中位数

不难发现,对于一个数而言,只有当与它相邻的两个数都与它不同时,一次平滑操作才 会使这个数改变。

于是多次平滑操作会影响的只有 0 和 1 交替出现的连续段,并且每执行一次平滑操作会使连续段的长度减少 2, 我们可以据此很容易地得到所需的次数和最终的序列。

时间复杂度O(n)。

千帆渡

设 f[i][j]表示序列 a 前 i 个数中的某一个数与 b_j 作为公共递增子序列的末尾时子序列的最大长度,显然有如下转移:

- 1. 若 $a_i = b_j$,则 $f[i][j] = \max\{f[i-1][k]\} + 1(k < j, b_k < a_i)$;
- 2. 若 $a_i \neq b_i$, 则 f[i][j] = f[i-1][j]。

不难发现,第一种转移可以在枚举 j 的时候记录一个最值来优化掉枚举 k 的复杂度。转移的时候顺便记录一下方案即可,时间复杂度 O(nm)。

斐波那契

定义类 fibonacci 数列表示满足 fibonacci 数列递推式但前两项不一定都为 1 的数列。 考虑直接在线段树中记录区间加类 fibonacci 数列的标记。

我们在每个线段树节点记录加上的类 fibonacci 数列的前两项 c,d, 那么区间[L,R]内任意一个位置 i 被加上的数都可以表示成 $a_{i-L+1}\times c+b_{i-L+1}\times d$ 的形式,整个区间被加上的数的和也可以表示成 $sa_{R-L+1}\times c+sb_{R-L+1}\times d$ 的形式,其中数列 a,b,sa,sb 都可以递推预处理出。

显然两个类 fibonacci 数列逐项相加得到的还是类 fibonacci 数列,因此在线段树标记合并时可以直接把前两项各自相加。

时间复杂度 $O((n+m)\log n)$ 。

当然也有模意义下强行算通项的做法,不过要麻烦得多。

电梯

一道相当有思维难度的好题,显然主要问题在于怎样缩小图的规模。

考虑建出 x 个点,标号 0^x -1。对于每一个点 i,将它向点(i+y)%x 连一条边权为 y 的边,向点(i+z)%x 连一条边权为 z 的边。然后以点 1%x 为起点求单源最短路,那么到每个点 i 的最短路 dis_i 即表示通过若干次+y 和+z 的操作所能到达的满足%x=i 的最小楼层,最后的答案即

直接用 Dijkstra+堆求最短路即可,时间复杂度 $O(x \log x)$ 。