

目录

[摘要 1](#_Toc45485151)

[关键词 1](#_Toc45485152)

[1. 前言 1](#_Toc45485153)

[2. Kalman滤波器 2](#_Toc45485154)

[2.1卡尔曼滤波器的基本思想 2](#_Toc45485155)

[2.2 新息过程 3](#_Toc45485156)

[2.3 应用新息过程进行状态估计 3](#_Toc45485157)

[2.4 卡尔曼增益 5](#_Toc45485158)

[**3** 卡尔曼滤波在无人机上的应用 6](#_Toc45485159)

[4 总结与展望 7](#_Toc45485160)

[参考文献 8](#_Toc45485161)

[附录： 9](#_Toc45485162)

**卡尔曼滤波原理及其在无人机中的应用**

# 摘要

随着无人机的技术的快速发展，其越来越表现出巨大的实用前景。无人机的造假高昂，需要降低成本。其采用的加速度计、陀螺仪等随着应用增加会面临精度下降，测量值波动增加等问题。针对MEMS加速度传感器和陀螺仪精度下降的问题，对其采用优化控制研究必不可少，而卡尔曼滤波在优化估计中有着巨大作用，被广泛应用于无人机系统中，用以获取更高精度的位置参数。

关键词：反应级数，速率常数，一元线性回归

# 前言

在卡尔曼滤波理论在二十世纪六十年代中被提出，适用领域包括：目标跟踪、故障诊断、计量经济学、惯导系统。被广泛应用于与工业控制相关的各个领域，包括航空航天、导弹等尖端领域，也包括现在的人脸识别和自动驾驶等各个新兴邻域，成为自动控制相关领域的基础理论之一。

更加确切的说，卡尔曼滤波（Kalman filtering）是一种利用线性系统状态方程，通过系统输入输出观测数据，对系统状态进行最优估计的算法[1]。但是由于观测数据中包括系统中的噪声和干扰的影响，所以最优估计也可看作是滤波过程。近年来随着无人机技术的发展，除了军用等领域，在民用领域，小型无人机也开始具有广大的应用前景和商业前景。但商业无人机的发展面临巨大的成本挑战，采用较低精度的传感器如陀螺仪、MEMS加速度传感器等，固然能降低成本，但是其测量精确度与准确度会有所下降，且随着应用时间增加，其测量值的浮动范围会进一步增大。这不利于无人机的飞行控制，构成了无人机产品质量的巨大障碍。而应用卡尔曼滤波则在一定程度上很好的解决了这个问题，使得在测量精度并不显著下降的前提下，降低无人机成本成为可能。同理，即使在高端无人机中，卡尔曼滤波对于进一步提高测量精度与准确度也具有重要意义，使得长时间飞行变得更安全更稳定。

# Kalman滤波器

简单来说，卡尔曼滤波器是一个“optimal recursive data processing algorithm（最优化自回归数据处理算法）”。对于解决很大部分的问题，他是最优，效率最高甚至是最有用的。其广泛应用已经超过30年。近年来更被应用于计算机图像处理，例如人脸识别，图像分割，图像边缘检测等等[2]。

2.1卡尔曼滤波器的基本思想

卡尔曼滤波器是用状态空间概念描述其数学公式的，另外新颖的特点是，他的解递归运算，可以不加修改地应用于平稳和非平稳环境[3]。尤其是，其状态的每一次更新估计都由前一次估计和新的输入数据计算得到，因此只需存储前一次估计。除了不需要存储过去的所有观测数据外，卡尔曼滤波计算比直接根据滤波过程中每一步所有过去数据进行估值的方法都更加有效。

+

+

图2.1 线性动态离散时间系统的信号流图表示

“状态”的概念是这种表示的基础。状态向量，定义为数据的最小集合，即状态由预测系统未来特性时所需要的，与系统的过去行为有关的最少的数据组成。比较有代表性的情况是，状态未知。为了估计它，可以使用一组观测数据，在途中用向量表示。成为观测向量或者简称观测值，并假设其是维的。

在数学上，图2.1表示的信号流图隐含着一下两个方程：

（1）过程方程

(2.1)

式中，向量表示噪声过程，可建模为零均值的白噪声过程，且其相关矩阵定义为：

（2）测量方程

(2.2)

其中是已知的测量矩阵。向量称为测量噪声，建模为零均值的白噪声过程，其相关矩阵为

(2.3)

测量方程(2.2)确立了可测系统输出与状态之间的关系，如图2.1所示。

2.2 新息过程

为了说明卡尔曼滤波问题，将应用基于新息过程的方法。据前所述，用向量表示时刻到时刻所有观测数据的过去值给定的情况，时刻观测数据的最小均方估计。过去值用观测值表示，他们张成的向量空间用表示。从而可以定义新息过程如下：

(2.4)

其中向量表示观测数据的新息。

2.3 应用新息过程进行状态估计

下面，根据信息过程导出状态的最小均方估计。根据推导，这个估计可以表示成为新息过程序列的线性组合，即

(2.5)

其中是一组待定的矩阵。根据正交性原理，预测状态误差向量与新息过程正交，即

(2.6)

将式(2.5)代入式(2.6)，并利用新息过程的正交性质，即得

(2.7)

因此，式(2.7)两边同时右乘逆矩阵，可得的表达式为

(2.8)

最后，将式(2.8)带入式(2.5)，可得最小均方差估计

(2.9)

故对于，有

(2.10)

然而，时刻的状态与时刻的状态的关系式由式可以推导出对于，有

(2.11)

其中只与观测数据有关。因此可知，与彼此正交(其中)。利用式(3.11)以及当时的计算公式，可将式(2.10)右边的求和项改写为

(2.12)

进一步讨论，引入如下基本定义。

2.4 卡尔曼增益

定义矩阵

(2.13)

其中是状态向量和新息过程的互相关矩阵。利用这一定义和式(2.12)的结果，可以将式(2.10)简单重写为

(2.14)

式(2.14)具有明确的物理意义。它表明：线性动态系统状态的最小均方估计可以由前一个估计求得。为了表示对卡尔曼开创性贡献的认可，矩阵被称为卡尔曼增益。

针对怎样以一种便于计算的形式来表示卡尔曼增益。为此，首先将与乘积的期望表示为

(2.15)

式中利用了状态与噪声向量互不相关，由于预测状态误差向量与估计正交，因此与乘机的期望为零。这样，用预测状态误差向量代替相乘因子，将不会引起式(2.15)变化，故有

(2.16)

由此，可将上式进一步变化为

(2.17)

现在我们重新定义卡尔曼增益。为此，将式(3.17)代入式(3.13)得

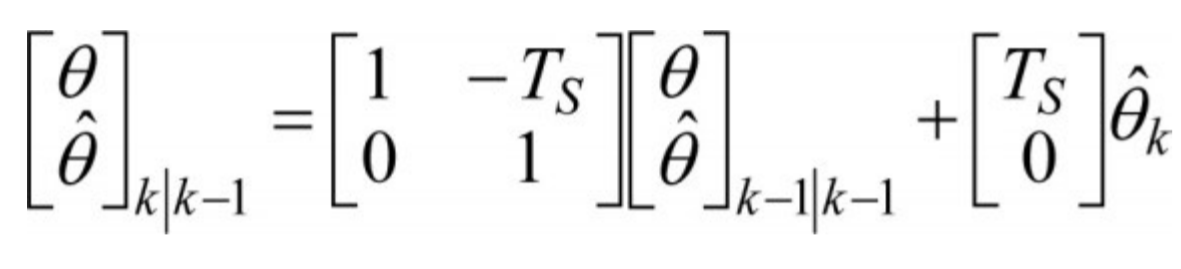
(2.18)

以上即为卡尔曼滤波的整个过程已经相应的参数设置，将其中参数变量进行小结。小结结果如附录表2.1所示。

# 3 卡尔曼滤波在无人机上的应用

小型四旋翼无人机外形结构简单并易于操作，它的飞行控制技术成为无人机研究重点之一，无人机具有多变量、非线性、强耦合和干扰敏感的特性。许多企业投资开发成本低的小型无人机满足国内需求之外还出售国外玩具市场，但其产品传感器陀螺仪容易受时间产生漂移，对控制器性能产生影响。小型四旋翼无人机受体积限制，速度很低，其精确值很难直接用速度传感器测量[4]。飞控系统仅能使用精度十分低的MEMS加速度计和陀螺仪作为姿态测量传感器，直接利用陀螺仪测量得到的角速率信息积分计算姿态，姿态漂移十分严重。Kalman滤波算法最早在定位导航领域应用效果显著，相比互补滤波算法，递归最小二乘法推算是卡尔曼滤波器最吸引人的特性之一，它可计算的方法来估计过程的状态，并使估计均方误差最小，比其它滤波器更容易实现。下文主要说明利用卡尔曼滤波对小型四旋翼无人机中的角度测量进行建模。

利用角度和角速度偏差建立系统状态矩阵,表示为, 其中θ表示角度，表示角速度偏差，为加速度计 和陀螺仪测量的角速度偏差，把陀螺仪的测量值减去这个偏差就可以得到陀螺仪的真实角速度值。 根据前面五个公式建立无人机卡尔曼滤波器。第一步，推算角度先验角度：



（3.1）

其中F=，TS取负是因为在计算先验角度时，角速度偏差不能直接在传感器上获得，通过公式陀螺仪积分的角度减去前一时刻状态估计角度得到。

第二步：

K|K-1=\* K|K-1+

(3.2)

其中Qk=

对于误差协方差矩阵p是一个2\*2的矩阵,而对于飞控系统那就是加速度计的状态估计协方差以及陀螺仪的偏差协方差。一般系统的加速度计以及陀螺仪偏差估计都是独立的，即是相互解耦的，因此可以用对角矩阵表示，造成过程噪声随着时间的增加越来越大，导致陀螺仪的漂移。所以它的值是卡尔曼滤波器工作的前提。第三步：

k=Zk–HX k|K-1= Zk–Q k|K-1

(3.3)

H = [1 0]

(3.4)

k表示残差，测量值和预测值的偏离程度，如果残差为零那么意味着测量值和预测值完全吻合，其中观测模型H=

# 4 总结与展望

本文简要介绍了kalman滤波算法的基本原理、作用及其主要应用领域。Kalman滤波的应用非常广泛，不仅用于飞控系统中，众多其他领域中也饱含k卡尔曼滤波的身影。本文详细介绍了其在小型四旋翼无人机中系统中的应用。卡尔曼滤波最早即用于定位导航。其突出优点是，可以利用现在状态和测量值对新状态下的定位进行估计，并且这种估计可以根据状态不断进行迭代以进行新状态的计算。并且应用卡尔马增益，可以最好的保留测量进度从而对当前状态做出最佳预测。另外，卡尔曼滤波不需要过去的全部观测值，而是根据前一个估计值和最近的一个观测值来估计信号的当前值，因此计算量更小、更快，更适用于对处理速度要求高的场合。用状态方程和递推方法实现估计，因此卡尔曼滤波对信号的平稳性和时不变性不做要求。使得卡拉曼滤波也可以应用于更广的方面[6]。在无人机系统中应用卡尔曼滤波时，重要的是如何透彻理解，把飞控的测量控制问题引入到卡尔曼滤波模型框架中。工程中，卡尔曼滤波时一个线性时变逐渐收敛于一个线性时不变系统。最大似然估计、残差以及动态特性方面都是分析卡尔曼滤波的关键之处。

# 参考文献

[1]梁帅,杨林,杨朝旭,许斌.基于Kalman滤波的变体飞行器T-S模糊控制[J/OL].航空学报:1-9[2020-07-12].

[2]邓伟栋,唐大全,唐管政,鹿珂珂.基于改进粒子滤波的无人机编队协同导航[J].兵工自动化,2020,39(06):21-26.

[3]谭玉枚.一种快速行人检测与跟踪方法[J].科技视界,2020(15):34-36.

[4]罗正华,陈嘉伟,蒋霓,刘一达.基于无迹卡尔曼滤波的无人机跟踪算法[J].成都大学学报(自然科学版),2020,39(01):55-59.

[5]万浩. 基于视觉定位的无人机穿越移动障碍物方法研究[D].电子科技大学,2020.

[6]杨述斌,蒋宗霖,刘寒.基于Kalman滤波的车位侧方距离修正方法[J].计算机测量与控制,2020,28(02):220-223+228.

[7]邓洪明,贺勇,於小杰,吴成通.卡尔曼滤波在无人机姿态中的应用研究[J].自动化技术与应用,2019,38(11):1-4.

# 附录：

**表2.1 卡尔曼变量和参数小结**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **变量** | **定义** | **维数** |
|  | 时刻状态 |  |
|  | 时刻状态值 |  |
|  | 从时刻到时刻的转移矩阵 |  |
|  | 时刻的测量矩阵 |  |
|  | 过程噪声的相关矩阵 |  |
|  | 过程噪声的相关矩阵 |  |
|  | 给定观测值在时刻状态的预测估计 |  |
|  | 给定观测值在时刻状态的滤波估计 |  |
|  | 时刻卡尔曼增益矩阵 |  |
|  | 时刻新息向量 |  |
|  | 新息向量的相关矩阵 |  |
|  | 中误差相关矩阵 |  |
|  | 中误差相关矩阵 |  |