

## 2016-2017 学年第二学期几何与多元微积分(B 上)A 卷

踏实学习，弘扬正气；诚信做人，诚实考试；作弊可耻，后果自负

教师\_\_\_\_\_ 班号\_\_\_\_\_ 专业\_\_\_\_\_ 班级\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_

一、填空题（每题 4 分，共 24 分）

1. 当  $x$  \_\_\_\_\_ 时，级数  $\sum_{n=1}^{\infty} n^{2x}$  收敛.
2. 已知  $\mathbf{r}(t) = \cos(2t)\mathbf{i} - 2t^2\mathbf{j} + \frac{3}{1+t^2}\mathbf{k}$ ，则  $\int_0^1 \mathbf{r}(t)dt =$  \_\_\_\_\_.
3. 点  $P(1, 2, 3)$  到平面  $x - 3y + z - 1 = 0$  的距离为 \_\_\_\_\_.
4. 球面  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 5z = 0$  的球心为 \_\_\_\_\_，半径为 \_\_\_\_\_.
5. 函数  $f(x, y) = \frac{\ln(2 - x^2 - y^2)}{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}$  的定义域为 \_\_\_\_\_.
6.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{xy+1}-1}{xy} =$  \_\_\_\_\_.

二、选择题（每题 4 分，共 24 分）

1. 下列级数收敛的是（ ）.

- (A)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^{\frac{1}{n}}}$       (B)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$       (C)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$       (D)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3-2^n}{1+2^n}$ .

2. 下列说法错误的是（ ）.

- (A)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  收敛， $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  发散，则  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$  发散.

- (B) 若  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ，则  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  收敛.

- (C) 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  绝对收敛，则  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  必收敛.

- (D) 若  $a_n > 0$ ，且  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  收敛，则  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^{a_n}$  发散.

3. 下列函数在点(0,0)处是连续的为 ( ).

$$(A) \quad f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$$

$$(B) \quad f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2} & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$$

$$(C) \quad f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4 - y^2}{x^4 + y^2} & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$$

$$(D) \quad f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{|xy|} & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}.$$

4. 幂级数  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{\ln n}$  的收敛半径为 ( ).

(A) 1                      (B) 2                      (C)  $\frac{1}{2}$                       (D) 4.

5. 方程  $2x^2 + 2y^2 = z^2$  表示的是 ( ).

(A) 单叶双曲面              (B) 双叶双曲面              (C) 椭球面              (D) 圆锥面.

6. 常力  $\mathbf{F} = 3\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ , 从点  $P(1,1,0)$  到点  $Q(6,6,0)$  运动所作的功为 ( ).

(A) 15                      (B) 30                      (C) 24                      (D) 25.

三、 计算下列各题 (每题 6 分, 共 24 分)

1、判断级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{(-1)^{n-1}}{n} + \frac{n}{2^n} \right)$  的敛散性. 若收敛, 是条件收敛还是绝对收敛.

2、设  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  为单位向量, 且满足  $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = \mathbf{0}$ , 求  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{c} + \mathbf{c} \cdot \mathbf{a}$ .

3、求函数  $z = xy + x^y$  在点 (1,1) 的所有二阶导数.

4、求曲线  $\begin{cases} z = \sqrt{x^2 + y^2 + 1} \\ x = 1 \end{cases}$  在点  $(1,1,\sqrt{3})$  处的切线与  $y$  轴的正向的夹角.

四、(8 分) 将曲线方程  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = a^2 \\ y = x \end{cases}$  转化为参数方程, 并计算其弧长.

五、(8 分) 求过点  $(1, 2, 1)$ , 且与直线  $\begin{cases} x + 2y - z + 1 = 0 \\ x - y + z - 1 = 0 \end{cases}$  及直线  $\frac{x-1}{0} = \frac{y+2}{-1} = -z$  都平行的平面方程.

六、(8 分) 小王沿着盘山公路开车行进, 已知汽车的运动轨迹位置为  $\mathbf{r}(t) = 26\cos t \mathbf{i} + 26\sin t \mathbf{j} + 3t \mathbf{k}$ , 求 (1) 汽车的速度和加速度向量 (2) 汽车在任何时刻的速率 (3) 求此运动轨迹投影到  $xoy$  平面的投影曲线方程.

七、(4 分) 设  $f(x, y) = e^{\sqrt{x^2+y^6}}$ , 求  $f'_x(0, 0), f'_y(0, 0)$ .