

50 multiple-choice questions

**Question 1** (Level 1) — *Basic definite integral*

Evaluate  $\int_0^2 x \, dx$ .

(A) 2

(B) 4

(C) 1

(D)  $\frac{1}{2}$

**Question 2** (Level 1) — *Integral of constant*

Evaluate  $\int_1^4 3 \, dx$ .

(A) 9

(B) 12

(C) 3

(D) 15

**Question 3** (Level 1) — *Integral of  $x$*

Evaluate  $\int_0^3 x^2 \, dx$ .

(A) 9

(B) 27

(C) 3

(D) 6

**Question 4** (Level 1) — *Integral of  $2x$*

Evaluate  $\int_1^3 2x \, dx$ .

(A) 8

(B) 6

(C) 10

(D) 4

**Question 5** (Level 1) — *Same limits*

What is  $\int_3^3 x^2 \, dx$ ?

(A) 0

(B) 9

(C) 27

(D) 3

**Question 6** (Level 1) — *Integral of x*

Evaluate  $\int_0^2 x^3 dx$ .

(A) 4

(B) 8

(C) 16

(D) 2

**Question 7** (Level 1) — *Simple area*

$\int_0^4 2 dx$  represents the area of what shape?

(A) A rectangle with area 8

(B) A triangle with area 4

(C) A rectangle with area 2

(D) A square with area 4

**Question 8** (Level 1) — *Integral of 4x*

Evaluate  $\int_0^1 4x dx$ .

(A) 2

(B) 4

(C) 1

(D) 8

**Question 9** (Level 1) — *Negative lower limit*

Evaluate  $\int_{-1}^1 1 dx$ .

(A) 2

(B) 0

(C) 1

(D) -2

**Question 10** (Level 1) — *Integral of 5*

Evaluate  $\int_2^6 5 dx$ .

(A) 20

(B) 30

- (C) 10
- (D) 25

**Question 11** (Level 2) — *Polynomial integral*

Evaluate  $\int_0^2 (x^2 + x) dx$ .

- (A)  $\frac{14}{3}$
- (B)  $\frac{10}{3}$
- (C) 6
- (D)  $\frac{8}{3}$

**Question 12** (Level 2) — *Reversed limits*

If  $\int_1^5 f(x) dx = 7$ , what is  $\int_5^1 f(x) dx$ ?

- (A) -7
- (B) 7
- (C) 0
- (D)  $\frac{1}{7}$

**Question 13** (Level 2) — *Sum property*

If  $\int_0^3 f(x) dx = 4$  and  $\int_3^5 f(x) dx = 6$ , find  $\int_0^5 f(x) dx$ .

- (A) 10
- (B) 24
- (C) 2
- (D) -2

**Question 14** (Level 2) — *Constant multiple*

If  $\int_0^2 f(x) dx = 5$ , find  $\int_0^2 3f(x) dx$ .

- (A) 15
- (B) 8
- (C) 5
- (D) 6

**Question 15** (Level 2) — *Quadratic integral*

Evaluate  $\int_1^3 (3x^2 - 2x) dx$ .

- (A) 18

- (B) 20
- (C) 16
- (D) 24

**Question 16** (Level 2) — *Symmetric integral*

Evaluate  $\int_{-2}^2 x^3 dx$ .

- (A) 0
- (B) 8
- (C) -8
- (D) 4

**Question 17** (Level 2) — *Even function integral*

Evaluate  $\int_{-1}^1 x^2 dx$ .

- (A)  $\frac{2}{3}$
- (B) 0
- (C)  $\frac{1}{3}$
- (D) 2

**Question 18** (Level 2) — *Integral with negative values*

Evaluate  $\int_0^3 (x - 2) dx$ .

- (A)  $-\frac{3}{2}$
- (B)  $\frac{3}{2}$
- (C) 3
- (D) -3

**Question 19** (Level 2) — *Fundamental theorem*

If  $F(x) = \int_0^x 2t dt$ , find  $F(3)$ .

- (A) 9
- (B) 6
- (C) 3
- (D) 18

**Question 20** (Level 2) — *Sum of integrals*

Evaluate  $\int_0^1 (x^2 + 3x + 2) dx$ .

- (A)  $\frac{23}{6}$
- (B)  $\frac{11}{3}$
- (C) 4
- (D)  $\frac{17}{6}$

**Question 21** (Level 3) — *Integral of e*

Evaluate  $\int_0^1 e^x dx$ .

- (A)  $e - 1$
- (B)  $e$
- (C)  $e + 1$
- (D) 1

**Question 22** (Level 3) — *Integral of 1/x*

Evaluate  $\int_1^e \frac{1}{x} dx$ .

- (A) 1
- (B)  $e$
- (C) 0
- (D)  $e - 1$

**Question 23** (Level 3) — *Trig integral*

Evaluate  $\int_0^\pi \sin(x) dx$ .

- (A) 2
- (B) 0
- (C) 1
- (D) -2

**Question 24** (Level 3) — *Integral of cos(x)*

Evaluate  $\int_0^{\pi/2} \cos(x) dx$ .

- (A) 1
- (B) 0
- (C) -1
- (D)  $\frac{\pi}{2}$

**Question 25** (Level 3) — *Integral of e*

Evaluate  $\int_0^1 e^{2x} dx$ .

(A)  $\frac{e^2 - 1}{2}$

(B)  $e^2 - 1$

(C)  $\frac{e^2}{2}$

(D)  $e^2$

**Question 26** (Level 3) — *Area interpretation*

$\int_0^2 x dx$  gives the area of what geometric shape?

(A) A triangle with area 2

(B) A rectangle with area 4

(C) A triangle with area 4

(D) A trapezoid with area 3

**Question 27** (Level 3) — *FTC Part 1*

If  $F(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt$ , find  $F'(x)$ .

(A)  $\frac{1}{x}$

(B)  $\ln(x)$

(C)  $-\frac{1}{x^2}$

(D)  $x$

**Question 28** (Level 3) — *Signed area*

Evaluate  $\int_0^{2\pi} \sin(x) dx$ . Why is the result not the total area?

(A) 0 because positive and negative areas cancel

(B) 4 because the total area is 4

(C)  $2\pi$

(D)  $-2$

**Question 29** (Level 3) — *Integral of x*

Evaluate  $\int_0^4 \sqrt{x} dx$ .

(A)  $\frac{16}{3}$

(B)  $\frac{8}{3}$

(C) 4

(D)  $\frac{32}{3}$

**Question 30** (Level 3) — *Integral of  $1/x$*

Evaluate  $\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$ .

- (A)  $\frac{1}{2}$
- (B)  $-\frac{1}{2}$
- (C) 1
- (D)  $\frac{3}{2}$

**Question 31** (Level 4) — *Integral of  $\sin(2x)$*

Evaluate  $\int_0^{\pi/4} \sin(2x) dx$ .

- (A)  $\frac{1}{2}$
- (B) 1
- (C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (D) 0

**Question 32** (Level 4) — *Integral of  $e^{-x}$*

Evaluate  $\int_0^\infty$  — actually, evaluate  $\int_0^2 e^{-x} dx$ .

- (A)  $1 - e^{-2}$
- (B)  $e^{-2} - 1$
- (C)  $1 + e^{-2}$
- (D)  $e^2 - 1$

**Question 33** (Level 4) — *Integral of  $1/(x+1)$*

Evaluate  $\int_0^{e-1} \frac{1}{x+1} dx$ .

- (A) 1
- (B)  $e - 1$
- (C)  $\ln(e - 1)$
- (D)  $e$

**Question 34** (Level 4) — *Linear substitution*

Evaluate  $\int_0^1 (2x + 1)^3 dx$ .

- (A) 10
- (B) 20
- (C)  $\frac{81}{8}$
- (D) 8

**Question 35** (Level 4) — *FTC with chain rule*

If  $G(x) = \int_0^{x^2} e^t dt$ , find  $G'(x)$ .

(A)  $2xe^{x^2}$

(B)  $e^{x^2}$

(C)  $2xe^x$

(D)  $x^2e^{x^2}$

**Question 36** (Level 4) — *Integral of cos(x)*

Evaluate  $\int_0^\pi \cos^2(x) dx$ .

(A)  $\frac{\pi}{2}$

(B)  $\pi$

(C) 0

(D)  $\frac{\pi}{4}$

**Question 37** (Level 4) — *Integral of xex*

Evaluate  $\int_0^1 xe^{x^2} dx$ .

(A)  $\frac{e-1}{2}$

(B)  $e - 1$

(C)  $\frac{e}{2}$

(D)  $\frac{e+1}{2}$

**Question 38** (Level 4) — *Split integral*

If  $\int_0^4 f(x) dx = 10$  and  $\int_0^2 f(x) dx = 3$ , find  $\int_2^4 f(x) dx$ .

(A) 7

(B) 13

(C) 5

(D) 30

**Question 39** (Level 4) — *Integral of xsin(x)*

Evaluate  $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \sin(x^2) dx$ .

(A) 1

(B) 0

(C)  $\frac{1}{2}$

(D) 2

**Question 40** (Level 4) — *Integral of  $\ln(x)/x$*

Evaluate  $\int_1^e \frac{\ln(x)}{x} dx$ .

- (A)  $\frac{1}{2}$
- (B) 1
- (C)  $\frac{1}{e}$
- (D)  $e - 1$

**Question 41** (Level 5) — *Integration by parts definite*

Evaluate  $\int_0^1 xe^x dx$ .

- (A) 1
- (B)  $e - 1$
- (C)  $e$
- (D)  $2e - 1$

**Question 42** (Level 5) — *Integral with absolute value*

Evaluate  $\int_{-1}^2 |x| dx$ .

- (A)  $\frac{5}{2}$
- (B)  $\frac{3}{2}$
- (C) 3
- (D) 2

**Question 43** (Level 5) — *Tricky substitution*

Evaluate  $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx$ .

- (A)  $\sqrt{2} - 1$
- (B)  $\sqrt{2}$
- (C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (D) 1

**Question 44** (Level 5) — *Integral of  $xe$*

Evaluate  $\int_0^1 x^2 e^x dx$ .

- (A)  $e - 2$
- (B)  $e - 1$
- (C)  $2e - 2$

(D)  $e + 2$

**Question 45** (Level 5) — *Integral of sin(x)*

Evaluate  $\int_0^{2\pi} \sin^2(x) dx$ .

(A)  $\pi$

(B)  $2\pi$

(C) 0

(D)  $\frac{\pi}{2}$

**Question 46** (Level 5) — *Derivative of integral function*

If  $F(x) = \int_x^{x^2} e^{-t^2} dt$ , find  $F'(x)$ .

(A)  $2xe^{-x^4} - e^{-x^2}$

(B)  $e^{-x^4} - e^{-x^2}$

(C)  $2xe^{-x^2} - e^{-x}$

(D)  $e^{-x^2}(2x - 1)$

**Question 47** (Level 5) — *Integral equation*

Find  $a > 0$  such that  $\int_0^a x^2 dx = 9$ .

(A) 3

(B)  $\sqrt{9}$

(C) 27

(D) 9

**Question 48** (Level 5) — *Integral of xcos(x)*

Evaluate  $\int_0^{\pi/2} x \cos(x) dx$ .

(A)  $\frac{\pi}{2} - 1$

(B)  $\frac{\pi}{2}$

(C)  $\frac{\pi}{2} + 1$

(D) 1

**Question 49** (Level 5) — *Comparison of integrals*

Without evaluating, determine which is larger:  $\int_0^1 x^2 dx$  or  $\int_0^1 x^3 dx$ .

(A)  $\int_0^1 x^2 dx$  is larger

(B)  $\int_0^1 x^3 dx$  is larger

- (C) They are equal
- (D) Cannot be determined

**Question 50** (Level 5) — *Integral of  $\ln(x)$*

Evaluate  $\int_1^e \ln(x) dx$ .

- (A) 1
- (B)  $e - 1$
- (C)  $e$
- (D) 0

## Solutions

**Q1:** (A)

$$\left[ \frac{x^2}{2} \right]_0^2 = \frac{4}{2} - 0 = 2.$$

**Q2:** (A)

$$[3x]_1^4 = 12 - 3 = 9.$$

**Q3:** (A)

$$\left[ \frac{x^3}{3} \right]_0^3 = \frac{27}{3} = 9.$$

**Q4:** (A)

$$[x^2]_1^3 = 9 - 1 = 8.$$

**Q5:** (A)

When the limits are equal, the integral is 0.

**Q6:** (A)

$$\left[ \frac{x^4}{4} \right]_0^4 = \frac{16}{4} = 4.$$

**Q7:** (A)

A rectangle with width 4 and height 2, area = 8.

**Q8:** (A)

$$[2x^2]_0^1 = 2.$$

**Q9:** (A)

$$[x]_{-1}^1 = 1 - (-1) = 2.$$

**Q10:** (A)

$$5(6) - 5(2) = 30 - 10 = 20.$$

**Q11:** (A)

$$\left[ \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} \right]_0^2 = \frac{8}{3} + 2 = \frac{14}{3}.$$

**Q12:** (A)

$$\int_5^1 f(x) dx = - \int_1^5 f(x) dx = -7.$$

**Q13:** (A)

$$\int_0^5 f(x) dx = 4 + 6 = 10.$$

**Q14:** (A)

$$\int_0^2 3f(x) dx = 3 \times 5 = 15.$$

**Q15:** (A)

$$[x^3 - x^2]_1^3 = (27 - 9) - (1 - 1) = 18.$$

**Q16:** (A)

Since  $x^3$  is odd and the interval is symmetric,  $\int_{-2}^2 x^3 dx = 0$ .

**Q17:** (A)

$$2 \int_0^1 x^2 dx = 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

**Q18:** (A)

$$\left[ \frac{x^2}{2} - 2x \right]_0^3 = \frac{9}{2} - 6 = -\frac{3}{2}.$$

**Q19:** (A)

$F(x) = x^2$ , so  $F(3) = 9$ .

**Q20:** (A)

$$\left[ \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 2x \right]_0^1 = \frac{1}{3} + \frac{3}{2} + 2 = \frac{2+9+12}{6} = \frac{23}{6}.$$

**Q21:** (A)

$$[e^x]_0^1 = e - 1.$$

**Q22:** (A)

$$[\ln(x)]_1^e = \ln(e) - \ln(1) = 1 - 0 = 1.$$

**Q23:** (A)

$$[-\cos(x)]_0^\pi = -\cos(\pi) + \cos(0) = 1 + 1 = 2.$$

**Q24:** (A)

$$[\sin(x)]_0^{\pi/2} = 1 - 0 = 1.$$

**Q25:** (A)

$$\left[ \frac{e^{2x}}{2} \right]_0^1 = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{e^2 - 1}{2}.$$

**Q26:** (A)

A right triangle with base 2 and height 2, area =  $\frac{1}{2}(2)(2) = 2$ .

**Q27:** (A)

By FTC Part 1,  $F'(x) = \frac{1}{x}$ .

**Q28:** (A)

$$[-\cos(x)]_0^{2\pi} = -1 + 1 = 0. \text{ The positive and negative areas cancel.}$$

**Q29:** (A)

$$\left[ \frac{2x^{3/2}}{3} \right]_0^4 = \frac{2(8)}{3} = \frac{16}{3}.$$

**Q30:** (A)

$$\left[ -\frac{1}{x} \right]_1^2 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}.$$

**Q31:** (A)

$$\left[ -\frac{\cos(2x)}{2} \right]_0^{\pi/4} = -\frac{\cos(\pi/2)}{2} + \frac{\cos(0)}{2} = 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

**Q32:** (A)

$$[-e^{-x}]_0^2 = -e^{-2} + 1 = 1 - e^{-2}.$$

**Q33:** (A)

$$[\ln(x+1)]_0^{e-1} = \ln(e) - \ln(1) = 1.$$

**Q34:** (A)

$$\left[ \frac{(2x+1)^4}{8} \right]_0^1 = \frac{81}{8} - \frac{1}{8} = \frac{80}{8} = 10.$$

**Q35:** (A)

$$G'(x) = e^{x^2} \cdot \frac{d}{dx}(x^2) = 2xe^{x^2}.$$

**Q36:** (A)

$$\int_0^{\pi} \frac{1+\cos(2x)}{2} dx = \left[ \frac{x}{2} + \frac{\sin(2x)}{4} \right]_0^{\pi} = \frac{\pi}{2}.$$

**Q37:** (A)

$$\frac{1}{2} \int_0^1 e^u du = \frac{1}{2}[e^u]_0^1 = \frac{e-1}{2}.$$

**Q38:** (A)

$$\int_2^4 f(x) dx = 10 - 3 = 7.$$

**Q39:** (A)

$$\frac{1}{2} \int_0^{\pi} \sin(u) du = \frac{1}{2}[-\cos(u)]_0^{\pi} = \frac{1}{2}(1 + 1) = 1.$$

**Q40:** (A)

$$\int_0^1 u du = \left[ \frac{u^2}{2} \right]_0^1 = \frac{1}{2}.$$

**Q41:** (A)

$$[xe^x]_0^1 - \int_0^1 e^x dx = e - [e^x]_0^1 = e - (e - 1) = 1.$$

**Q42:** (A)

$$\left[ -\frac{x^2}{2} \right]_{-1}^0 + \left[ \frac{x^2}{2} \right]_0^2 = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}.$$

**Q43:** (A)

$$\frac{1}{2} \int_1^2 u^{-1/2} du = \frac{1}{2}[2\sqrt{u}]_1^2 = \sqrt{2} - 1.$$

**Q44:** (A)

$$[e^x(x^2 - 2x + 2)]_0^1 = e(1 - 2 + 2) - 1(2) = e - 2.$$

**Q45:** (A)

$$\int_0^{2\pi} \frac{1-\cos(2x)}{2} dx = \left[ \frac{x}{2} - \frac{\sin(2x)}{4} \right]_0^{2\pi} = \pi.$$

**Q46:** (A)

$$F'(x) = 2xe^{-x^4} - e^{-x^2}.$$

**Q47:** (A)

$$\frac{a^3}{3} = 9 \Rightarrow a^3 = 27 \Rightarrow a = 3.$$

**Q48:** (A)

$$[x \sin(x)]_0^{\pi/2} - \int_0^{\pi/2} \sin(x) dx = \frac{\pi}{2} - [-\cos(x)]_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{2} - 1.$$

**Q49:** (A)

Since  $x^2 > x^3$  for  $0 < x < 1$ ,  $\int_0^1 x^2 dx > \int_0^1 x^3 dx$ .

**Q50:** (A)

$$[x \ln(x) - x]_1^e = (e \ln(e) - e) - (0 \ln(1) - 0) = 1.$$