一元微积分 B 上复习题（一）

预备知识

1、 函数 $y=\dfrac{1}{1-x^2}+\sqrt{x+2}$ 的定义域是________________.

2、 函数 $y=\begin{cases} x & 0\le x\le 1 \\ \ln x & 1<x<10 \end{cases}$，则其定义域为________________.

3、 将幂指函数 $x^{\sin x}$ 表示为指数函数 $x^{\sin x}=$________________.

4、 函数 $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+a^2}\right),(a>0)$ 为_______________（填奇函数，偶函数或非奇非偶函数）.

5、 函数 $y=\dfrac{\sin x}{x(x-\pi)^2}$ 在以下（　　）区间内无界.

（A） $(-\infty,-1)$　　（B） $(-1,0)$　　（C） $(0,1)$　　（D） $(1,\pi)$

6、 $f(x)=x\cdot\tan x\cdot\left(e^{\sin x}\right)$ 是（　　）.

（A）偶函数　　（B）无界函数　　（C）周期函数　　（D）单调函数

7、函数 $y=\arccos x$ 在 $[-1,1]$ 是（　　）.

（A） 奇函数　（B）偶函数　（C）非奇非偶函数　（D）单调递增函数.

8、设函数 $g(x)=1-x$，且当 $x\ne 0$ 时， $f[g(x)]=\dfrac{1-x}{x}$，则 $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=$__________.

（A） 0　　（B） 1　　（C） 3　　（D） -3

9、金额为 M_0 的钱存入银行账户，每年以 r 的利率支付利息， $M(t)$ 表示 t 年后账户的余额. 问（1）如果利息每年复合 n 次，求 $M(t)$ 的表达式;（2）如果利息是连续复合的，（即 $n\to\infty$），推导出 $M(t)$ 的表达式. 请利用你得到的表达式帮小明计算一下，当银行年利率为 2.5%，4 年后小明的一万元存款，按连续复利计算，账户余额是多少？（无需近似计算）

10、求 $r=1+\cos\theta$ 与 $r=3\cos\theta$ 的交点.

极限与连续

1、函数 $f(x)=\sqrt{x(x-1)}\ln x$ 的连续区间为_______________.

2、$\lim\limits_{x\to 0}x\sin\dfrac{1}{x^2}=$____________________________.

3、$\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n}-\frac{1}{n^2}\right)^n=$__________________________.

4、设当$x\to 0$时，$\left(1+ax^2\right)^{\frac{1}{2}}-1$与$1-\cos x$是等价无穷小，则$a=$________.

5、$\lim\limits_{x\to 0}\left(\cos x\right)^{\frac{1}{\ln\left(1+x^2\right)}}=$ __________________________.

6、$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{n^6+1^3}}+\frac{2^2}{\sqrt{n^6+2^3}}+\cdots+\frac{n^2}{\sqrt{n^6+n^3}}\right)=$__________________________.

7、$a\neq 0$时，$\lim\limits_{x\to a}\frac{\sin x-\sin a}{\sin(x-a)}=$__________________________.

8、$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n}{2}-\frac{1+2+\cdots+n}{n+2}\right)=$__________________________.

9、曲线$y=\frac{2x^2-x}{|x|(x+1)}$的水平渐近线是____________________________.

10、以下关于数列收敛的性质描述，正确的是（　　）.

（A）若$\{a_n\}$收敛，$\{b_n\}$有界，则$\{a_nb_n\}$收敛

（B）若$\{a_n\}$收敛，$\{b_n\}$发散，则$\{a_nb_n\}$发散

（C）若$\{a_n\}$发散，$\{b_n\}$发散，则$\{a_nb_n\}$发散

（D）若$\{a_n\}$收敛，$\{b_n\}$有界，则$\{a_nb_n\}$有界

11、以下哪个是**错误**的 (　　).

（A）数列$\left\{a_{n_k}^{(1)}\right\},\left\{a_{n_k}^{(2)}\right\}$是数列$\left\{a_n\right\}$的两个子数列. $\lim\limits_{k\to\infty}a_{n_k}^{(1)}=\lim\limits_{k\to\infty}a_{n_k}^{(2)}=a,$

则 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=a$

（B）数列$\left\{a_n\right\}$，则$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0\Leftrightarrow\lim\limits_{n\to\infty}\left|a_n\right|=0$

（C）数列$\left\{a_n\right\}$，已知$\lim\limits_{n\to\infty}a_{2n}=\lim\limits_{n\to\infty}a_{2n+1}=a,$则$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=a$

（D）数列$\left\{a_n\right\}$收敛于a，则其子数列$\left\{a_{n_k}\right\}$也收敛于a

12、曲线$y=\frac{\arctan x}{x(x-1)^2}$的水平渐近线与竖直渐近线一共有（　　）条.

（A） 1 条　　（B） 2 条　　（C） 3 条　　（D） 4 条

13、 关于方程 $x^5+x-1=0$ 的根的个数，以下说法正确的是（　　）.

（A） 在 $(0,+\infty)$ 内只有一个根　　（B）在 $(0,+\infty)$ 内有两个根

（C） 在 $(0,+\infty)$ 内无实数根　　（D） 在 $(0,+\infty)$ 内至少有一个根

14、$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4x+4}{x^3+5x^2-14x}=(\quad)$.

（A） 0　　（B） 2　　（C） -1　　（D） 5

15、函数 $f(x)=x\tan\dfrac{1}{x}$ (　　　).

(A)当 $x\to\infty$ 时为无穷大　　(B）当 $x\to\infty$ 时为无穷小

(C) 当 $x\to\infty$ 时极限为 1　　(D) 以上结论都不对

16、下列极限正确的是（　　　）.

（A）$\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin x}{x}=1$　　（B）$\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\dfrac{1}{x}=1$

（C）$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x}\sin\dfrac{1}{x}$ 不存在　　（D）$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}=1$

17、若 $\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\dfrac{\mathrm{e}}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{a}{x}\right)^{x+\mathrm{e}}$, 则 $a=$（　　　）.

（A）-1　　（B）2　　（C）1　　（D）e

18、以下说法中<u>正确</u>的有几个(　　).

（I）函数 $f(x)$ 在 x_0 点连续，则函数在 x_0 点极限存在

（II） $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=a,$ 则函数在 $f(x)$ 在 x_0 点极限存在且连续

（III） $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=f(x_0),$ 则函数在 $f(x)$ 在 x_0 点右极限存在且右连续

(IV） $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=a,\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=b,$ 且 $a\neq b,$ 则函数在 $f(x)$ 在 x_0 点不连续

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4.

19、极坐标方程 $r^2=a^2\cos 2\theta\ (a>0)$ 图像中，θ 的范围是（　　）.

（A）$[0,\dfrac{\pi}{2}]\cup[\pi,\dfrac{3\pi}{2}]$　　（B）$[0,\dfrac{\pi}{4}]\cup[\pi,\dfrac{5\pi}{4}]$

（C）$[-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{4}]\cup[\dfrac{3\pi}{4},\dfrac{5\pi}{4}]$　　（D）$[-\dfrac{\pi}{2},-\dfrac{\pi}{4}]\cup[\dfrac{3\pi}{4},\pi]$.

20、已知 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+f(x))}{\mathrm{e}^x-1}=1,$ 则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=(\quad)$.

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4

21、设函数 $f(x)=3^{x}$, 求 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^{2}}\ln[f(1)f(2)\cdots f(n)]$.

22、若 $\lim\limits_{x\to1}\frac{\sin^{2}(x-1)}{x^{2}+ax+b}=1$, 求常数 a,b.

23、若函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续， $a<x_1<x_2<\cdots<x_n<b$, 常数 $k_1,k_2,\cdots,k_n>0$, 并记 $k_1+k_2+\cdots+k_n=K$，证明：必定存在 $\xi\in[x_1,x_n]$,使得

$$f(\xi)=\frac{1}{K}[k_1f(x_1)+k_2f(x_2)+\cdots+k_nf(x_n)].$$