常微分方程第一次作业

唐梦圆 2015710823

3.验证下列各函数是相应微分方程的解。

（7）y=x2+1,y’=y2-(x2+1)y+2x;

解： y’=2x

y2-(x2+1)y+2x=(x2+1)2-( x2+1)( x2+1)+2x=2x=y’

所以 y=x2+1是该微分方程的解。

（8）y=,y’= y2.

解：y’=

y2-==y’

所以y=是该微分方程的解。

4.给定一阶微分方程=2x,

(1)求出它的通解

(2)求通过点（1,4）的特解

(3)求出与直线y=2x+3相切的解

(4)求出满足条件的解

(5)绘出(2),(3),(4)中解的图形

解：（1）dy=2xdx

=

y=x2+c为通解。

（2）x=1,y=4时，c=3

y=x2+3为特解。

（3）k1=2

y’=2x=2

x=1,此时y=5

此时c=4

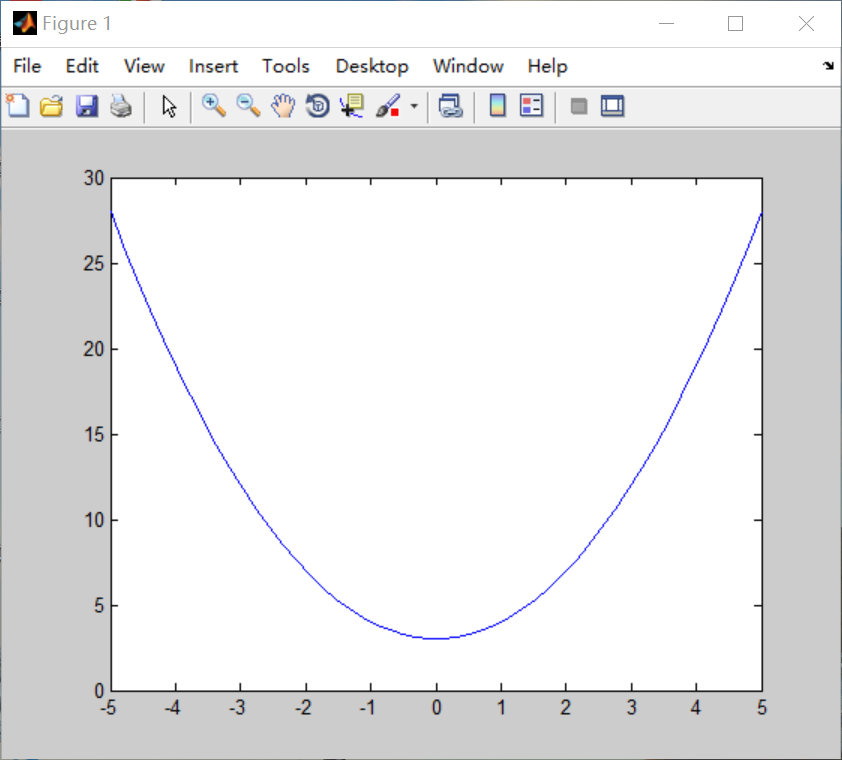
所以y=x2+4为解。

(4)13+c\*1=2

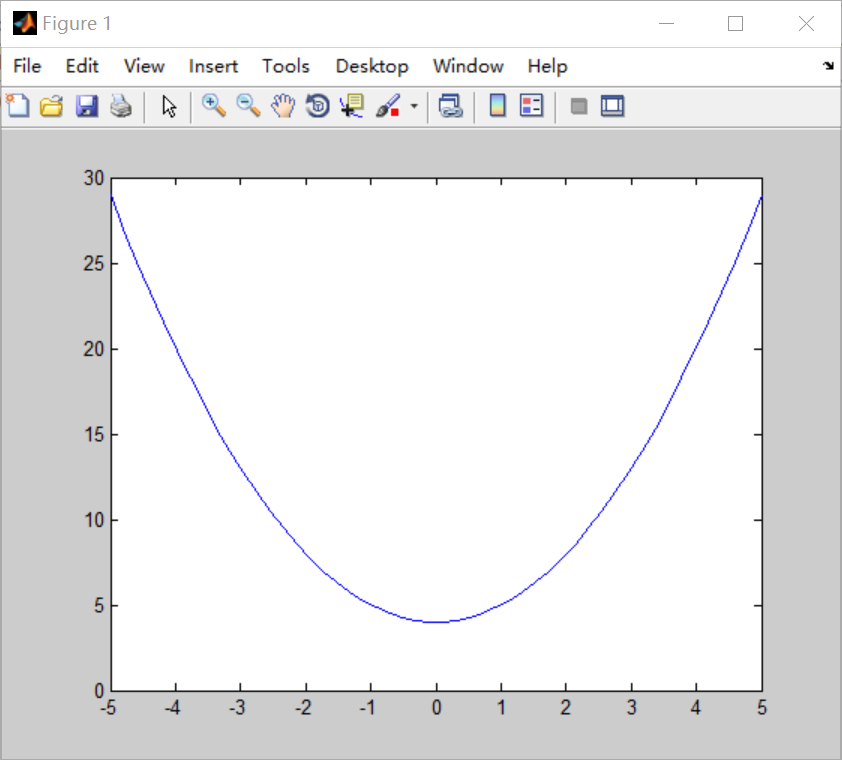
解得 c=

所以 y=x2+为解。

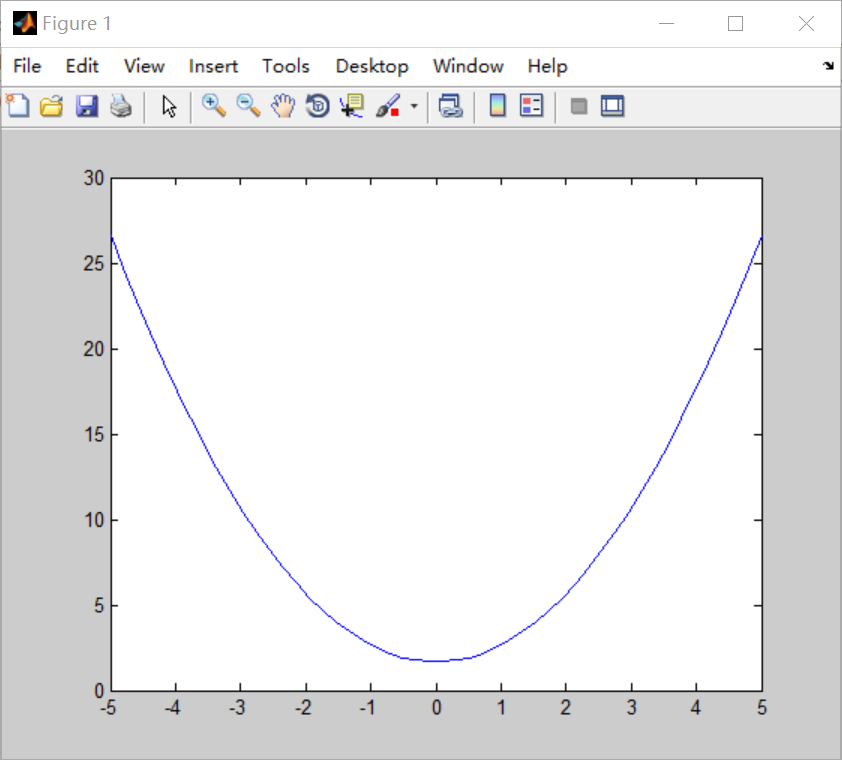
(5) y=x2+3:



y=x2+4:



y=x2+



1. 求下列方程的解。

（6）x-y+=0;

解：==-

令y/x=u,u+x=u-

当1-u2不等于0时，分离变量

du=-dx

arcsinu=-lnx+c

得， arcsin()= -lnx+c

当1-u2等于0时，解为y2=x2

（7）tanydx-cotxdy=0

解：tany不等于0时，

tanx dx=coty dy

两边同时积分，得，ln siny=-ln cosx+c1,

sinycosx=c,c=

当tany=0时，满足上式，故通解为sinycosx=c

1. 做适当的变量变换求解下列方程。

（6）=;

解：

=,令u=，得，=3

=3,令z=,=z+x,

z+x3

=x

当=0时，z=3 或-2

故y3=3x或-2x为方程的解。

当0时，分离变量

dx=dz，（z-3）7(z+2)3=x5c

得，（y3-3x）7(y3+2x)3=x5c，

C=0时，y3=3x或-2x

故 通解为（y3-3x）7(y3+2x)3=x5c

(7)=.

解：=，令u=x2-1,v=y2+1

令z=,

,,

当2-2z2=0时，z=2=x2-2或-x2为方程的解

当2-2z20时，分离变量，积分后得，

y2+x2=(y2-x2+2)5c

第一种情况包含在第二种情况内，故该方程的通解为

y2+x2=(y2-x2+2)5c

验证：设y1(t)是=f(y),y(0)=y0的解，证明y2(t)=y1(t-t0)是)=y0的解。

证：=)

所以y2(t)=y1(t-t0)是的解。

y1(0)=y0,令t-t0=0，y1(t-t0)= y0，

)=y0

即证。