)} = 1

\]

将以上数值代入，即得

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}n^{\prime}}{n}&=5.9\times10^{28}m^{-3}\times2\times10^{-7}m\times1.69\times10^{-28}m^{2}\\&=6.25\times10^{-4}\%\end{aligned}$$

A-9、

解： 散射光子能量为

$$h\nu^{\prime}=\frac{h\nu}{1+\frac{h\nu\left(1-\cos\theta\right)}{m\_{0}c^{2}}}=h\nu\frac{m\_{0}c^{2}}{m\_{0}c^{2}+h\nu\left(1-\cos\theta\right)}<h\nu\frac{m\_{0}c^{2}}{h\nu\left(1-\cos\theta\right)}$$

若 $\theta>60^{\circ}$,则 $\cos\theta<\frac12$,代人上式可得

$$h\nu^{\prime}<2m\_{0}c^{2}$$

所以，散射光子总不能再产生正负电子偶

A-10、

解 (1) 钾原子基态电子组态 4s;原子态为 4^{2}S\_{1/2}.

第一激发态为4p，对应的原子组态为 \( 4^2\mathrm{P}\_{3/2},4^2\mathrm{P}\_{1/2}; \) 第一激发态向基态跃迁为 \( 4^{2}P\_{3/2}\to4^{2}S\_{1/2},4^{2}P\_{1/2}\to4^{2}S\_{1/2}. \)

对原子态 \( 4^2\mathbb{P}\_{3/2} \)，其对应的角动量量子数为

\[

\begin{aligned}

s &= \frac{1}{2}; & l &= 1; & j &= \frac{3}{2}, & m\_{j} &= \pm\frac{3}{2},\pm\frac{1}{2}

\end{aligned}

\]

\[ f(x) = \frac{1}{2} \]

朗德 \( g \) 因子为

\[

\begin{aligned}

g\_{j} &= \frac{3}{2} + \frac{s(s+1)-l(l+1)}{2j(j+1)} \\

&= \frac{3}{2} + \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)-1(1+1)}{2\times\frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}+1\right)} \\

&= \frac{4}{3}

\end{aligned}

\]

则有、

\[ m\_{j}g\_{j} = \pm\frac{6}{3},\pm\frac{2}{3} \]

对原子态 \( 4^2\mathbb{P}\_{1/2} \) 其对应的角动量量子数为

\[

\begin{aligned}

s &= \frac{1}{2}; & l &= 1; & j &= \frac{1}{2}, & m\_{j} &= \pm\frac{1}{2}

\end{aligned}

\]

朗德 \( g \) 因子为

\[

\begin{aligned}

g\_{j} &= \frac{3}{2} + \frac{s(s+1)-l(l+1)}{2j(j+1)} \\

&= \frac{3}{2} + \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)-1(1+1)}{2\times\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)} \\

&= \frac{2}{3}

\end{aligned}

\]

则有

\[ m\_{j}g\_{j} = \pm\frac13 \]

对原子态 \( 4^2S\_{1/2} \) 其对应的角动量量子数为

\[

\begin{aligned}

s &= \frac{1}{2}; & l &= 0; & j &= \frac{1}{2}; & m\_{j} &= \pm\frac{1}{2}

\end{aligned}

\]

朗德 \( g \) 因子为 \( g=2 \)，则有 \( m\_jg\_j=\pm1. \)

在磁场中，引起的附加能量为

\[ E=-\mu\_{j}\cdot B=-\mu\_{ja}B=g\_{j}m\_{j}\mu\_{B}B \]

所以 \( 4^2\mathrm{P}\_{3/2} \) 能级分裂的能级间距为

\[ \Delta E\_{2}^{\prime} = \frac{4}{3}\mu\_{B}B \]

\( 4^2P\_{1/2} \) 能级分裂的能级间距为

\[ \Delta E\_{1}^{\prime} = \frac{2}{3}\mu\_{B}B \]

\( 4^{2}S\_{1/2} \) 能级分裂的能级间距为

\[ \Delta E\_{0}^{\prime} = 2\mu\_{B}B \]

(2) 由能级图可以看出分裂后的最高与最低能级差 \( \Delta E\_2 \) 与原能级差 \( \Delta E\_1 \)

的关系为

\[

\begin{aligned}

\Delta E\_{2} &= \Delta E\_{1} + 1.5\Delta E\_{2}^{\prime} + 0.5\Delta E\_{1}^{\prime} \\

&= \Delta E\_{1} + 1.5\times\frac{4}{3}\mu\_{B}B + 0.5\times\frac{2}{3}\mu\_{B}B \\

&= \Delta E\_{1} + \frac{7}{3}\mu\_{B}B

\end{aligned}

\]

已知精细结构谱线分别为 \( \lambda\_{1} = 766.4 \) nm 和 \( \lambda\_{2} = 769.9 \) nm，则能量差 \( \Delta E\_{\_1} \) 又可

以表示为

\[ \Delta E\_{1} = \frac{hc}{\lambda\_{1}} - \frac{hc}{\lambda\_{2}} = \frac{hc(\lambda\_{2}-\lambda\_{1})}{\lambda\_{1}\lambda\_{2}} \]

已知 \( \Delta E\_{2} = 1.5\Delta E\_{1} \)，则有

\[ \frac{7}{3}\mu\_{\_B}B = 0.5\Delta E\_{\_1} \]

由此得所加磁场 \( B \) 为

\[ B = \frac{0.5\Delta E\_{1}}{\frac{7}{3}\mu\_{B}} = \frac{0.5hc\left(\lambda\_{2}-\lambda\_{1}\right)}{\lambda\_{1}\lambda\_{2}\frac{7}{3}\mu\_{B}} \]

\[ = \frac{0.5\times1.24\mathrm{~nm~}\cdot\mathrm{keV}\times\left(769.9\mathrm{~nm-766.4~nm}\right)}{769.9\mathrm{~nm}\times766.4\mathrm{~nm}\times\frac{7}{3}\times0.5788\times10^{-4}\mathrm{eV}\cdot T^{-1}} \]

\[ = 27.2T \]

\end{CJK\*}

\end{document}