2016-2017 学年第二学期几何与多元微积分(B 上)月考试卷

踏实学习，弘扬正气；诚信做人，诚实考试；作弊可耻，后果自负

教师________班号______专业_______班级________学号___________姓名________

一、填空题（每题 5 分，共 30 分）

1.当_________时，级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$收敛.

2. $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x-\frac{x^2}{2}}{x^4}=$________________ .

3. 级数$\sum_{n=1}^{\infty}\sin(\frac{n\pi}{2})$是_______________的.（填“收敛”或“发散”）

4.已知级数$\sum_{n=1}^{\infty}a_n$的第n项部分和$S_n=\frac{n}{n+1}$，则$a_n=$_________，$\sum_{n=1}^{\infty}a_n=$_______.

5.幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}x^n$的收敛域为_____________.

6. 将函数$f(x)=x+1\,(0\le x\le \pi)$展开成正弦级数，则$a_2=$_________，$b_2=$_________

二、选择题（每题 5 分，共 25 分）

1. 下列级数收敛的是(　　).

（A）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{1+\frac{1}{n}}}$　（B）$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{\ln n}$　（C）$\sum_{n=1}^{\infty}\tan\frac{1}{\sqrt{n}}$　（D）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{\sqrt{n^7-n+1}}$.

2. 下列说法<u>正确</u>的是(　　).

（A）$\sum_{n=1}^{\infty}a_n$收敛，$\sum_{n=1}^{\infty}b_n$收敛，则$\sum_{n=1}^{\infty}a_nb_n$收敛.

（B）$\sum_{n=1}^{\infty}a_n^2$收敛，$\sum_{n=1}^{\infty}b_n^2$收敛，则$\sum_{n=1}^{\infty}a_nb_n$收敛.

（C）$\sum_{n=1}^{\infty}a_n$发散，$\sum_{n=1}^{\infty}b_n$发散，则$\sum_{n=1}^{\infty}a_nb_n$发散.

（D）$\sum_{n=1}^{\infty}a_n$收敛，$\sum_{n=1}^{\infty}b_n$收敛，则$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{b_n}$收敛.

3. 下列说法<u>正确</u>的有(　　)个.

（1）　级数$\sum_{n=1}^{\infty}a_n$绝对收敛，则$\sum_{n=1}^{\infty}a_n$必收敛.

（2） 级数$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$条件收敛，则$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$必发散.

（3） 级数$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$收敛，则$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$必收敛.

（4） 级数$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$收敛$(a_n > 0)$，则$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$必收敛.

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4.

4. 将$f(x)=\dfrac{1}{(2+x)^2}$展开为x的幂级数，则该级数的收敛半径为（　）.

（A）1　　（B）2　　（C）$\dfrac{1}{2}$　　（D）4.

5.设$f(x)$是周期为4的周期函数，它在$[-2,2]$上的表达式为$f(x)=\begin{cases}-1 & -2 \le x < 0 \\ 1 & 0 \le x < 2\end{cases}$，将$f(x)$展开成傅里叶级数，则其和函数在$x=0$处的值为（　）.

（A）0　　（B）1　　（C）-1　　（D）2.

三、（10分）判断级数$\sum_{n=2}^{\infty} \dfrac{(-1)^n \ln n}{n}$是否收敛，若收敛指出是绝对收敛还是条件收敛.

四、（10分）求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n}$的和函数，并计算$\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$的值.

五、（10分）将函数$y = x\sin(x^2)$展开成x的幂级数，并指出展开式成立的区间.

六、（10分）设$f(x)$是周期为2π的周期函数，它在$[-\pi,\pi]$上的表达式为$f(x)=\begin{cases}1 & 0 \le x \le \pi \\ 0 & -\pi < x < 0\end{cases}$，将$f(x)$展开成傅里叶级数.

七、（5分）利用级数收敛的性质，求极限$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{5^n \cdot n!}{(2n)^n}$.