

第二章 导数

- 1、已知 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导, 且 $f(0)=0, f'(0)=-1$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3x)-f(-x)}{x} =$ _____.
- 2、曲线 $\begin{cases} x = \ln t + t^2 \\ y = t \ln t + 1 \end{cases}$ 在点 $(1,1)$ 处的切线方程为 _____.
- 3、设 $f'(\cos x) = \cos 2x$, 则 $f''(x) =$ _____.
- 4、函数 $y = \ln(1+x)$ ($x > -1$) 的 n 阶导数 $y^{(n)} =$ _____.
- 5、函数 $y = (1+x)^{\tan x}$, 则 $y' =$ _____.
- 6、设 $y = \frac{2-x}{1+x}$, 则 $y^{(n)} =$ _____.
- 7、设 $y = f(\ln x)$, $f''(x)$ 存在, 则 $y'' =$ _____.
- 8、设 $y = \left(\frac{x}{1+x}\right)^x$, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____.
- 9、设函数 $y = 3^{2x+5}$, 则 $y^{(n)} =$ _____.
- 10、设 $u = f[\phi(x) + \ln x]$, 其中 $f(x), \phi(x)$ 均可导, 则 $\frac{du}{dx} =$ _____.
- 11、 $y = \arcsin\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$, 求 $y'(1), y'(-2)$.
- 12、已知 $y = y(x)$ 由方程 $x^2 + \sin(xy) + y^3 = 1$ 确定, 计算 $y'(0)$ 与 $y''(0)$.
- 13、已知 $f(x) = \begin{cases} e^x - ax & x > 0 \\ 1 & x = 0 \\ \sqrt{1+x+x^2} & x < 0 \end{cases}$, 求 a 使得 $f(x)$ 在 0 处可导, 并求 $f'(x)$.
- 14、求由方程 $2x - y = (y-x)\ln(y-x)$ 所确定的函数 $y = y(x)$ 的微分 dy 以及在点 $(1, 2)$ 处的切线方程.
- 15、设函数 $y = y(x)$ 是摆线方程 $x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t)$ 确定的函数, 求 $\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{x=a\pi}$.
- 16、求曲线 $x^3 + y^3 - 3xy = 0$ 在点 $(\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{4})$ 处的切线方程和法线方程.

17、求曲线 $y = x^2$ 与曲线 $y = \frac{1}{x}$ 的公切线.

18、设 $\begin{cases} x = \ln \sqrt{1+t^2} \\ y = \pi - \arctan t \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$.

19、设函数 $y = y(x)$ 由方程 $y = \sin(x+y)$ 确定, 求 $\frac{dy}{dx}$ 与 $\frac{d^2y}{dx^2}$.

20、设 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$, 求 $f'(0), f''(0)$.

21、设 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}} & x < 0 \\ a+be^x & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处可导, 求 a, b , 并求 $f'(0)$.