

1. 计算机视觉中的几何

Prof. : 赵旭 zhaoxu@sjtu.edu.cn

TA: 张烨圣 preacher@sjtu.edu.cn

问题 1: 针孔相机模型与齐次坐标的使用

现有一理想针孔相机 (不含畸变), 已知其焦距为 f_x, f_y , 主点坐标为 c_x, c_y , 它将相机坐标系下的点 $[X, Y, Z]^T$ 投影到图像坐标系的点 $[x, y]^T$ 。(10 分)

- 写出 x 与 X, Z , y 与 Y, Z 的关系。
- 利用齐次坐标, 将上一小问的关系写成线性形式。

评分标准: 第一问两个关系分别 2.5 分, 第二问 5 分。

问题 2: 射影变换的分解

射影变换可以分解为一串变换链的复合, 链中每个矩阵比它前一个矩阵的变换层次更高。

给定二维射影空间中的射影变换矩阵:

$$H = \begin{bmatrix} 8.375 & -0.5 & 6 \\ 16.375 & 15.5 & 12 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

将其分解为:

$$H = H_S H_A H_P = \begin{bmatrix} sR & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & \mathbf{0} \\ \mathbf{v}^T & v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & v\mathbf{t} \\ \mathbf{v}^T & v \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中, K 是上三角矩阵, 且行列式为 1, 其元素均为正数; H_S, H_A, H_P 分别为相似, 仿射和射影变换矩阵。(15 分)

评分标准: 三个矩阵各 5 分。

问题 3：仿射变换的不变量

各种几何的本质是描述几何元素在不同变换群下的不变量。

请证明平行线段的长度比是仿射变换的不变量。(20 分)

评分标准：

1. 写出仿射变换的表达式或矩阵形式 (5 分)
2. 写出平行线段长度比的代数形式 (5 分)
3. 证明长度比在仿射变换下不变 (10 分)

问题 4：理解 DLT 算法

请在 Canvas 作业中找到 Spring24_CV_ug_HW1_4.ipynb 文件阅读后在其中作答。(25 分)

问题 5：理解相机标定

请在 Canvas 作业中找到 Spring24_CV_ug_HW1_5.ipynb 文件阅读后在其中作答。(30 分)