

第三次作业参考答案

解法一：

Homework3 of statistic computation

1006160117

Ssh

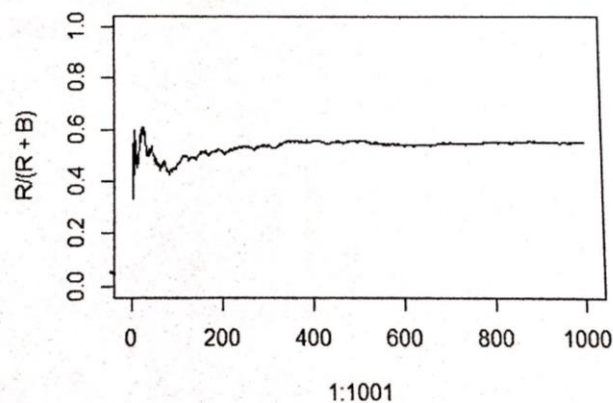
辛顺行

2019/4/7

Exe1

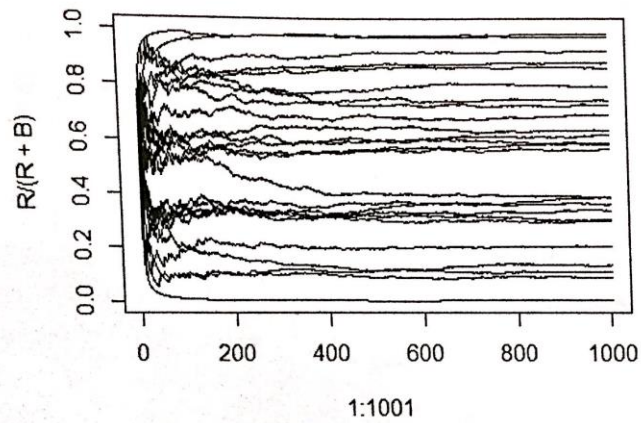
This question is simple, so read my code-answer directly please.

```
R=c(1)#just the initial value
B=c(1)#just the initial value
a=1#the parameter
for (i in 2:1001) {
  U=runif(1)#the uniform variable
  if(U<R[i-1]^a/(R[i-1]^a+B[i-1]^a)){R[i]=R[i-1]+1;B[i]=B[i-1]}#the inc
rese member of company1
  else{B[i]=B[i-1]+1;R[i]=R[i-1]}#the increse member of company2
}
plot(1:1001,R/(R+B),'l',ylim = c(0,1))#draw the market propotion of co
mpany1
```



Then draw another 24 lines in the same way. The important function of R and the result are below.

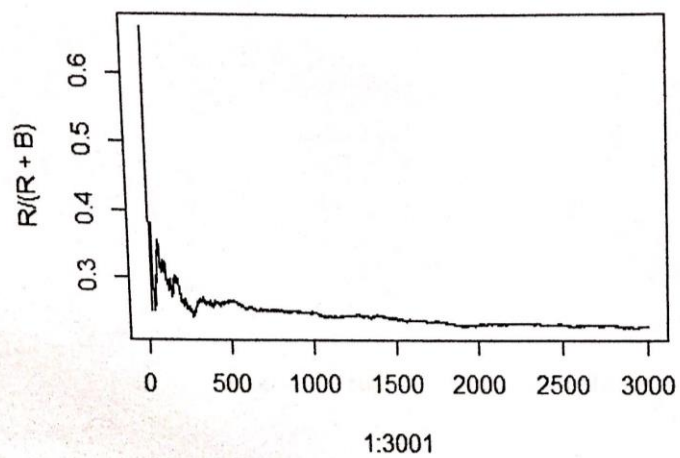
```
#lines(R/(R+B))
```



Then change the parameter a to 1.1, 1.5, 2, 3, 5, 10.

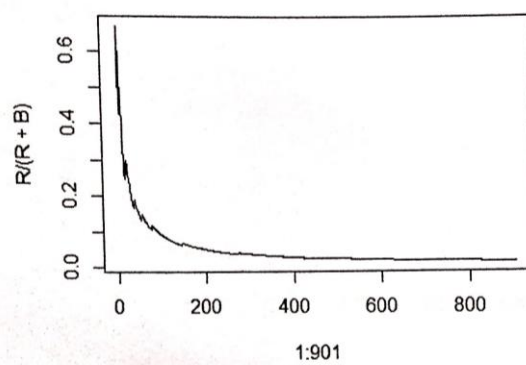
Observe the trend of lines.

AS $a=1.1$

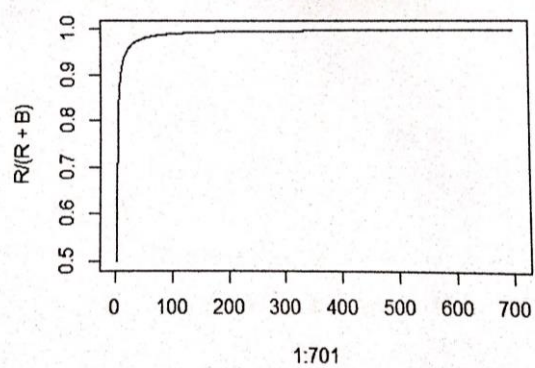


Finally, we find the proportion of market share of company 1 decrease to 0 after long steps.

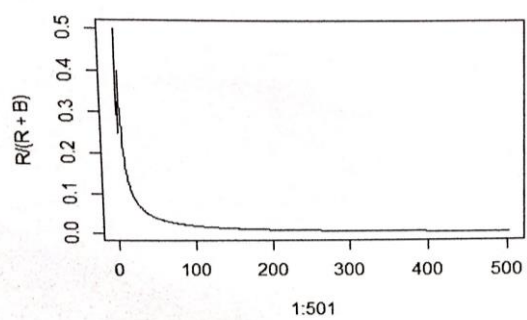
AS $a=1.5$



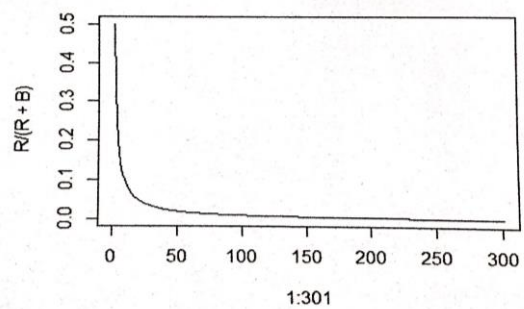
AS a=2



AS a=3



AS a=5



解法二：

第三次作业

1303160328 徐素

2019年4月9日

对Pólya's urn process稍做修改可以用来描述市场竞争中赢家通吃(winner-take-all)的现象。比如用 (R_t, B_t) 代表两家公司的用户数，即使它们提供的产品完全相同，如果新用户倾向于购买他们朋友购买的产品，公司的用户增量 Z_t 可能服从如下分布：

$$Z_t = \begin{cases} (1, 0) & \text{概率} = R_t^\alpha / (R_t^\alpha + B_t^\alpha) \\ (0, 1) & \text{概率} = B_t^\alpha / (R_t^\alpha + B_t^\alpha) \end{cases}$$

$$Z_t = \begin{cases} (1, 0) & \text{概率} = R_t^a / (R_t^a + B_t^a) \\ (0, 1) & \text{概率} = B_t^a / (R_t^a + B_t^a) \end{cases}$$

其中 $a > 1$ 。这种情况下两家公司最终不会平分市场份额，而是由一家公司占领全部市场。最终的结果与早期的一些优势或运气有很大关系。选择不同的 > 1 的值，基于上生成若干条 $Y_i = R_i / (R_i + B_i)$ 的样本路径（初始时刻 $R_0 = 1, B_0 = 1$ ），观察是否出现赢家通吃的现象以及的取值对路径收敛速度的影响。

$a > 1$ 时，画出两条不同路径

```
a = 2
n = 500
R = 1
B = 1
Y = 0.5
set.seed(1993)
for (n in 1:n) {
  draw<-sample(0:1, size = 1, prob = c(R, B) / (R+B))
  R<-R+(1-draw)
  B<-B+draw
  Y[n]<-R^a / (R^a + B^a)
}
plot(Y, type="l", ylim=(0:1))
par(new = TRUE)
a = 2
n = 500
R = 1
B = 1
Y = 0.5
set.seed(3300)
for (n in 1:n) {
  draw<-sample(0:1, size = 1, prob = c(R, B) / (R+B))
  R<-R+(1-draw)
  B<-B+draw
  Y[n]<-R^a / (R^a + B^a)
}
plot(Y, type="l", ylim=(0:1))
```

Loading [MathJax]/jax/output/HTML-CSS/fonts/TeX/fontdata.js

解法三：

Homework3

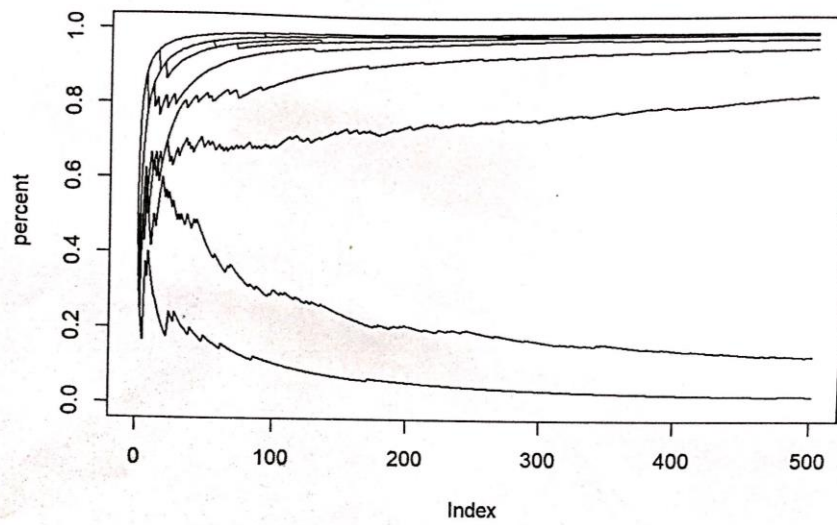
杜露露 统计1601 1303160122

2019年4月6日

首先选择 $\alpha = 1.5$, 产生10条样本路径, 其中每条路径包括501个样本点

```
set.seed(8)
#当alpha=1.5时, 取a=1.5
X=matrix(0,501,10)
for(j in 1:10){
  R=1
  B=1
  a=1.5
  Y=numeric(0)
  Y[1]=R/(R+B)
  for(i in 1:500){
    p=R^a/(R^a+B^a)
    s=runif(1)
    if(s<p){
      R=R+1
    }else{B=B+1}
    Y[i+1]=R/(R+B)
  }
  X[,j]=Y
}
plot(X[,1],type='l',ylim=c(0,1),main='A公司所占比例,alpha=1.5',ylab='percent')
for(i in 1:9){
  lines(X[,i+1])
}
```

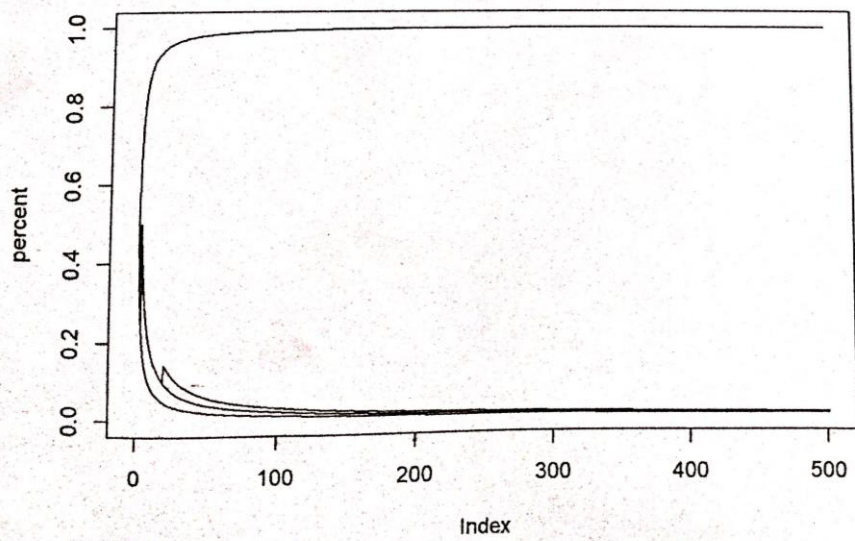
A公司所占比例,alpha=1.5



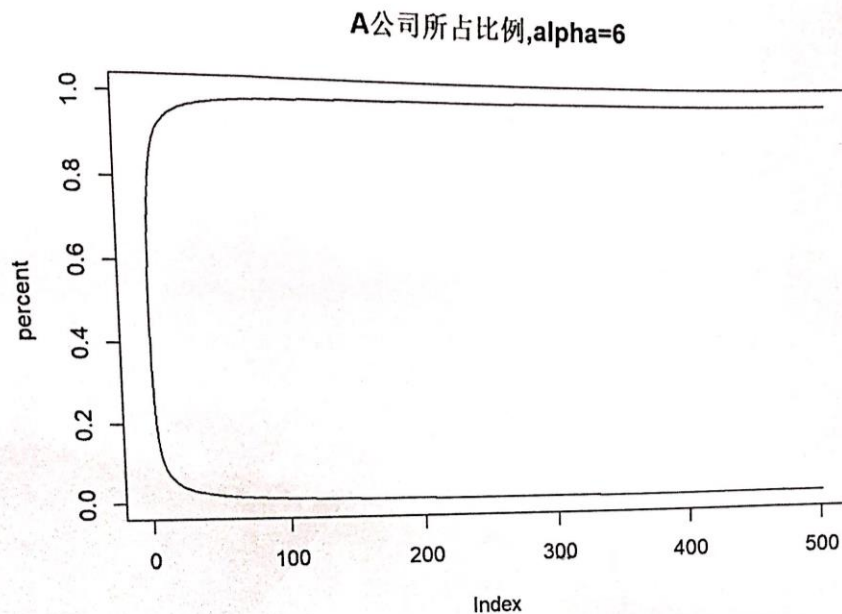
其次选择 $\alpha = 3$,产生10条样本路径, 其中每条路径包括501个样本点。

这里产生样本路径的方法类似于 $\alpha = 1.5$ 的操作, 只需要更改代码中的 $a = 1.5$ 为 $a = 3$, 因此不重复显示代码。

A公司所占比例,alpha=3



其次选择 $\alpha = 6$, 产生10条样本路径, 其中每条路径包括501个样本点。



结果分析

- 由上述三个图中的样本路径可以看出, 随着时间的变化, 市场上的两家公司A和B不会出现平分市场份额的情况, 最终要么A公司占领全部市场, 要么A公司的市场份额减少为零, 退出市场。因此, 如果新用户倾向于购买他们的朋友购买的产品, 那么市场上会出现赢家通吃的现象。
- 同时, 我们可以看出当 α 越大时, 出现某一公司完全占领市场的时间就会越短, 路径收敛越快, 也即, 当新用户对朋友购买的产品倾向度越高的话, 市场上越容易出现赢家通吃的现象。并且我们可以看出, 随着 α 的增大, 部分样本路径会完全重合, 可能出现的样本路径的种类就减少。特别是 $\alpha = 6$ 时, 出现的样本路径只有2条, 这就意味着第一次购买的情况决定了最终的结果。