

NOIP2019模拟赛day 4

长乐一中 潘恩宁

吐槽

吐槽

- ▶ 为什么今天的题这么难？
- ▶ 别问，问就出题人没题出了
- ▶ 为什么样例错了那么多？
- ▶ 出题人没想到原题面的样例会错，没核查
- ▶ 出题人认罪，出题人罪孽深重

T1 异或

算法一:

- ▶ $L, R \leq 10^3$
- ▶ $O(N^2)$ 枚举
- ▶ 20pts

T1 异或

算法二：

- ▶ $R - L \leq 10^6$
- ▶ 枚举 $x \in [L, R]$ ，暴力统计每一位为0/1的数的个数
- ▶ 30pts
- ▶ 结合前面共50pts

T1 异或

算法三：

- ▶ $L = 0, R = 2^k - 1$
- ▶ 发现对于每个 $i \in [L, R]$ ，与枚举的 $j \in [L, R]$ 的 xor 值恰能遍历整个 $[L, R]$
- ▶ 答案即为 $R \times \sum_{i=L}^R i$
- ▶ 10pts
- ▶ 结合前面共60pts

T1 异或

算法四：

- ▶ $i \text{ xor } j = \sum_{k=0}^{30} 2^k [i, j \text{ 的第 } k \text{ 位不同}]$
- ▶ 答案转化为 $\sum_{k=0}^{30} 2^k xy$ (x, y 分别表示第 k 位为 0, 1 的数的个数)
- ▶ 如何快速求出每个二进制位的贡献？

T1 异或

算法四：

- ▶ 对于每个二进制位 k ，将询问转化为 $count(R, k) - count(L - 1, k)$
- ▶ 对于询问 $count(x, k)$ ，只需枚举 x 在 k 之前的所有为1的二进制位，强制为0后计算答案即可
- ▶ 100pts

T2 股票

算法一：

- ▶ $n \leq 5 \times 10^3$
- ▶ 设 $f[i]$ 表示到前 i 天为止、在 i 当天卖股票的最大利润
- ▶ 设 $g[i]$ 表示到前 i 天为止、在 i 当天不卖股票的最大利润
- ▶ DP 即可
- ▶ 50pts

T2 股票

算法二：

- ▶ $n \leq 10^5$, $a_i \leq 10^9$
- ▶ 如果第 i 天的股票在第 j 天卖出劣于在第 k 天卖出
- ▶ 则可以通过“买入”第 j 天的股票并在第 k 天重新“卖出”来抵消第 j 天的影响（相当于第 j 天不操作）
- ▶ 并且被抵消后的第 j 天可以与之后的某一天重新匹配
- ▶ 可用堆进行优化
- ▶ 100pts

T3 回路

算法一：

- ▶ $n, m \leq 40$
- ▶ 回路显然能拆成两条不相交的路径
- ▶ 设 $f_{i,j,k,l}$ 表示两条路分别走到 $(i,j)(k,l)$
- ▶ $O(N^4)$ 暴力
- ▶ 20pts

T3 回路

算法二：

- ▶ $n, m \leq 100$
- ▶ $f_{i,j,k,l}$ 每次只移动一步
- ▶ 两条路径走到的点的横纵坐标之和相等
- ▶ 只需记录路径的两个横坐标以及坐标和即可
- ▶ $O(N^3)$ 暴力
- ▶ 50pts

T3 回路

算法三：

- ▶ $n, m \leq 10^6$
- ▶ 考虑容斥， $ans = \text{所有路径} - \text{至少相交一次的路径} + \text{至少相交两次的路径} - \text{至少相交三次的路径} \dots$
- ▶ 发现至少相交偶数次（包括不相交）的路径一定是 $[(1,2) \rightarrow (n-1,m), (2,1) \rightarrow (n,m-1)]$
- ▶ 而相交奇数次的路径一定是 $[(1,2) \rightarrow (n,m-1), (2,1) \rightarrow (n-1,m)]$
- ▶ 直接用组合数计算即可
- ▶ 80pts 给到没有预处理阶乘的同学
- ▶ 预处理后将获得 100pts

T4 无向图

算法一：

- ▶ $n, m \leq 50$
- ▶ 暴力枚举将1从环上拆除以后的路径的起点、终点
- ▶ 30pts

T4 无向图

算法二:

- ▶ $n, m \leq 5000$
- ▶ 用 *dijkstra* 优化算法一
- ▶ 75pts

T4 无向图

算法三：

- ▶ $n \leq 3 \times 10^4$, $m \leq 10^5$
- ▶ 考虑将与1直接相连的点分为集合S和集合T，集合S只向1连入边，集合T只向1连出边，此时跑*dijkstra*将得到该分组下的最优解
- ▶ 任意两个与1相连的点都需要被同时分在两个集合才能得到以它们作为起、终点时的最优解
- ▶ 考虑对这些点按照编号进行二进制分组，则可以通过 $\log n$ 次分组得到最优解
- ▶ 100pts

祝大家CSP

rp+++