1. 计算50!的尾部有多少个零?

7. 8个棋子大小相同,其中5个红的,3个蓝的.把它们放在8×8的棋盘上,每行、每列只放一个,问有多少种放法?若放在12×12的棋盘上,结果如何?

8. 有纪念章4枚、纪念册6本,赠送给10位同学,每人得一件,共有多少种不同的送法?

9. (1) 从整数1,2,…,100中选出两个数,使得它们的差正好是7,有多少种不同的选法?

(2) 如果要求选出的两个数之差小于等于7,又有多少种不同的选法?

10. 试求不定方程$x_1+x_2+\cdots+x_8=40$满足$x_i\geqslant i$ ($i=1,2,\cdots,8$)的整数解的个数?

11. 在一次选举中,甲、乙分别得到a张和b张选票($a>b$),将全部$a+b$张选票按某种顺序排列,依次计票时甲所得票数总是比乙多.问这种排列方法有多少种?

12. n个不同的字符顺序进栈恰一次,问有多少种不同的出栈方式?

13. 计数从$(0,0)$点到(n,n)点的不穿过直线$y=x$的非降路径数.

14. 有n个不同的整数,从中取出两组来,要求第一组里的最小数大于第二组里的最大数,问有多少种方案?

15. 试求n个完全一样的骰子能掷出多少种不同的点数?

16. 凸10边形的任意3条对角线不共点,试求该凸10边形的对角线交于多少个点?又把所有的对角线分割成多少段?

17. 设$n=p_1^{\alpha_1}p_2^{\alpha_2}\cdots p_l^{\alpha_l}$,其中,$p_1,p_2,\cdots,p_l$是$l$个不同的素数,试求能整除数$n$的正整数数目.

28. 证明下列组合恒等式:

(1) $\sum\limits_{k=0}^{n}(-1)^k\cdot k^2\cdot\binom{n}{k}=0$; $(n\geq 2)$

(2) $\sum\limits_{k=0}^{n}\dfrac{1}{(k+1)(k+2)}\binom{n}{k}=\dfrac{2^{n+2}-n-3}{(n+1)(n+2)}$;

(3) $\sum\limits_{k=0}^{n}\dfrac{k+2}{k+1}\binom{n}{k}=\dfrac{(n+3)\cdot 2^n-1}{n+1}$;

29. 以 $h_m(n)$ 表示用 m 种颜色去涂 $2\times n$ 棋盘，使得相邻格子异色的涂色方法数，证明

$$h_m(n) = (m^2 - 3m + 3)^{n-1} \cdot m \cdot (m-1).$$

1.

解：
要求50!的尾部有多少0，只用求有多少对2和5因子，
显然2的数量多于5，故只用求有多少个因子5，
故有12个0。

7.

解：
由于每行每列都只能放一个，故棋子只能放在棋盘的对角线上，
假设所有棋子颜色相同，有8!种放法，
从中选出三个染成红色，有$\binom{8}{3}$种方法
故有$8!\times\binom{8}{3}$种放法。
若换成12×12的棋盘，
放法变为$\binom{12}{8}\times\frac{12!}{4!}$,染色步骤不变，
故有$\binom{12}{8}\times\frac{12!}{4!}\times\binom{8}{3}$种放法。

9.

解：
(1) 题目化为解不定方程$x-y=7$
得到$x=1+k, y=8+k$,
$1\leqslant x\leqslant 100$
$1\leqslant y\leqslant 100$
求得$0\leqslant k\leqslant 92$,
故有93种不同选法。
(2) 解不定方程$x-y\leqslant 7$
$1\leqslant x\leqslant 100$
$1\leqslant y\leqslant 100$
x选1-93时，y有7种选法，
x选94时，y有6种
.
.
.

x选100时，不满足条件，
故共有$93 \times 7+6+5+4+3+2+1=679$种选法。

10.

解：
由于$1+2+3+4+5+6+7+8=36$，
将4个1分配到8个x上，
第一种情况，1，1，1，1，有$\binom{8}{4}=70$种，
第二种情况，1，1，2，有$\binom{8}{2} \times \binom{6}{1}=168$种，
第三种情况，2，2，有$\binom{8}{2}=28$种，
第四种情况，1，3，有56种，
第五种情况，4，0，有8种，
共有330个解。

17.

解：
有$a_1 \times a_2 \times a_3 \cdots \times a_l$个。

28.

解：
(1)

29.

解：
假设已经涂好了n-1排格子，只用涂最上面两个，
将它们和第n-1排的四个格子编号，

1	2
3(a)	4(b)

假设3涂a色，4涂b色，

- 1涂b色，2有m-1种涂法，
- 1不涂b色，有m-2种涂法，2也有m-2种涂法，共(m-2)(m-2),

可得$h_m(n)=h_m(n-1)\times(m^2-3m+3)$,

故$\frac{h_m(n)}{h_m(n-1)}=m^2-3m+3$,

$\frac{h_m(n-1)}{h_m(n-2)}=m^2-3m+3$,

.

.

.

$\frac{h_m(2)}{h_m(1)}=m^2-3m+3$,

易知$h_m(1)=m\times(m-1)$,

上面所有试子左右相乘，即证。