

一元微积分 B 下复习题 (一)

第四章

1、函数 $f(x)$ 具有三阶连续导数, 如果 $f''(x) > 0, x \in [a, b]$, 则下列四项积分中, 积分值确定为正数的积分为 ().

(A) $I = \int_a^b [f'(b) - f'(x)] dx$ (B) $I = \int_a^b f'(x) dx$

(C) $I = \int_a^b [f(x) - f(a)] dx$ (D) $I = \int_a^b f'''(x) dx$

2、极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \ln \sqrt[n]{(1 + \frac{1}{n})^2 (1 + \frac{2}{n})^2 \cdots (1 + \frac{n}{n})^2} = ()$.

(A) $\int_0^1 \ln^2 x dx$ (B) $2 \int_0^1 \ln(1+x) dx$ (C) $\int_0^1 \ln(1+x) dx$ (D) $\int_0^1 \ln^2(1+x) dx$

3、设 $f(x) = \int_0^{x^2} (2-u)e^{-u} du$, 求 $d(f(x))$.

4、已知 e^{-x} 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int \frac{f(\ln x)}{x} dx =$ _____

5、设 $\int f(x) dx = x^2 + C$, 则 $\int xf(1-x^2) dx =$ _____

6、 $\int_{-\pi}^{\pi} x^4 \sin x dx =$ _____.

7、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^1 e^{-t^2} dt}{\frac{\cos x}{x^2}} =$ _____.

8、当 $x > 0$ 时 $f(x)$ 连续, 且 $\int_1^{x^2} f(t) dt = x^2(1+x)$, 则 $f(2) =$ _____.

9、 $\int \frac{dx}{x(x^2+1)} =$ _____.

10、反常积分 $\int_0^1 \frac{dx}{x^q}$, 当 q _____ 时, 此积分发散.

11、 $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2}$ _____ 填 (“收敛” 或 “发散”).

12、函数 $y = \sqrt{a^2 - x^2}$ 在区间 $[-a, a]$ 上的平均值为 _____.

13、若 $f(x) = e^{-x}$ ，则 $\int \frac{f'(\ln x)}{x} dx =$ _____.

14、极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{n+n}) =$ _____.

15、设 $\int_0^{x^2} xf(t) dt$, 其中 $f(t)$ 是连续函数, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____.

16、 $\int_{-2}^2 (\sqrt{4-x^2} + \arctan x) dx =$ _____.

17、广义积分 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x dx}{\sqrt{1+x^2}}$ 填 (“收敛”或“发散”) _____

18、 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_1^x e^{t^2} dt}{\ln x} =$ _____.

19、 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 6 \cos^4 \theta d\theta =$ _____.

20、设函数 $f(x)$ 连续可导, 则 $\int f'(ax+b) dx =$ _____.

21、设 $f(x) = x^2 + x \int_0^1 f(x) dx$, 则 $f(x) =$ _____.

22、 $\int_{-1}^1 [\ln(x^2+1) \sin x + x^2] dx =$ _____.

23、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n^2+1^2} + \frac{n}{n^2+2^2} + \cdots + \frac{n}{n^2+n^2} \right) =$ _____.

24、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x [\int_0^{u^2} \arctan(1+t) dt] du}{x \sin^2 x} =$ _____.

25、讨论反常积分 $\int_0^1 \frac{1}{x^3} dx$ 的收敛性_____.

26、若 $f(x)$ 的导函数是 $\sin x$, 则 $f(x)$ 有一个原函数为_____.

27、下列结论错误的是 ()

(A) $\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$ (B) $\int f'(x) dx = f(x)$

(C) $\frac{d}{dx} \int_1^x f(x) dx = f(x)$ (D) $\frac{d}{dx} \int_1^2 f(x) dx = 0$

28、在下列等式中,正确的结果是().

(A) $\int f'(x) dx = f(x)$ (B) $\int df(x) = f(x)$

$$(C) \quad \frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x) \quad (D) \quad d \int f(x) = f(x)$$

29、由定积分的定义 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} (\sqrt{1+\frac{1}{n}} + \sqrt{1+\frac{2}{n}} + \cdots + \sqrt{1+\frac{n}{n}})$ 可表示为().

$$(A) \quad \int_0^1 (1+x) dx \quad (B) \quad \int_0^1 \sqrt{1+x} dx \quad (C) \quad \int_0^1 \sqrt{1+x^2} dx \quad (D) \quad \int_1^2 \sqrt{1+x} dx$$

30、下列选项中正确的是()

$$(A) \quad \int_0^1 e^x dx < \int_0^1 e^{x^2} dx \quad (B) \quad \int_0^1 e^{-x} dx < \int_1^2 e^{-x} dx$$

$$(C) \quad \int_1^e \ln x dx < \int_1^e (\ln x)^2 dx \quad (D) \quad \int_e^{2e} \ln x dx < \int_e^{2e} (\ln x)^2 dx$$

31、若 $\frac{\ln x}{x}$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int x f'(x) dx = ()$

$$(A) \quad \frac{\ln x}{x} + C \quad (B) \quad \frac{1-2\ln x}{x} + C \quad (C) \quad \frac{1}{x} + C \quad (D) \quad -\frac{1}{x} + C$$

32、曲线 $y = e^x$ 与其过原点的切线及 y 轴所围成的图形面积为()

$$(A) \quad \int_1^e (e^x - xe^x) dx \quad (B) \quad \int_1^e (\ln y - y \ln y) dy$$

$$(C) \quad \int_0^1 (e^x - ex) dx \quad (D) \quad \int_0^1 (\ln y - y \ln y) dy$$

33、下列广义积分收敛的是().

$$(A) \quad \int_e^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx \quad (B) \quad \int_e^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{\ln x}} dx \quad (C) \quad \int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx \quad (D) \quad \int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$$

34、设 $F(x)$ 和 $G(x)$ 都是 $f(x)$ 的原函数, 则().

$$(A) \quad F(x) - G(x) = 0 \quad (B) \quad F(x) - G(x) = C \quad (C \text{ 为任意常数})$$

$$(C) \quad F(x) + G(x) = 0 \quad (D) \quad F(x) + G(x) = C \quad (C \text{ 为任意常数})$$

35、设 $f(x)$ 满足 $\int_0^1 f(tx) dt = f(x) + x \sin x, f(0) = 0$ 且有一阶导数, 当 $x \neq 0$ 时, 求 $f'(x)$.

36、计算 $I = \int_0^{2013\pi} x |\sin x| dx$.

37、 $\int \frac{dx}{1 + \sin x + \cos x}$.

38、已知函数 $f(x) = 3x - \sqrt{1-x^2} \int_0^1 f^2(x) dx$, 求 $f(x)$.

39、试求 $y'' = x$ 的经过点 $(0,1)$ 且在此点与直线 $y = \frac{x}{2} + 1$ 相切的积分曲线.

40、计算 $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}$

41、计算 $\int_0^{\pi} \sqrt{\sin x - \sin^3 x} dx$

42、用递推式计算 $I_n = \int_0^{+\infty} x^n e^{-ax} dx \ (n \in N, a > 0)$.

43、设 $f(x)$ 是 e^{2x} 的一个原函数, 且 $f(0) = 1$ 。 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, $F(0) = 1$, 求 $F(x)$.

44、利用定积分的定义计算极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \sin \frac{1}{n} + \frac{2}{n} \sin \frac{2}{n} + \cdots + \frac{n}{n} \sin \frac{n}{n} \right) \frac{1}{n}$.

45、求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{\sin x} \ln(1+t) dt}{\int_{\cos x}^1 (1-e^{-t}) dt}$.

46、判断无穷积分 $\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x} dx$ 是否收敛, 若收敛, 求其值.

47、计算 $\int \frac{x+5}{x^2-6x+13} dx$

48、求由曲线 $xy = 1$ 及直线 $y = x, y = 2$ 围成图形的面积.

49、求 $\int \arctan 3x dx$

50、求 $\int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx$