

# FM

Ruichen Wang

March 19, 2019

## Abstract

Factorization machines 因子分解机基础介绍，以及其他相关模型。

## Contents

<b>1</b>	<b>Factorization Machines (FM)</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>LR、SVM、FM</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Matrix Factorization(MF)</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Field-aware Factorization Machines (FFM)</b>	<b>4</b>
<b>5</b>	<b>DeepFM</b>	<b>5</b>
<b>6</b>	<b>Answers ?</b>	<b>6</b>
<b>7</b>	<b>Other model</b>	<b>7</b>

## 1 Factorization Machines (FM)

目前常见的工业推荐系统会分为召回和排序两个阶段，这两个阶段各司其职，职责分明。召回主要考虑泛化性并把候选物品集合数量降下来；排序则主要负责根据用户特征、物品特征、上下文特征对物品进行精准排名。

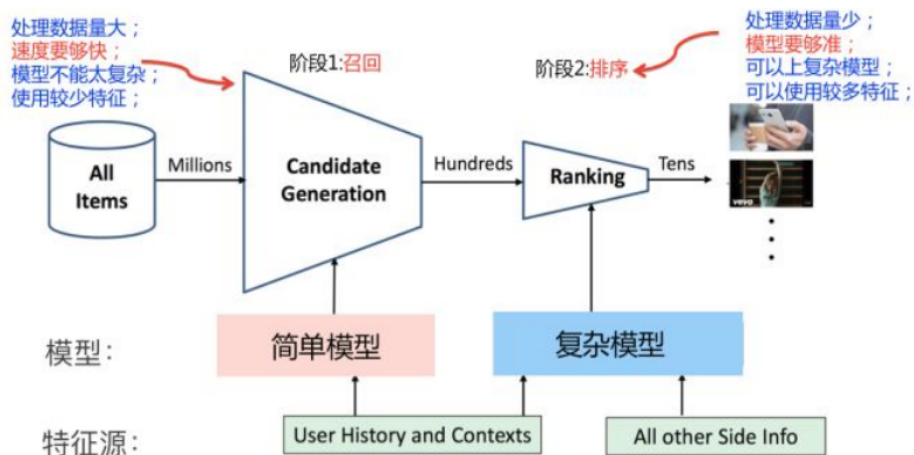


Figure 1: 推荐系统的两个模块

在介绍具体内容之前，一起思考下面几个问题：

1. 多路召回有什么优势？有什么缺点？
2. 单路召回行不行？能不能用一个统一的模型来将多路召回改成单路召回？
3. 能不能将召回阶段与排序阶段整合起来？有什么困难、不同？
4. 多路召回如何选择K值？能否端到端优化？
5. 不使用FM or DeepFM,直接使用DNN行不行？

FM [3] 主要被用来处理高稀疏的特征。有类似LR的线性的计算复杂度。在实际应用中常用来做排序。

**FM模型** 假设  $x \in R^n$ , 待计算的模型参数  $w_0 \in R, \mathbf{w} \in R^n, \mathbf{V} \in R^{n \times k}$ .

$$\hat{y} = w_0 + \sum_{i=1}^n w_i x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n \langle \mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j \rangle x_i x_j$$

where

$$\langle \mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j \rangle = \sum_{m=1}^k v_{i,m} \cdot v_{j,m}$$

**数学变换** 原问题的复杂度是  $O(kn^2)$ . 通过一些数学变换可以优化到线性的复

复杂度 $O(kn)$ . 达到了和LR接近的性能。

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n \langle \mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j \rangle x_i x_j &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \langle \mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j \rangle x_i x_j - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \langle \mathbf{v}_i, \mathbf{v}_i \rangle x_i x_i \\ &= \frac{1}{2} \sum_{m=1}^k \left( \left( \sum_{i=1}^n v_{i,m} x_i \right)^2 - \sum_{i=1}^n v_{i,m}^2 x_i^2 \right)\end{aligned}$$

\*哪来的 $\frac{1}{2}$ ?

## 2 LR、SVM、FM

LR的特点: 模型简单, 容易解释, 规模弹性, 人工构造or组合特征, 学习一阶特征权重.

$$\hat{y} = \sigma(w^T x)$$

SVM我们分两种来讨论:

线性核(linear kernel) SVM:  $K(x, z) = 1 + \langle x, z \rangle$ . 这里等价于d=1的FM

$$\phi(x) = (1, x_1, \dots, x_n)$$

$$\hat{y} = w_0 + \sum_i^n w_i x_i$$

多项式核(polynomial kernel) SVM:  $K(x, z) = (1 + \langle x, z \rangle)^d$ , d=2时

$$\phi(x) = (1, \sqrt{2}x_1, \dots, \sqrt{2}x_n, x_1^2, \dots, x_n^2, \sqrt{2}x_1x_2, \dots, \sqrt{2}x_{n-1}x_n)$$

多项式SVM可以写成:

$$\hat{y} = w_0 + \sqrt{2} \sum_{i=1}^n w_i x_i + \sum_{i=1}^n w_i^2 x_i^2 + \sqrt{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n w_{i,j}^2 x_i x_j$$

多项式SVM同样是二阶特征, 跟FM比差在哪?

要学习到一个足够可靠的 $w_{i,j}$ , 需要足够的 $(i, j)$  case。只要用户i 或者商品j 有一个为0, 就没有办法学习 $w_{i,j}$ 。如果数据非常稀疏, 那么就意味着没有足够的case来学习 $w_{i,j}$ 。

- SVM需要数据相对稠密,  $(i, j)$ 之间交互要足够多。
- SVM学习常需要转化成对偶形式, FM可以直接求解

对于FM来说, 它可以通过低维向量间的相似性去估计 $w_{i,j}$ 。哪怕 $w_{i,j}$ 没有出现过。

举个例子来说, 比如小A和小B都买了商品M, 小B还买了商品N, 那么FM能够学习到:

$$\langle V_A, V_M \rangle \approx \langle V_B, V_M \rangle$$

$$\langle V_B, V_M \rangle \approx \langle V_B, V_N \rangle$$

$V_A$ 与 $V_B$ 近似。  $V_M$ 与 $V_N$ 近似。 那么 $\langle V_A, V_N \rangle$ 的概率也应该很高。而对于SVM, 信息是相互独立的, 没有类似的泛化能力。

### 3 Matrix Factorization(MF)

Matrix Factorization 矩阵分解的核心思想是通过两个低维小矩阵的乘积计算，来模拟真实用户点击或评分产生的大的协同信息稀疏矩阵，本质上是编码了用户和物品协同信息的降维模型。

和FM有什么不一样？

MF可以被认为是只有User ID 和Item ID这两个特征的FM模型，MF将这两类特征通过矩阵分解,学习到user 和item 的embeddings. 而FM可以看作是扩展的MF, 可以加入更多的side info.

MF类的模型不能引入其他信息（只考虑ID），明显不够完备。这也是为何矩阵分解类的方法很少看到在Ranking阶段使用，通常是作为一路召回形式存在的原因。

### 4 Field-aware Factorization Machines (FFM)

FFM [2] 主要是针对不同特征，细分到不同的field再学习一个独立的embedding.

$$\phi_{FFM}(\mathbf{w}, \mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n (\mathbf{w}_{i,f_j}, \mathbf{w}_{j,f_i}) \mathbf{x}_i \mathbf{x}_j$$

Clicked	Publisher (P)	Advertiser (A)	Gender (G)
Yes	ESPN	Nike	Male

Figure 2: FFM 例子

对于之前的FM来说:

$$\phi_{FM}(w, x) = w_{ESPN} \cdot w_{Nike} + w_{ESPN} \cdot w_{Male} + w_{Nike} \cdot w_{Male}$$

FM中不同的field (广告or 性别)，特征 $w_{ESPN}$ 其实用的都是同一个向量。

FFM这些向量做了更细致的特征表达，对于每一个不同的field,都学习一个向量 (Field-aware)。

$$\phi_{FFM}(w, x) = w_{ESPN,A} \cdot w_{Nike,P} + w_{ESPN,G} \cdot w_{Male,P} + w_{Nike,G} \cdot w_{Male,A}$$

假设一共有n个field,每一个特征都要训练n-1个向量。在FM中，我们可以通过优化，把计算量降低到 $O(kn)$ 。而FFM无法做类似的优化，FFM的模型参数量是  $(n-1) * k * n$ , 计算的复杂度是 $O(kn^2)$ 。带来的影响就是计算缓慢+过拟合。

论文中也提到这一点，特别提出了在FFM的情况下， $k_{FFM} \ll k_{FM}$

## 5 DeepFM

DeepFM[1] 是一种结合深度学习DNN与FM的网络结构。

通常我们在整理特征时，常采用one-hot来进行编码，这样做在DNN中有什么问题？

在离散特征很稀疏时，常常向量维度比较大，concat到一起后，输入层的长度也会很大。比如输入层有100w的节点，通过FC layer之后变成500个节点。模型需要计算5亿个参数，这样做往往是不可行的。如何解决呢？结合分治的思想，先把每一个field都由稀疏向量转为稠密。也就是DeepFM中的Dense embeddings。

一般来说，单纯的MLP表达低阶特征组合的能力很弱，我们希望能够把低阶的特征单独建模。也就是并行的融合高阶与低阶的特征。像Deep & wide 中就采用了LR与DNN的组合，Wide部分的采用LR，以手工特征为输入。那么我们的DeepFM到这里也就呼之欲出了：把LR模块替换成FM,就是DeepFM模型。

$$\hat{y} = \sigma(y_{FM} + y_{DNN})$$
$$y_{FM} = \langle w, x \rangle + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n \langle \mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j \rangle x_i x_j$$

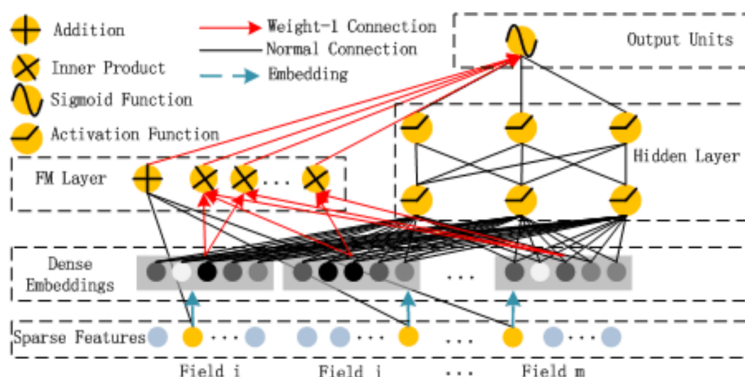


Figure 3: DeepFM 网络结构

DeepFM模型的特点：

- field 间各自embeddings
- FM和DNN共享embeddings (为什么要这么做?)
  - embeddings学习了高阶与低阶的特征交叉
  - 不再需要特征工程
- 虽然不同field长度不同，但是embedding的长度是一样大的

## 6 Answers ?

### 1. 多路召回有什么优势？有什么缺点？

多路召回的缺点：

- 不同策略召回的item打分不能统一比较，所以需要靠ranking模型来进行打分。
- 多路召回的另一个问题就是，每一路应该选多少候选集？也就是K值的选择。每一路的K值其实是超参数，线上需要不断调整，其实我们并不知道最优的k的组合是什么。理解的情况，每个用户对不同路的召回兴趣是不同的，所以不同路的召回应该有不同的K值。
- 在排序ranking部分也有可能产生一些问题，新增的召回策略有可能没有把相对应的特征加到ranking中，导致新增召回回路看上去没什么用，因为即使你找回来了，而且用户真的可能点击，但是在排序阶段死活排不上去。

多路召回的优点：

- 上线新召回算法比较灵活
- 不同路召回之间没有耦合关系,上线一个召回不会影响其他模型

### 2. 单路召回行不行？能不能用一个统一的模型来将多路召回改成单路召回？

可以。FM构造一个单路召回的模型

$$\hat{y} = FM(User, Item, Context)$$

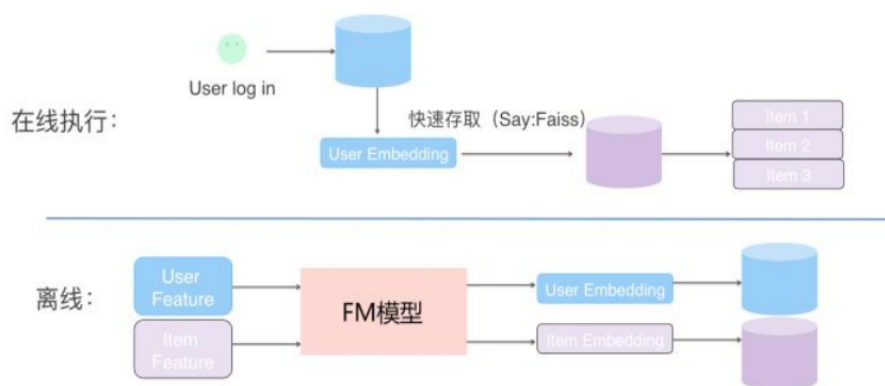


Figure 4: 最简单的FM模型，暂不考虑context

加入一阶特征trick：在原始的FM/FFM中，是有一阶特征的（LR部分），如何在召回时也加入这部分？

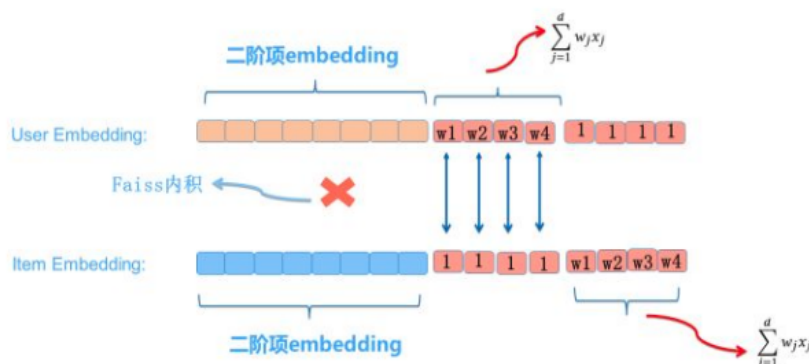


Figure 5: user特征累加，对应item位置置1

结合context: 一种思路可以是计算context特征的sum average,然后通过 $U + C$ 去召回出Item,根据 $\langle U, C \rangle$ 进行Item排序。

### 3. 能不能将召回阶段与排序阶段整合起来? 有什么困难、不同?

要将这两块整合，主要考虑两个方面：1、速度（海量数据的查询，例如similarity search topk embeddings的速度）。2、精度(没有了粗排之后，精度还能否有保障?)

如果是在排序阶段使用FM/FFM或者其他模型，因为此时用户已知，要排序的具体是哪篇文章也知道,都是少量数据，此时模型的任务是要判断用户是否对某篇文章感兴趣，所以用户特征和物料特征可以同时作为模型的输入。

而如果是在召回阶段使用FM/FFM模型，user的信息是有的，但是item的信息往往是千万量级的，要求模型在海量数据中找到那一小批用户感兴趣的item出来，而且要保证速度。

### 4. 不使用FM or DeepFM,直接使用DNN行不行?

只使用DNN, 对于低阶的组合特征，比较难以学习到的低阶特征。而对于CTR领域，低阶特征是非常重要的。这一思路在后来的DCN网络结构中也有体现。最原始的 $x_0$ 一直都作为每一层的直接输入。

## 7 Other model

Attentional FM, xDeepFM ...

## References

- [1] Huifeng Guo, Ruiming Tang, Yunming Ye, Zhenguo Li, and Xiuqiang He. Deepfm: A factorization-machine based neural network for CTR prediction. *CoRR*, abs/1703.04247, 2017.

- [2] Yu-Chin Juan, Yong Zhuang, Wei-Sheng Chin, and Chih-Jen Lin. Field-aware factorization machines for CTR prediction. In Shilad Sen, Werner Geyer, Jill Freyne, and Pablo Castells, editors, *Proceedings of the 10th ACM Conference on Recommender Systems, Boston, MA, USA, September 15-19, 2016*, pages 43–50. ACM, 2016.
- [3] Steffen Rendle. Factorization machines. In Geoffrey I. Webb, Bing Liu, Chengqi Zhang, Dimitrios Gunopulos, and Xindong Wu, editors, *ICDM 2010, The 10th IEEE International Conference on Data Mining, Sydney, Australia, 14-17 December 2010*, pages 995–1000. IEEE Computer Society, 2010.