

智能手机锂离子电池动态耗电与剩余电量连续时间建模深度分析报告

在移动计算设备高度普及的当下，智能手机的续航表现已成为用户体验的核心瓶颈。电池电量的下降并非一个简单的线性过程，而是由电池内部复杂的电化学反应、外部环境的物理约束以及硬件系统高频状态切换共同驱动的非线性动态过程¹。为了响应2026年美国大学生数学建模竞赛(MCM)A题的要求，本报告旨在建立一个多物理场耦合的连续时间数学模型，将剩余电量(State of Charge, SOC)表示为时间的函数 $SOC(t)$ 。本研究将深入探讨屏幕亮度、处理器负载、网络活动、后台程序等功耗因子，并结合温度效应与电池老化(State of Health, SOH)对有效容量的侵蚀，构建一个具备预测能力的完备建模框架²。

锂离子电池电荷状态的连续时间理论框架

在连续时间域内，SOC 的演变遵循质量守恒与电荷平衡原理。最基础的数学描述源于安时积分法，但在真实使用条件下，必须将其扩展为微分方程形式，以捕捉瞬时电流波动对电化学平衡的影响¹。

状态方程的基础构建

SOC 并不是一个可以直接通过传感器测量的物理量，它必须通过电压、电流和温度等相关代理变量进行估算¹。定义 $SOC(t)$ 为当前时刻电池剩余可用电荷与额定容量的比值。其连续时间微分方程可表示为：

$$\frac{d}{dt} SOC(t) = -\frac{\eta(I, T) \cdot I(t)}{3600 \cdot Q_{rated}(SOH, T)}$$

在此方程中， $I(t)$ 表示流出电池的瞬时电流(单位：安培)， η 是电流和温度相关的库仑效率，通常在锂离子电池中接近于 1，但在极高放电倍率或极端温度下会出现显著偏离¹。 Q_{rated} 是电池在特定老化状态 SOH 和温度 T 下的最大可用电荷容量⁵。

动力学电池模型(KiBaM)的引入

为了克服简单积分法忽略的“恢复效应”(Recovery Effect)和“倍率容量效应”(Rate-Capacity Effect)，本建模分析引入了动力学电池模型(Kinetic Battery Model, KiBaM)⁷。该模型将电池内的总电荷分为两个相互连接的“井”：可用电荷井(Available Charge Well)和约束电荷井(Bound Charge Well)⁸。

可用电荷并通过外部负载 $I(t)$ 直接向手机供电, 而约束电荷并则通过一个具有阻力的通道向可用电荷并补充能量⁷。这种双井结构解释了为什么手机在重度负载(如大型游戏)后暂时放置, 电量百分比可能会有轻微回升的物理本质⁸。其耦合微分方程组如下:

$$\frac{dy_1}{dt} = -I(t) + k(h_2 - h_1)$$

$$\frac{dy_2}{dt} = -k(h_2 - h_1)$$

其中 y_1 和 y_2 分别代表两口井的当前电量, h_1 和 h_2 代表其水位高度, k 为扩散系数⁷。这种建模方式将 SOC 的定义从单一的状态变量转化为描述内部化学势平衡的系统, 从而能够更精准地预测手机在非稳态负载下的剩余续航时间⁸。

模型参数	物理意义	典型范围(锂电池)
c	可用电荷占总容量比例	0.25 - 0.40
k	电荷转移扩散速率常数	$0.002 - 0.02 \text{ min}^{-1}$
Q_{max}	理论最大化学容量	3500 - 5500 mAh
η	放电转换效率系数	0.95 - 0.99

⁷

硬件子系统功耗特征与建模分析

手机的瞬时电流 $I(t)$ 是所有活动硬件子系统总功耗 $P_{total}(t)$ 与电池端电压 $V_{terminal}(t)$ 的商¹¹。为了实现全面的建模, 必须对不同硬件组件建立基于状态的功耗方程¹²。

屏幕子系统的多维度建模

屏幕通常是智能手机中最大的单一耗能组件, 在屏幕开启期间其功耗占比往往超过 60%¹⁴。屏幕功耗 $P_{display}$ 主要受屏幕尺寸、亮度设置 B 以及显示内容的影响¹。

对于现代 OLED 屏幕, 功耗与亮度成准线性关系, 且与图像内容的平均像素亮度(APL)高度耦合

¹⁴。当显示深色或黑色主题时,自发光像素点的电流消耗大幅下降,这一物理特性在建模时必须通过一个内容权重因子 γ 来体现¹⁶。其连续时间功耗方程为:

$$P_{display}(t) = \alpha \cdot B(t) \cdot \gamma_{content}(t) + \beta_{driver}$$

其中 α 为单位亮度的功耗斜率, β_{driver} 为显示驱动芯片和接口的基准功耗¹²。

处理器子系统:动态电压频率调整(DVFS)

应用处理器(CPU/GPU)的功耗取决于处理器的实际工作负载。现代移动 SoC 采用 DVFS 技术,其动态功耗与电压的平方和频率成正比($P \propto V^2 f$)¹⁸。然而,建模中一个常被忽视的因素是多核协同效应:同时激活多个核心的静态泄露电流往往远高于单核高频运行的功耗¹⁸。

研究表明,即使在相同的利用率下,由于不同的核心驻留模式和空闲状态切换频率,CPU 功耗差异可高达 50%¹⁸。因此,处理器电流 I_{cpu} 必须表示为负载 $L(t)$ 和运行频率 $f(t)$ 的非线性函数:

$$I_{cpu}(t) = N_{active} \cdot (C_{eff} \cdot V^2 \cdot f) + I_{static}(T)$$

其中 I_{static} 为静态漏电流,由于半导体物理特性,它随温度 T 的升高成指数级增加,这构成了手机发热与电池耗电的正反馈回路¹⁸。

通信子系统的状态机建模分析

网络活动(蜂窝、WiFi、蓝牙、GPS)的功耗具有明显的突发性和状态依赖性¹⁹。LTE 和 5G 模块在 RRC 协议下运行,包含“连接”、“空闲”和“非连续接收(DRX)”等多个功率级¹⁹。

一个关键的建模细节是“尾部能量效应”(Tail Effect):在数据传输结束后,无线电模块并不会立即关闭,而是保持在高功率连接状态数秒,以减少重新建立链接的信令开销¹⁹。此外,网络功耗对信号强度(RSSI)极度敏感¹⁴。在信号较弱的区域(如地下室或电梯),为了维持通信质量,功率放大器必须增大发射功率,这会导致电流显著激增¹⁹。

硬件组件	主要控制变量	功耗特性建模
显示屏	亮度, APL	$P = k \cdot$ (线性/准线性)

CPU/SoC	利用率, 频率, 核心数	$P = V^2 f +$ (立方/非线性)
5G/LTE	信号强度, 数据率	分段状态机 (RRC States)
WiFi	扫描周期, 吞吐量	突发脉冲模式 (Burst mode)
GPS	刷新率, 卫星数	周期性高电流消耗

12

软件行为与后台耗电的物理映射

用户经常观察到设备在“看似闲置”时依然快速耗电，这主要源于软件层面对硬件低功耗状态的干扰¹。

唤醒锁(Wake Locks)与异步耗电

后台应用程序通过“唤醒锁”机制防止手机进入深度休眠(Deep Sleep)状态¹⁶。建模时，系统电流 $I(t)$ 必须包含一个由活跃后台进程总数 N_{bg} 决定的底电流项¹⁶。一些设计欠佳的应用程序可能长期持有唤醒锁或频繁唤醒CPU进行短时间运算，这导致处理器无法进入能够有效降低漏电的深层C-States²⁰。

操作系统维护任务

即使没有第三方App运行，OS本身的维护任务如“蜂窝寻呼”(Cellular Paging)和“WiFi扫描”也会产生持续的能量消耗¹⁴。蜂窝寻呼每隔一定周期(通常为1.28s或2.56s)唤醒收发器监听呼叫信令，研究显示这类任务可占日均总耗电的14.6%¹⁴。这些细碎的电流脉冲在长时间跨度内的积分效应，是决定待机续航时间的关键因素¹⁴。

环境温度对电池动力学的耦合影响

温度是影响智能手机电池表现的最强外部变量之一²²。它不仅改变电池的有效容量，还深刻影响其内阻和端电压表现¹。

极端低温下的容量丧失与内阻突变

在寒冷天气(如0°C以下)下，锂离子电池的电解液粘度显著增加，离子扩散系数大幅下降²⁴。物理上，这表现为电池内阻 R_0 的激增，导致在正常负载电流下产生巨大的电压降(Voltage Sag)²⁴

。

当端电压 $V_{terminal} = V_{oc} - I \cdot R_{total}$ 降低到手机系统的关机阈值(通常为 3.0V - 3.4V)时, 即使电池内仍有大量化学能未释放, 手机也会因为电压不足而自动强制关机²⁴。这种“有效容量丧失”在建模分析中必须通过温补系数 $\alpha(T)$ 进行修正²⁷:

$$Q_{effective}(T) = Q_{rated} \cdot \exp\left(-\frac{E_a}{R} \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{ref}}\right)\right)$$

这符合阿伦尼乌斯定律(Arrhenius Law), 解释了为什么在 -20°C 时, 电池可用电量可能仅为室温下的 50% 左右²⁷。

热生成与热耗散的正反馈模型

手机在高强度使用下会出现过热现象, 这是由于电池内阻损耗产生的焦耳热和电化学反应产生的熵热共同作用的结果²²。电池的连续时间温度演化模型为:

$$m \cdot C_p \cdot \frac{dT}{dt} = I(t)^2 \cdot R_{internal}(SOC, T) + I(t) \cdot T \cdot \frac{\partial V_{oc}}{\partial T} - h \cdot A \cdot (T - T_{amb})$$

其中 $R_{internal}$ 会随温度升高而略微下降(离子活性增强), 但在高温区(>45°C), 这会加速电解液分解和副反应的发生, 导致电池永久性老化¹。因此, 温度不仅是 SOC 的影响因子, 它还通过内阻反馈机制与功耗模型深度耦合¹¹。

环境温度 (°C)	能量保持率 (NMC)	充电限制 (C-rate)	内阻增加倍数
-20	~48%	禁止/极低	3x - 5x
0	~78%	0.1C - 0.2C	1.5x - 2x
25	100%	1.0C	1x
45	~105%	限制电流	0.9x

25

电池老化与使用历史的长周期建模

智能手机电池的表现受其全生命周期内使用模式的影响, 这在工程上被称为状态老化(SOH)问题

¹。

衰减机制: SEI 膜生长与活性材料损失

电池老化的核心物理现象是负极表面固体电解质界面(SEI)膜的持续生长³³。随着充放电循环次数 N_{cycle} 的增加, 一部分锂离子被永久性地束缚在 SEI 膜中, 不再参与电荷转移²⁶。这种容量衰减通常遵循时间的平方根规律或电荷吞吐量的幂律规律³³:

$$Q_{max}(SOH) = Q_{fresh} \cdot (1 - \kappa \cdot \sqrt{t})$$

此外, 不当的充电方式(如长期维持在 100% 高电量或在高温下快充)会显著加速这一进程²⁵。这意味着建模时, 公式中的分母 Q_{rated} 必须作为一个随时间演化的慢变量, 以反映电池“历史积累”对当前表现的约束⁵。

老化对放电曲线非线性度的改变

除了总电量的减少, 老化还会导致电池极化效应增强和皮克特常数(Peukert Constant) k 的增加³⁶。对于新电池, k 可能接近 1.02, 而对于接近报废的电池, k 可能会上升到 1.15 或更高³⁶。这种变化意味着老旧电池对高电流负载的耐受性大幅降低:即使显示还有 20% 电量, 一旦开启相机等高功耗应用, 其电压会瞬间跌破下限导致关机¹。

问题一: 全面建模分析建议

针对用户的总结, 本研究认为现有的总结涵盖了核心维度, 但在“连续时间描述”和“多场耦合机制”上仍有深化空间。以下是构建全面问题一模型的建议结构:

1. 建立耦合微分方程系统

一个完整的一阶连续时间模型应包含四个核心状态变量: $SOC(t)$ 、 $V_p(t)$ (极化电压)、 $T(t)$ (温度)和 $SOH(t)$ (老化状态, 虽然作为慢变量可在单次预测中视为常数)¹。

```
 $$\text{System: } \begin{cases} \frac{d}{dt} SOC(t) = -\frac{P_{total}(t)}{V_{terminal}(t)} \cdot Q_{usable}(T, SOH) \\ \frac{d}{dt} V_p(t) = -\frac{V_p(t)}{\tau} + \frac{I(t)}{C_p} \\ \frac{d}{dt} T(t) = \frac{1}{MC_p} \end{cases}
```

```
\frac{d}{dt} SOC(t) = -\frac{P_{total}(t)}{V_{terminal}(t)} \cdot Q_{usable}(T, SOH) \\ \frac{d}{dt} V_p(t) = -\frac{V_p(t)}{\tau} + \frac{I(t)}{C_p} \\ \frac{d}{dt} T(t) = \frac{1}{MC_p} \end{cases}
```

$$V_{\text{terminal}}(t) = V_{\text{oc}}(\text{SOC}, T) - V_p(t) - I(t)R_0(\text{SOH}, T)$$

\end{cases}\$\$

这个方程组将功耗需求 $P_{total}(t)$ 转化为电流, 进而驱动 SOC 的下降, 同时考虑了电压极化和热力学反馈¹。

2. 细化功耗函数 P_{total} 的参数化

不应仅将功耗视为单一数值, 而应将其分解为基于硬件状态的函数¹²:

- 屏幕项: 引入亮度等级与 OLED 像素权重¹⁴。
- 计算项: 区分前台进程负载与后台静默任务负载, 并加入温度导致的静态功耗增加¹⁸。
- 网络项: 引入信号质量(RSRP/RSSI)作为功耗放大的增益系数¹⁹。
- 定位项: 考虑 GPS 卫星搜索阶段与追踪阶段的电流差异²¹。

3. 加入动态环境因子

模型必须能够模拟“温度骤降”对 SOC 的瞬时影响¹。通过引入温度依赖的内阻查表法, 模型可以解释为什么在寒冷环境中剩余续航时间会“跳水”²⁴。

剩余续航时间预测与不确定性分析

利用上述连续时间模型, 可以计算剩余续航时间(Time-to-Empty, TTE)¹。TTE 定义为 $SOC(t)$ 从当前值下降到 0(或关机阈值)的时间跨度 Δt 。

预测驱动因素与误差来源

模型的表现优劣高度依赖于对未来使用场景的假设⁴⁰。

- 最优场景: 屏幕低亮度、静态 WiFi 待机、后台进程优化。此时模型受内阻估计误差的影响较小, 准确度高¹⁴。
- 最差场景(预测难点): 在弱信号(蜂窝网络切换频繁)环境下的重度游戏使用, 并伴随环境温差剧烈变化。在这种情况下, 功耗函数 $P(t)$ 的随机波动会使确定性模型失效¹⁸。

不确定性量化建议

为了量化不确定性, 建议采用蒙特卡罗模拟或马尔可夫链模型来生成不同的“预测轨迹”¹。通过对未来 30 分钟内的用户活动进行概率抽样(例如: 20% 概率刷视频, 50% 概率社交聊天, 30% 概率待机), 可以给出一个 TTE 的置信区间, 而不是单一数值, 这更能反映真实的电池物理局限⁴¹。

活动类型	功耗级别	对 TTE 的影响权重	意外小因素
高清视频/AR	极高 (2-5W)	决定性	缓存命中率
弱信号下 5G 传输	极高 (3W+)	关键干扰项	基带发热
音乐播放 (后台)	中低 (0.3-0.8W)	累积显著	采样率/解码方式
短信/文字输入	极低 (0.1W)	意外地小 ⁴⁰	RAM 刷新电流

14

针对用户与系统的优化建议

基于建模洞察, 本研究提出以下实用建议, 以延长智能手机的电池寿命并提高 SOC 预测精度¹。

面向用户的策略

1. 管理信号敏感性: 在信号极弱区域主动切换至飞行模式或仅使用 WiFi。无线电搜索卫星和基站产生的瞬时脉冲电流是造成老旧电池意外关机的元凶¹⁴。
2. 内容驱动的屏幕优化: 对于 OLED 设备, 强制使用全局黑暗模式可降低 20%-40% 的屏幕总功耗¹⁴。
3. 温度保护意识: 在极端低温下使用时, 应利用身体热量维持设备温度。这不仅是为了舒适, 更是为了防止电解液粘度升高导致内阻增加, 从而从物理层面保护“有效容量”不因电压 sag 而消失²⁷。

面向操作系统的策略

1. 电池感知调度 (Battery-Aware Scheduling): 操作系统应监测电池阻抗和温度。当电池处于低温高阻抗状态时, 限制 CPU 的最高突发频率, 防止端电压跌破阈值²⁸。
2. 后台活动抑制系统 (如 HUSH): 通过建立用户行为模型, 识别那些对当前用户体验贡献度低但频繁触发唤醒锁的“不重要”应用, 并强制其在屏幕关闭期间进入 Deep Sleep 模式¹⁶。
3. 动态 RRC 状态优化: 基于当前剩余 SOC 和信号强度, 动态调整蜂窝网络的尾部计时器 (Tail Timer), 在电量极低时牺牲重连延迟以换取更长的待机时间¹⁹。

结论

智能手机电池建模是一个典型的多尺度跨学科问题, 涉及从微观电化学动力学到宏观软件调度逻辑的复杂交互。本研究通过构建基于 KiBaM 扩散平衡与 Thevenin 等效电路的连续时间框架, 证明了 SOC 的变化是由硬件功耗负载 $I(t)$ 、热力学反馈 $T(t)$ 以及电极老化 $SOH(t)$ 共同

约束的非线性演化过程。

分析指出，用户对“耗电快”的感知通常源于模型未能充分捕捉弱信号环境下的无线电功耗激增，或低温导致的内阻突变。未来的建模方向应更多关注混合型架构，如将物理约束融入深度学习（Physics-Informed Neural Networks, PINNs）和神经微分方程（Neural ODEs），以利用大数据捕捉用户行为的随机性，同时保持电化学系统的物理一致性。通过这种整合，我们不仅能实现更精准的剩余续航预测，还能为智能手机的下一代能量管理系统提供坚实的数学基础，最终实现性能、寿命与用户体验的平衡优化。

Works cited

1. 2026 年美国大学生数学建模竞赛题目翻译.pdf
2. 2026 MCM, accessed January 30, 2026,
https://www.conest.comap.com/undergraduate/contests/mcm/contests/2026/problems/2026_MCM_Problem_A.pdf
3. A Physics-Based Electrochemical Model for Lithium-Ion Battery State-of-Charge Estimation Solved by an Optimised Projection-Based Method and Moving-Window Filtering - MDPI, accessed January 30, 2026,
<https://www.mdpi.com/1996-1073/11/8/2120>
4. Mathematical modeling of the capacity fade of Li-ion cells | Request PDF - ResearchGate, accessed January 30, 2026,
https://www.researchgate.net/publication/228936089 Mathematical_modeling_of_the_capacity_fade_of_Li-ion_cells
5. Semi-Empirical Capacity Fading Model for SoH Estimation of Li-Ion Batteries - MDPI, accessed January 30, 2026, <https://www.mdpi.com/2076-3417/9/15/3012>
6. SOH Estimator (Capacity-Based) - State of health estimator based on capacity fade - Simulink - MathWorks, accessed January 30, 2026,
<https://www.mathworks.com/help/simscape-battery/ref/sohestimatorcapacitybased.html>
7. Battery aging and the kinetic battery model - SciSpace, accessed January 30, 2026,
<https://scispace.com/pdf/battery-aging-and-the-kinetic-battery-model-4i0sxqkwpg.pdf>
8. A Coupled Battery State-of-Charge and Voltage Model for Optimal Control Applications - DATE 2019, accessed January 30, 2026,
<https://past.date-conference.com/proceedings-archive/2023/DATA/720.pdf>
9. Simplifying the Parametrization of the Extended Kinetic Battery Model to Calculate Voltage, Current, and a Variable Load Dependence - IBPSA Publications, accessed January 30, 2026,
https://publications.ibpsa.org/proceedings/bs/2019/papers/BS2019_210463.pdf
10. Kinetic battery model (KiBaM). | Download Scientific Diagram - ResearchGate, accessed January 30, 2026,
https://www.researchgate.net/figure/Kinetic-battery-model-KiBaM_fig2_332176849
11. Modified Kinetic Battery Model - HOMER Energy, accessed January 30, 2026,

- https://www.homerenergy.com/products/pro/docs/latest/modified_kinetic_battery_model.html
12. Mobile Application and Device Power Usage Measurements - National Institute of Standards and Technology, accessed January 30, 2026,
https://tsapps.nist.gov/publication/get_pdf.cfm?pub_id=911099
 13. V-edge: Fast Self-constructive Power Modeling of Smartphones Based on Battery Voltage Dynamics - USENIX, accessed January 30, 2026,
<https://www.usenix.org/system/files/conference/nsdi13/nsdi13-final135.pdf>
 14. Smartphone Energy Drain in the Wild: Analysis and Implications - Purdue Engineering, accessed January 30, 2026,
<https://engineering.purdue.edu/~ychu/publications/TR-ECE-15-03.pdf>
 15. Characterizing and Modeling User Activity on Smartphones: Summary - Electrical and Computer Engineering, accessed January 30, 2026,
<https://users.eecs.northwestern.edu/~memik/papers/sigmetrics00.pdf>
 16. New tool reduces smartphone battery drain by intelligently suppressing background activities - Purdue University, accessed January 30, 2026,
<https://www.purdue.edu/newsroom/releases/2015/Q3/new-tool-reduces-smartphone-battery-drain-from-faulty-apps.html>
 17. Predicting Power Usage of Android Applications - cs.wisc.edu, accessed January 30, 2026, <https://pages.cs.wisc.edu/~swift/papers/TR1808.pdf>
 18. Accurate CPU Power Modeling for Multicore Smartphones - Microsoft, accessed January 30, 2026,
<https://www.microsoft.com/en-us/research/wp-content/uploads/2016/02/main-7.pdf>
 19. An Empirical LTE Smartphone Power Model with a View to Energy Efficiency Evolution - Aalborg Universitets forskningsportal, accessed January 30, 2026,
https://vbn.aau.dk/ws/files/176790997/An_Empirical_LTE_Smartphone_Power_Model_with_a_View_to_Energy_Efficiency_Evolution.pdf
 20. Smartphone Background Activities in the Wild: Origin, Energy Drain, and Optimization - SIGMOBILE, accessed January 30, 2026,
<https://www.sigmobile.org/mobicom/2015/papers/p40-chenA.pdf>
 21. Battery Drain Testing for Mobile Apps: The Complete QA Guide - Pcloudy, accessed January 30, 2026,
<https://www.pcloudy.com/blogs/battery-drain-testing-for-mobile-apps/>
 22. An online heat generation estimation method for lithium-ion batteries using dual-temperature measurements - ECEC, accessed January 30, 2026,
https://ecec.me.psu.edu/Pubs/2020_Zhang_App_Energy.pdf
 23. Three-Dimensional Thermal Model of a Lithium Ion Battery for Hybrid Mobile Working Machines: Determination of the Model Parameters in a Pouch Cell - ResearchGate, accessed January 30, 2026,
https://www.researchgate.net/publication/260619446_Three-Dimensional_Thermal_Model_of_a_Lithium_Ion_Battery_for_Hybrid_Mobile_Working_Machines_Determination_of_the_Model_Parameters_in_a_Pouch_Cell
 24. Lithium-Ion Batteries under Low-Temperature Environment: Challenges and Prospects - NIH, accessed January 30, 2026,

<https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC9698970/>

25. Why does temperature affect a battery's available capacity?, accessed January 30, 2026,
<https://discoverbattery.com/support/learning-center/battery-101/why-does-temperature-affect-a-batterys-available-capacity>
26. Evaluating Low Temperature's Impact on Lithium-Ion Batteries: Examination of Performance Metrics with Respect to Size and Chemistry - MDPI, accessed January 30, 2026, <https://www.mdpi.com/2075-1702/13/12/1114>
27. Battery Capacity vs Temperature: How Heat and Cold Affect Li-Ion, accessed January 30, 2026,
<https://www.bonnenbatteries.com/battery-capacity-vs-temperature-how-temperature-affects-lithium-ion-battery-capacity/>
28. Understanding Lithium Battery Performance in Cold Weather - FelicityESS, accessed January 30, 2026,
<https://www.felicityess.com/understanding-lithium-battery-performance-in-cold-weather/>
29. Arrhenius plots constructed from capacity fade (cycles 1 to 40) for (a)... - ResearchGate, accessed January 30, 2026,
https://www.researchgate.net/figure/Arrhenius-plots-constructed-from-capacity-fade-cycles-1-to-40-for-a-lab-made-pouch_fig3_359029362
30. Electro-thermal Modeling of Lithium-ion Batteries - Simon Fraser University, accessed January 30, 2026,
<https://www.sfu.ca/~mbahrami/pdf/Theses/Thesis%20-%20M.%20Yazdan%20Pour%20-%20Electro-thermal%20Modeling%20of%20Lithium%20Battery.pdf>
31. Analysis of Heat Dissipation in Li-Ion Cells & Modules for Modeling of Thermal Runaway - NREL, accessed January 30, 2026,
<https://docs.nrel.gov/docs/fy07osti/41531.pdf>
32. Capacity Fade Modeling of Li-Ion Battery using Evolutionary Algorithm - E3S Web of Conferences, accessed January 30, 2026,
https://www.e3s-conferences.org/articles/e3sconf/pdf/2019/13/e3sconf_SeFet2019_01026.pdf
33. Arrhenius-Equation Based Approach for Modelling Lithium-Ion Battery Aging Effects - AIT Austrian Institute of Technology, accessed January 30, 2026,
https://publications.ait.ac.at/ws/portalfiles/portal/25545554/AIT_Paper_BatteryAgingModel_17_ITI_Symposium.pdf
34. predicting the life of li-ion batteries using the arrhenius model - Vertiv, accessed January 30, 2026,
<https://www.vertiv.com/4afcc0/globalassets/documents/battcon-static-assets/2018/predicting-the-life-of-li-ion-batteries-using-the-arrhenius-model.pdf>
35. Mathematical Modeling of Battery Degradation Based on Direct Measurements and Signal Processing Methods - MDPI, accessed January 30, 2026,
<https://www.mdpi.com/2076-3417/13/8/4938>
36. Peukert's law - Wikipedia, accessed January 30, 2026,
https://en.wikipedia.org/wiki/Peukert%27s_law
37. Peukert Law (Theory) : Energy Storage Labs : Mechanical Engineering, accessed

January 30, 2026,

<https://vlab.amrita.edu/index.php?sub=77&brch=270&sim=1760&cnt=1>

38. Peukert's Law - A Nerd's Attempt to Explain Battery Capacity - BatteryStuff Tools, accessed January 30, 2026,
<https://www.batterystuff.com/kb/tools/peukert-s-law-a-nerds-attempt-to-explain-battery-capacity.html>
39. What Is Peukert's Law and What Is Its Effect on Batteries?, accessed January 30, 2026, <https://battlebornbatteries.com/peukert-effect/>
40. (PDF) Modeling of smartphones' power using neural networks - ResearchGate, accessed January 30, 2026,
https://www.researchgate.net/publication/313265404_Modeling_of_smartphones'_power_using_neural_networks
41. State of mission: Battery management with neural networks and electrochemical AI - PMC, accessed January 30, 2026,
<https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC12570374/>