卡尔曼滤波原理及其在无人机中的应用

摘要：随着无人机的技术的快速发展，其越来越表现出巨大的实用前景。无人机的造假高昂，需要降低成本。其采用的加速度计、陀螺仪等随着应用增加会面临精度下降，测量值波动增加等问题。针对MEMS加速度传感器和陀螺仪精度下降的问题，对其采用优化控制研究必不可少，而卡尔曼滤波在优化估计中有着巨大作用，被广泛应用于无人机系统中，用以获取更高精度的位置参数。

关键字：无人机， 卡尔曼滤波， 加速度，位置

**1.引言：**

卡尔曼滤波理论在二十世纪六十年代中被提出，适用领域包括：目标跟踪、故障诊断、计量经济学、惯导系统。被广泛应用于与工业控制相关的各个领域，包括航空航天、导弹等尖端领域，也包括现在的人脸识别和自动驾驶等各个新兴邻域，成为自动控制相关领域的基础理论之一。

更加确切的说，卡尔曼滤波（Kalman filtering）是一种利用线性系统状态方程，通过系统输入输出观测数据，对系统状态进行最优估计的算法。但是由于观测数据中包括系统中的噪声和干扰的影响，所以最优估计也可看作是滤波过程。近年来随着无人机技术的发展，除了军用等领域，在民用领域，小型无人机也开始具有广大的应用前景和商业前景。但商业无人机的发展面临巨大的成本挑战，采用较低精度的传感器如陀螺仪、MEMS加速度传感器等，固然能降低成本，但是其测量精确度与准确度会有所下降，且随着应用时间增加，其测量值的浮动范围会进一步增大。这不利于无人机的飞行控制，构成了无人机产品质量的巨大障碍。而应用卡尔曼滤波则在一定程度上很好的解决了这个问题，使得在测量精度并不显著下降的前提下，降低无人机成本成为可能。同理，即使在高端无人机中，卡尔曼滤波对于进一步提高测量精度与准确度也具有重要意义，使得长时间飞行变得更安全更稳定。

**2.卡尔曼滤波器**：

简单来说，卡尔曼滤波器是一个“optimal recursive data processing algorithm（最优化自回归数据处理算法）”。对于解决很大部分的问题，他是最优，效率最高甚至是最有用的。其广泛应用已经超过30年。近年来更被应用于计算机图像处理，例如人脸识别，图像分割，图像边缘检测等等。

**2.1卡尔曼滤波器的基本思想**

卡尔曼滤波器是用状态空间概念描述其数学公式的，另外新颖的特点是，他的解递归运算，可以不加修改地应用于平稳和非平稳环境。尤其是，其状态的每一次更新估计都由前一次估计和新的输入数据计算得到，因此只需存储前一次估计。除了不需要存储过去的所有观测数据外，卡尔曼滤波计算比直接根据滤波过程中每一步所有过去数据进行估值的方法都更加有效。

+

+

图2.1 线性动态离散时间系统的信号流图表示

“状态”的概念是这种表示的基础。状态向量，定义为数据的最小集合，即状态由预测系统未来特性时所需要的，与系统的过去行为有关的最少的数据组成。比较有代表性的情况是，状态未知。为了估计它，可以使用一组观测数据，在途中用向量表示。成为观测向量或者简称观测值，并假设其是维的。

在数学上，图2.1表示的信号流图隐含着一下两个方程：

1. 过程方程

(2.1)

式中，向量表示噪声过程，可建模为零均值的白噪声过程，且其相关矩阵定义为

1. 测量方程

(2.2)

其中是已知的测量矩阵。向量称为测量噪声，建模为零均值的白噪声过程，其相关矩阵为

(2.3)

测量方程(2.2)确立了可测系统输出与状态之间的关系，如图2.1所示。

**2.2 新息过程**

为了说明卡尔曼滤波问题，将应用基于新息过程的方法。据前所述，用向量表示时刻到时刻所有观测数据的过去值给定的情况，时刻观测数据的最小均方估计。过去值用观测值表示，他们张成的向量空间用表示。从而可以定义新息过程如下：

(2.4)

其中向量表示观测数据的新息。

**2.3 应用新息过程进行状态估计**

下面，根据信息过程导出状态的最小均方估计。根据推导，这个估计可以表示成为新息过程序列的线性组合，即

(2.5)

其中是一组待定的矩阵。根据正交性原理，预测状态误差向量与新息过程正交，即

(2.6)

将式(2.5)代入式(2.6)，并利用新息过程的正交性质，即得

(2.7)

因此，式(2.7)两边同时右乘逆矩阵，可得的表达式为

(2.8)

最后，将式(2.8)带入式(2.5)，可得最小均方差估计

(2.9)

故对于，有

(2.10)

然而，时刻的状态与时刻的状态的关系式由式可以推导出对于，有

(2.11)

其中只与观测数据有关。因此可知，与彼此正交(其中)。利用式(3.11)以及当时的计算公式，可将式(2.10)右边的求和项改写为

(2.12)

进一步讨论，引入如下基本定义。

**2.4 卡尔曼增益**

定义矩阵

(2.13)

其中是状态向量和新息过程的互相关矩阵。利用这一定义和式(2.12)的结果，可以将式(2.10)简单重写为

(2.14)

式(2.14)具有明确的物理意义。它表明：线性动态系统状态的最小均方估计可以由前一个估计求得。为了表示对卡尔曼开创性贡献的认可，矩阵被称为卡尔曼增益。

针对怎样以一种便于计算的形式来表示卡尔曼增益。为此，首先将与乘积的期望表示为

(2.15)

式中利用了状态与噪声向量互不相关，由于预测状态误差向量与估计正交，因此与乘机的期望为零。这样，用预测状态误差向量代替相乘因子，将不会引起式(2.15)变化，故有

(2.16)

由此，可将上式进一步变化为

(2.17)

现在我们重新定义卡尔曼增益。为此，将式(3.17)代入式(3.13)得

(2.18)

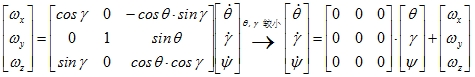
以上即为卡尔曼滤波的整个过程已经相应的参数设置，将其中参数变量进行小结。小结结果如附录表2.1所示。

3 卡尔曼滤波在无人机上的应用

虽然kalman滤波具有许多有点，但是也存在一些缺点。其中主要的一点就是Kalman滤波的计算量与状态向量的维数相关，状态量越多，计算量也越大。这意味着状态越多、模型越复杂、非线性程度越高，处理器的数据计算负担越重，控制的实时性也越差。但在某些情况下，可通过适当简化滤波模型来简化滤波计算，在保证估计精度的同时，提高算法的实时性。低动态能力的四旋翼无人机的姿态估计问题即可利用此思想。

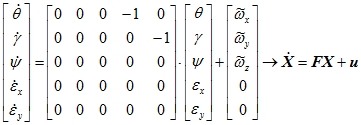
1. 状态模型的建立

通常，四旋翼无人机动态性能较低，难以做大幅度的滚转和横滚机动。此外，受体积限制，无人机飞控系统仅能使用精度十分低的MEMS加速度计和陀螺仪作为姿态测量传感器，直接利用陀螺仪测量得到的角速率信息积分计算姿态，姿态漂移十分严重。基于这两个方面，在利用Kalman滤波方法进行姿态估计时，作为滤波器状态模型的非线性姿态微分方程可以进行近似化处理，变为简单的线性方程，如下所示：

 (1)其中， 为俯仰角； 为横滚角； 为航向角。在姿态更新计算中，Wx、Wy、Wz 为陀螺仪三轴角速度测量值，显然，陀螺仪测量值不可避免的存在测量误差，其中的零漂( 、 、 )是最为重要的误差。基于此，选定状态变量如下：（由于目前实验仅使用加速度计， 方向的参数得不到有效估计，因此暂时先这样确定态

https://pic1.zhimg.com/80/v2-6c5a53b140943a866d98fc7ed71c63b3_720w.jpg

则状态方程建立为

 (2)这里， 为状态转移矩阵；带波浪线的、 、 表示为陀螺仪三轴角速度测量值。（2）量测模型的建立 由于MEMS传感器精度很差，加上该模型是个简化的线性模型，因此需要使用加速度计得到的姿态角对积分姿态进行校正。其中，由加速度计得到的俯仰角 和横滚角 （由加速度计测量的重力与实际重力之间的关系不难推得）如下所示：

https://pic2.zhimg.com/80/v2-3f6bc70778c7c5e20a0dce3e3f3255a8_720w.jpg (3)

https://pic4.zhimg.com/80/v2-8735a3b89cdeccfc5255f075a8fdd4c8_720w.jpg

(4)其中， 为加速度计的测量信息。将(3)和(4)作为量测信息 ，则无人机姿态滤波器的量测方程很容易得到：

(5)其中， 为量测转移矩阵， 为量测噪声。值得说明的是，这里将载体运动导致的姿态角误差均看做姿态测量噪声。 至此，通过状态方程(2)、量测信息(3)和(4)、及量测方程(5)可进行Kalman滤波更新计算估计出姿态角和陀螺仪零漂误差。（3）Kalman

(6)其中，离散化的状态转移矩阵 为

控制量 为 ，其中的 为更新周期。 b). 一步预测估计误差的协方差

(7)其中， 为系统噪声方差阵。 c). 滤波增益矩阵

(8)其中， 为量测噪声方差阵。 d). 状态估计

(9) e). 状态估计误差的协方差

(10) 至此，通过式(6)-(10)即可对姿态角和陀螺漂移实现估计。但是，直接使用(6)-(10)式计算十分复杂，尤其是式(8)中还存在矩阵求逆计算，导致算法实时性下降。 然而，系统模型和量测模型十分简单，状态估计误差阵中仅有几个元素不为0，因此状态估计误差协方差阵中的元素可以直接计算,，从而避免冗余的矩阵运算，提高算法实时性。 每次Kalman滤波迭代更新后， 中除对角线元素不为0外，只有、、 和不为0.，且 、。 展开式(7)得到

滤波增益 为

令

则估计误差的协方差阵为<

由此，姿态估计的机上执行程序可总结如下： a). 一步预测估计

b). 一步预测估计误差的协方差

c). 滤波增益

d). 状态估计值

f). 估计误差的协方差

（4）实验验证 MEMS惯导为MPU6050，包含一个加速度计和陀螺仪。导航处理器为STM32F104ZET6，MPU6050传感器数据通过I2C总线传递给导航处理器，导航处理器进行数据解算，得到姿态。 a). 第一组实验中，人为增加了一些上下、前后和左右的运动。首先，利用互补滤波方法对姿态进行估计，其中，陀螺仪和加速度计的数据均进行了10阶的滑动窗口滤波预处理；然后利用本文方法进行姿态估计。实验结果如下所示。

图1 俯仰角估计曲线

图2 横滚角估计曲线 由图1、图2可以看出，相较于传统的互补滤波算法，Kalman滤波方法的姿态估计值更加平滑，这是Kalman滤波的其中一个优势。但是，由图1可以看到，在开始阶段，Kalman滤波的收敛速度比互补滤波方法稍慢一些。 b). 第二组实验人为增加一些简单的俯仰和横滚机动，看其动态性能如何。实验结果如图3所示。

图3 实验组2的实验结果 由图3可得，Kalman滤波方法比互补滤波方法的估计值超前，这意味着Kalman滤波比互补滤波的跟随性更好。在此处，互补滤波使用了10阶的滑动窗口滤波预处理，但是如果为了使估计曲线更加平滑，需要增大预处理滤波的阶数，这也降低了互补滤波方法的跟随性，造成估计值更加滞后，而Kalman滤波就不存在此问题。由此可见，Kalman滤波在跟随性方面具有无可比拟的优势。 此外，在计算中，乘法计算是影响计算实时性的主要因素，因此对互补滤波算法和Kalman滤波方法的乘法计算量进行统计。 如表1所示。

经过模型的简化，Kalman滤波方法的计算量仅为互补滤波方法的67%。但是在跟随性（或者成为动态性）和平滑性方面，Kalman滤波方法更佳

**附录：**

**表2.1 卡尔曼变量和参数小结**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **变量** | **定义** | **维数** |
|  | 时刻状态 |  |
|  | 时刻状态值 |  |
|  | 从时刻到时刻的转移矩阵 |  |
|  | 时刻的测量矩阵 |  |
|  | 过程噪声的相关矩阵 |  |
|  | 过程噪声的相关矩阵 |  |
|  | 给定观测值在时刻状态的预测估计 |  |
|  | 给定观测值在时刻状态的滤波估计 |  |
|  | 时刻卡尔曼增益矩阵 |  |
|  | 时刻新息向量 |  |
|  | 新息向量的相关矩阵 |  |
|  | 中误差相关矩阵 |  |
|  | 中误差相关矩阵 |  |