



同濟大學

TONGJI UNIVERSITY

博士学位论文

基于地震数据子集的波形反演方法研究

姓名：迟本鑫

学号：1040190005

所在院系：海洋与地球科学学院

学科门类：理学

学科专业：固体地球物理学

指导教师：董良国 教授

二〇一六年六月





同濟大學  
TONGJI UNIVERSITY

A dissertation submitted to  
Tongji University in conformity with the requirements for  
the degree of Doctor of Philosophy

**Research on waveform inversion method  
based on seismic data subset**

Candidate: Chi Benxin

Student Number: 1040190005

School/Department: School of Ocean and Earth Science

Discipline: Natural Science

Major: Solid Geophysics

Supervisor: Prof. Dong Liangguo

June, 2016



基于地震数据子集的波形反演方法研究

迟本鑫

同济大学

## **学位论文版权使用授权书**

本人完全了解同济大学关于收集、保存、使用学位论文的规定，同意如下各项内容：按照学校要求提交学位论文的印刷本和电子版本；学校有权保存学位论文的印刷本和电子版，并采用影印、缩印、扫描、数字化或其它手段保存论文；学校有权提供目录检索以及提供本学位论文全文或者部分的阅览服务；学校有权按有关规定向国家有关部门或者机构送交论文的复印件和电子版；在不以赢利为目的的前提下，学校可以适当复制论文的部分或全部内容用于学术活动。

学位论文作者签名：

年   月   日

## 同济大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人创作的、已公开发表或者没有公开发表的作品的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本学位论文原创性声明的法律责任由本人承担。

学位论文作者签名：

年      月      日



## 摘要

随着高性能计算机技术的不断进步以及宽频带、全孔径、高密度等地震数据采集技术的逐渐成熟，以逆时偏移(RTM)为代表的叠前深度偏移技术近年来在实际地震资料处理中的应用越来越广泛，但其成像效果严重依赖于速度模型的精确程度，并直接影响到后续地质解释、储层预测和油藏描述等结果的可靠性。目前工业界普遍使用的成像域层析反演建模方法，精度不高，人工拾取剩余速度也影响了使用效率，使得在一些复杂构造区域地区，其反演精度和分辨率往往达不到地震成像的要求。

地震全波形反演(FWI)是当前地震学及勘探地震领域的研究热点之一。它直接利用地震观测记录的波形信息估计地下介质的弹性参数，是目前理论上精度最高的参数反演方法，在石油天然气勘探和地球动力学等研究领域都有广阔的应用前景。但是由于地震数据与地下介质物性参数之间的关系过于复杂，因此全波形反演在理论方法上面临着强烈的非线性难题，在实际应用中受到多种因素的限制，例如观测孔径不够宽、缺乏低频信息、震源子波难以确定、初始模型精度不高、复杂介质中地震波传播的准确描述困难、信噪比较低，等等。

地下不同物性参数的不同波数成分在地震数据上具有不同的表现，勘探的不同阶段对地下模型的精度也具有不同的要求，这就决定了在地震波形反演过程中不必时刻追求地震数据全部信息的精确匹配，部分信息的匹配就有可能满足现阶段对介质参数反演精度的需求，还可以一定程度上规避匹配全部波形信息时所遇到的强烈非线性问题。基于这种考虑，本文提出了基于地震数据子集进行波形反演的思路。在此思路下，提出了一系列利用不同地震数据子集的波形反演方法，旨在分阶段、分步骤地实施 FWI，全自动地建立高精度浅中深层速度模型。

在第3章中，发展了基于包络目标函数的波形反演方法，以便为常规 FWI 提供长波长的初始速度模型。由于包络信息作为地震数据子集的一种特例，体现了数据的宏观特征，变化并不剧烈，因此该方法不易受跳周现象影响并对模型的长波长成分更为敏感。该方法的梯度也可以方便地通过伴随状态法进行有效求取，与常规 FWI 相比，并没有增加额外的计算量。即使原始数据中并不包含低频，通过非线性变换得到的包络数据中也包含了丰富的低频信息，进而使得伴随震源包含低频，从而更加利于背景速度的反演。当初始模型严重偏离真实模型并且数据中缺乏低频信息时，基于包络目标函数的 FWI 可以为常规 FWI 提供更好的初始模型。理论模型试验以及南海实际资料的应用效果，充分证明了这一结论。

利用 Hilbert 变换，可以自然地实现地震数据中的振幅和相位的分离，在第3

章的基础之上，第 4 章提出了非折叠的瞬时相位 FWI 方法。利用瞬时相位进行反演，对模型的大尺度背景速度更为敏感，并且不需要准确的振幅信息。通过理论信号的分析，得出非折叠的瞬时相位与地震走时存在定量的关系。走时的提前、一致和延迟表现为瞬时相位的超前、同相和落后，这种关系使得反演更为稳健，非线性程度更低。目标函数性态分析和反演数值试验证明了非折叠的瞬时相位的良好性质。基于非折叠的瞬时相位 FWI 反演的背景模型可以为常规 FWI 提供很好的初始模型。

当观测地震数据缺少大孔径的折射波信息时，反射波波形反演（RWI）利用作为地震数据子集之一的反射波，可以直接更新中深层背景速度，但是需要克服跳周问题并强烈地依赖于真振幅偏移技术。为了避免常规 RWI 周期跳跃问题和对真振幅偏移的过度依赖，第 5 章提出用基于相关目标函数的反射波波形反演方法(CRWI)来更新中深层速度模型的低波数成分。由于基于相关目标函数衡量了数据的运动学信息差异，具有更好的线性特征，并且对数据的频率成分和振幅信息不敏感，因此可以保证在不需要低频信息和全物理模拟的情况下，全自动地得到可靠的背景速度反演结果。将 CRWI 和常规 FWI 结合起来，可以很好地恢复模型的低波数和高波数成分。实际资料的成功应用，证明了 CRWI 方法在背景速度建模的有效性。

利用 CRWI 得到的反演结果，通常可以满足常规构造成像的要求，但反演的速度模型较为光滑，分辨率不高，一般不能满足最小二乘偏移以及地质解释的要求。为了利用 RWI 得到更高精度的速度反演结果，在基于地震数据子集的反演思路下，需要利用更多的反射波的波形信息。但是，鉴于观测地震数据中振幅信息的难以预测性，需要在 RWI 中摆脱对真振幅偏移的过度依赖。为此，第 6 章提出了两种不依赖振幅的高效的反射波波形反演方法的研究，一种是基于包络正则化目标函数的 RWI 方法，另一种是基于全局能量正则化目标函数的 RWI 方法。两种方法都可以摆脱常规 RWI 对真振幅偏移的强烈依赖，在以 CRWI 反演结果作为初始模型的基础上，都可以利用更多的反射波的相位信息，在保证反演效率的基础上进一步提高了反演的精度和分辨率。数值试验结果证明了本章所提出的两种方法的有效性。

利用上述发展的一系列基于不同地震数据子集的波形反演的方法，可以根据地震数据的不同特点，通过分阶段、分步骤地实施波形反演，从而可以全自动地为地震成像、储层预测和地质解释而建立一个高精度的浅、中、深层速度模型。

**关键词：**全波形反演，地震数据子集，非线性，目标函数，核函数，伴随震源，包络，瞬时相位，相关函数，不依赖振幅，实际资料

## ABSTRACT

With the development of high-performance computer and the better quality of broadband, full aperture and high density seismic data, the pre-stack depth migration methods such as reverse time migration have more and more successful applications in real data process. However, the image results strongly depend on the accuracy of velocity model, and directly influence the reliability of the subsequent geological interpretation, reservoir prediction and description. Currently, the widely used tomography methods in image domain have limited fidelity and the manual picking of residual curvature is time-consuming, which makes the accuracy and resolution always do not meet the requirements of seismic migration, especially in areas with complicated structures.

Seismic full waveform inversion (FWI) is one of the research hotspots in the fields of seismology and exploration geophysics, which directly extracts elastic parameters of the subsurface media from the whole waveform information of seismic data. Theoretically, FWI is the most accurate subsurface parameter inversion method and can be widely applied in fields such as oil and gas exploration and development, and geodynamics. The main difficulty in FWI is the strong nonlinearity, because the relationship between the seismic data and the media parameter is too complex. Furthermore, the application of FWI to real data also has many challenges, such as the lack of long offset and low frequency contents, the unknown source wavelet, the poor initial model, the inaccurate wave propagation theory, the low S/N ratio and so on.

Since different components of elastic parameters result in different characteristics in seismic data and different inversion quality is required in different stages of exploration or exploitation, there is no need to pursue matching all the seismic information during the inversion. Some problems can be solved by matching part of seismic information and the strong nonlinearity can also be avoided by this way. According to this consideration, a generalized FWI strategy and idea based on seismic data subsets is presented. Under this idea, several waveform inversion methods based different data subsets have been proposed to implement FWI step by step and scale by scale. Therefore, an accurate model of shallow, middle and deep parts can be automatically established.

In Chapter 3, an envelope-based FWI method is developed to provide the long

wavelength components of the velocity model for the conventional FWI in exploration geophysics. Since the envelope is one of data subsets, reflects the overall features of the data and varies slowly, the proposed method is not likely to be affected by the cycle-skipping problem and is sensitive to the background components of the model. The gradient can be computed efficiently with the adjoint state method without any additional computational cost. The envelope is calculated using a nonlinear transform and the low frequency information can be added into the spectra of the envelope signal, which makes the adjoint source of envelope FWI abundant in low frequency. The low frequency components of the adjoint source update the model towards the low wavenumber components even if the original data have no low frequency data. When the initial model is far from the true model and low-frequency data are missing, this method can provide an initial model for the conventional FWI, which is demonstrated by the results of the numerical experiments and real data application.

Using the properties of the Hilbert transform, phase and amplitude information can be separated in the time domain. Following envelope FWI, Chapter 4 presents a FWI approach using unwrapped instantaneous phase as its objective function. The unwrapped instantaneous phase is sensitive to the background velocity without the need of accurate amplitude information. The quantitative relationship between the unwrapped instantaneous phase and the traveltime can be obtained through some analyses of numerical signals. The advance, consistency or delay of time-shift behaves as advance, in phase or delay in instantaneous phase, which makes the inversion robust and more linearly related to models. Objective function behavior test and numerical examples demonstrate the good properties of unwrapped instantaneous phase. The background velocity estimated by unwrapped instantaneous phase can be a good initial model for conventional FWI.

The reflection waveform inversion (RWI) which uses reflection data as data subset can be used to update the background velocity of both middle and deep part, when lack of long offset refraction data. However, RWI cannot avoid cycle skipping problem and strongly depends on the true amplitude migration technology. In Chapter 5, to avoid the cycle skipping and the need for a true amplitude migration, a correlation-based reflection waveform (CRWI) method is proposed to update the low-wavenumber components of the velocity model. The correlation-based objective function measures differences in kinematic information and behaves in a more linear

way than the traditional waveform residual misfit. Moreover, CRWI is less sensitive to the frequency content and amplitude information of the seismic data, enabling reliable background velocity estimates to be obtained without the need for low frequencies and full-physics modeling. A combination of CRWI and conventional FWI can estimate the low- and high-wavenumber components of the middle and deep velocity model. The real data applications demonstrate the effectiveness of the proposed method in background model estimation.

A good image result can be obtain by using the CRWI inverted model as the migration model, but the result of CRWI is smooth and its resolution is low, which may not meet the requirements of least square migration and geological interpretation. To get a more accurate inversion result of RWI, based on the idea of data subsets, more information of reflections should be utilized. However, in consideration of the unpredictability of amplitude information, the true amplitude migration in RWI should be got rid of. Therefore, in Chapter 6, two amplitude independent RWI methods are proposed. One is based on envelope normalized objective function and the other one uses global energy normalized misfit. The two approaches both are phase matched methods and are independent of true amplitude migration. Using the result of CRWI as the initial model, the two approaches can efficiently achieve a more accurate inversion result with a higher resolution by make the use of more information in reflections, without the high cost of true amplitude migration. Numerical examples demonstrate the effectiveness of proposed methods.

Using the above-mentioned series of waveform inversion methods based on different seismic data subsets, the FWI can be implemented step by step and scale by scale. Therefore, a high resolution model of shallow, middle and deep parts can be automatically established for seismic migration, reservoir prediction and geological interpretation.

**Key Words:** full waveform inversion, seismic data subset, nonlinearity, objective function, sensitivity kernel, adjoint source, envelope, instantaneous phase, correlation function, amplitude-independent, real data



# 目录

摘要 .....	I
ABSTRACT .....	III
目录 .....	VII
第 1 章 引言 .....	1
1.1 研究背景和意义 .....	1
1.2 研究现状 .....	2
1.2.1 全波形反演方法研究现状 .....	2
1.2.2 反射波波形反演方法研究现状 .....	5
1.3 研究内容 .....	8
第 2 章 基于地震数据子集的波形反演方法思路 .....	9
2.1 引言 .....	9
2.2 基本思路与方法 .....	10
2.2.1 数据子集与核函数分解 .....	10
2.2.2 基于地震数据子集的波形反演方法 .....	13
2.3 小结 .....	16
第 3 章 基于包络目标函数的波形反演方法研究 .....	17
3.1 引言 .....	17
3.2 方法原理 .....	19
3.2.1 波形和包络目标函数 .....	19
3.2.2 目标函数非线性程度比较 .....	21
3.2.3 伴随震源和梯度 .....	22
3.3 数值实验 .....	27
3.4 在实际资料反演中的应用 .....	31
3.5 小结 .....	32
第 4 章 基于非折叠的瞬时相位的波形反演方法研究 .....	33
4.1 引言 .....	33
4.2 方法原理 .....	34
4.2.1 目标函数与梯度计算 .....	34

4.2.2 非折叠瞬时相位的构建 .....	35
4.3 瞬时相位与走时间的关系 .....	36
4.4 目标函数非线性比较 .....	39
4.5 数值实验 .....	40
4.6 小结 .....	43
<b>第 5 章 基于相关目标函数的反射波波形反演方法研究 .....</b>	<b>45</b>
5.1 引言 .....	45
5.2 方法原理 .....	46
5.3 目标函数性态分析 .....	51
5.4 数值实验 .....	52
5.4.1 高斯球状异常模型 .....	52
5.4.2 Sigsbee2A 模型 .....	54
5.4.3 最小频率阈值测试 .....	60
5.5 实际资料应用 .....	62
5.5.1 南海测线 .....	62
5.5.2 东海测线 .....	64
5.6 小结 .....	66
<b>第 6 章 不依赖振幅的反射波波形反演方法研究 .....</b>	<b>67</b>
6.1 引言 .....	67
6.2 方法原理 .....	68
6.2.1 目标函数的定义及物理意义 .....	68
6.2.2 梯度计算 .....	72
6.3 数值实验 .....	73
6.4 实际资料应用 .....	75
6.5 小结 .....	77
<b>第 7 章 结论与展望 .....</b>	<b>78</b>
7.1 结论 .....	78
7.2 创新点 .....	79
7.3 不足与展望 .....	80
<b>致谢 .....</b>	<b>81</b>
<b>附录 A 包络 FWI 伴随震源与梯度推导 .....</b>	<b>83</b>
<b>附录 B 瞬时相位 FWI 伴随震源与梯度推导 .....</b>	<b>85</b>

附录 C 基于相关目标函数的 RWI 伴随震源与梯度推导 .....	87
附录 D 不依赖振幅 RWI 伴随震源与梯度推导 .....	89
参考文献 .....	91
个人简历、在读期间发表的学术论文与研究成果 .....	97



## 第1章 引言

### 1.1 研究背景和意义

随着高性能计算机技术的不断进步以及宽频带、全孔径、高密度等地震数据采集技术的逐渐成熟，以逆时偏移(RTM)为代表的叠前深度偏移技术近年来在实际地震资料处理中的应用越来越多，但其成像效果严重依赖于速度模型的精确程度，并直接影响到后续地质解释、储层预测和油藏描述等结果的可靠性。

目前工业界普遍使用的基于射线理论的层析偏移速度分析方法，由于其高频近似的假设、层析的线性近似、估计时差和深度差时的常速假设等多种近似和假设，使得在一些复杂构造地区，其反演精度和分辨率往往达不到偏移成像的要求。几轮甚至十几轮的偏移迭代，甚至有时候还需要一定的人工干预（拾取操作），综合下来实际效率也并不高。而基于波动理论的成像域波动方程偏移速度分析方法，虽然克服了射线理论的高频近似假设，但是由于其高昂的计算和存储代价，差异相似目标函数(DSO)存在梯度假象并且结果受地下不均衡的照明影响，严重制约了该类方法在实际数据处理中的应用。

地震全波形反演(FWI)利用观测的地震波场的全波数据信息直接反演地下介质的物性参数，理论上是目前精度最高、也是潜在的速度建模方法。自从 Lailly(1983)和 Tarantola(1984)等人建立起全波形反演的基本理论框架以来，越来越多的人关注该方法的研究与应用，尤其是在地震速度反演等方面。但是，全波形反演技术目前在实际应用中还不是很广泛，原因主要有两个方面：一是 FWI 在理论实现上存在一定的局限性，二是 FWI 在实际应用中会遇到的一系列现实难题。例如，其高昂的计算成本、反问题的强烈非线性以及多参数反演时参数间的强烈耦合效应等，这些问题不同程度地制约了全波形反演方法在实际地震资料处理中的应用效果。在目前成功的全波形反演应用实例中，通常要求地震数据中包含可靠的低频信息及具有大偏移距的观测孔径信息。常规 FWI 在处理小孔径的反射波数据时往往失败，尤其是在初始模型精度不够的情况下仅能得到错误的高频模型更新，从而使反演结果陷入局部极值。因此，如何更有效地降低反演的强非线性，摆脱对低频信息和大孔径数据的强烈依赖，从而在复杂构造地区实现有效的速度建模，将是当前 FWI 方法的主要发展方向。另一方面，在地表采集到的地震数据中反映中深部地层信息的主要是反射波，为了实现中深部的背景速度建模，需要更加充分地利用反射波信息，因此，开展反射波波形反演方法的研究也十分迫切。利用反射波波形反演来更准确地恢复中深层模型的背景速度，可以降低反演的非线性性，为常规 FWI 提供更好的初始模型，这也是目前 FWI 在

实际应用中的主要内容之一。

因此，探寻解决上述问题的有效解决方法，不仅会推动全波形反演理论的发展，更重要的是会推动 FWI 在实际地震资料反演中的应用。最终得到高精度的速度建模结果，可以为逆时偏移和最小二乘逆时偏移提供更加准确的速度模型，这样不但可以得到高分辨率、高保真的地震波反演成像结果，甚至可以更好地用于岩性识别和地质解释。

## 1.2 研究现状

速度建模是地震成像的核心问题，目前工业界普遍使用的基于射线理论的层析偏移速度分析方法(AI-Yahya, 1989; Woodward, 2008; Hardy et al., 2013)以及基于波动理论的成像域波动方程偏移速度分析方法(Shen and Symes, 2008; Symes, 2008; Yang et al., 2013)，由于存在不同近似、需要人工干预、庞大计算量等问题，严重限制了它们在实际中的应用。而全波形反演方法(FWI)尽管目前实际应用还不是很广泛，但在理论上是目前精度最高的地下参数反演方法。自从上世纪 80 年代提出特别是在近十年来，由于计算能力的提升、实际观测数据质量的提高，尤其是逆时偏移技术的发展和成功应用，推动了 FWI 的迅猛发展，掀起了 FWI 理论方法和实际应用研究的热潮。如何利用 FWI 进行速度建模，也成为近年来勘探地震领域的研究热点。

### 1.2.1 全波形反演方法研究现状

20 世纪 80 年代初，Lailly(1983)首先通过把参数反演问题转化为局部优化问题，建立起了地震成像与参数反演之间的桥梁。Tarantola(1984)将 Claerbout 的成像理论转换为最小二乘优化问题，从波动方程出发建立了一套完整的时间域全波形反演的理论框架，通过梯度法使模拟记录和观测记录的误差在  $L_2$  范数意义下达到最小来更新速度模型。Pratt 等人(1998)将全波形反演推广到频率域，奠定了频率域全波形反演的基础。时间域正演结合频率域反演的混合域全波形反演方法(Sirgue et al., 2008)的提出，有效地回避了三维频率域全波形反演对内存的苛刻需求，极大地推动了全波形反演的实用化进程。

在理论上，利用全波形反演可以估计所有影响波传播效应的参数，包括纵横波速度、密度、衰减系数和各向异性参数，等等。目前，在区域、全球以及勘探尺度的地震成像中，FWI 已经被用来作为获得更高分辨率的速度模型的手段(Fichtner et al., 2010; Plessix and Perkins, 2010; Sirgue et al., 2010; Tape et al., 2010; Peter et al., 2011; Zhu et al., 2012; Warner et al., 2013; Vigh et al., 2014; Borisov and

Singh, 2015; Operto et al., 2015)。相比于传统的基于走时匹配的层析成像方法, FWI 旨在拟合完整的地震记录:所有震相(直达波、折射波和反射波,甚至面波)的振幅和相位信息。除了  $L_2$  范数,地球物理学家们分别尝试了  $L_1$  范数、 $L_1/L_2$  混合范数、Huber 范数和 Cauchy 范数下的全波形反演(Guitton and Symes, 2003; Bube and Nemeth, 2007),并对不同范数下的反演结果的抗噪性和稳定性进行了比较(Brossier et al., 2010)。地震 FWI 问题的求解通常采用局部迭代优化方法,常用的方法包括最速下降法、共轭梯度法、拟 Newton 法、Newton 法、Gauss-Newton 法和截断 Newton 法,等等(王义, 2015)。

当利用 FWI 进行高分辨率的地震成像时,由于地震数据与地下参数之间的关系异常复杂,FWI 呈现出强烈的非线性性质(Jannane et al., 1989; Mulder and Plessix, 2008; Virieux and Operto, 2009; 董良国等, 2013; 杨勤勇等, 2014)。Jannane 等人(1989)系统性地研究了地震记录对模型中的高低波数扰动的敏感性:模型高波数扰动主要影响地震波的振幅信息,而模型低波数扰动主要影响地震波的走时信息。因此,从反演角度来讲,在反演高波数的模型扰动前,要先拟合地震数据中的到达时信息以重建光滑的背景速度场。然而,采用传统意义上的  $L_2$  范数的波形匹配目标函数时,必须要求时差小于信号的  $1/2$  周期。如果时差过大,采用局部优化算法的 FWI 会得到错误的速度模型。这种现象通常被称作跳周(cycle-skipping)现象(如图 1.1 所示),也是为什么初始模型的精度对常规 FWI 十分重要的原因。

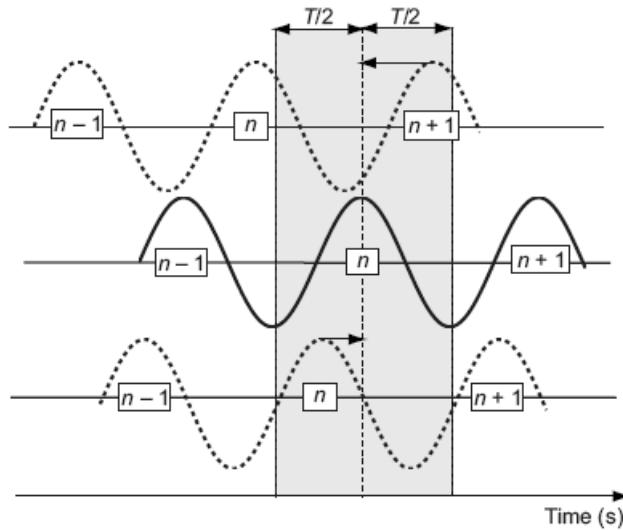


图 1.1 跳周现象示意图(Virieux and Operto, 2009)

如何降低 FWI 对初始模型精度的强烈依赖,一直是 FWI 研究中的重要课题,目前主要是通过不同的反演策略来解决 FWI 中的强非线性问题。

多尺度反演策略(Bunks et al., 1995)采用逐步加入高频成分的方式,因为低频

数据对跳周现象不是很敏感，增大了目标函数在全局最优解的二次型邻域范围，进而可以为高频数据的反演提供更好的初始模型。随后一些学者进一步提出了频率域 FWI 中不同的频率选择策略(Sirgue and Pratt, 2004; 刘国峰等, 2012; 刘璐等, 2013; 曹书红和陈景波, 2014; 张文生等, 2015)。这种分尺度反演的方法也可以和时窗或者偏移距选择策略结合起来，进一步提高反演的稳定性。利用时窗函数可以在记录中去除反射波，仅仅利用初至波进行反演(Sheng et al., 2006; Sears et al., 2008; 刘玉柱等, 2014; 胡光辉等, 2015)，在频率域也可以通过复频率地震数据阻尼反演(Brenders and Pratt, 2007; Brossier et al., 2009)来实现这种策略。由于大偏移距数据经过更长的传播距离，因此累积了更多模型误差的信息，更易发生跳周问题，因此在反演中应逐渐加入大偏移距的数据。时窗和偏移距选择策略通常也被称作层剥离反演(Shipp and Singh, 2002; Wang and Rao, 2009)，即先重建浅层模型，然后通过这种数据选择策略来逐渐增加模型的反演深度。

尽管这些反演策略取得了一定的成功，这些数据分级策略一定程度上改善了 FWI 的非线性程度，但是，这些分尺度的反演方法并没有完全克服跳周问题，尤其是处理实际地震资料时，仍然存在很强的局限性：一是获得一个足够精确的初始模型十分困难，二是由于噪声的存在使得低频数据并不可靠，三是由于有限的采集孔径致使长偏移距信息并不存在。这些局限性使得常规 FWI 在面对实际问题时，往往显得捉襟见肘。

为了摆脱常规 FWI 对低频信息和大偏移距数据的依赖，在初始模型精度有限的情况下，得到更为稳定的反演结果，另一种思路是修正 FWI 的目标函数。采用地震波场的某种具有物理意义的变换构建目标函数，可以使得目标函数凸性更好，反演过程更为稳健，一定程度上可以降低 FWI 的非线性程度。

近年来，这种思路逐渐成为解决 FWI 强非线性问题的有效途径，很多学者在此思路下，提出了一系列有效的方法。其中，通过互相关函数获取旅行时差的波动方程走时反演(Luo and Schuster, 1991)建立起了地震走时与波动方程模拟的地震波形之间的桥梁，即利用波动方程来获得模拟数据，修正目标函数并且通过伴随状态法来计算梯度，这些都与常规 FWI 的求解框架是一致的，后来该方法又被发展到反射数据应用中(Luo et al., 2016)。天然地震学中发展的有限频层析(Dahlen et al., 2000; Montelli et al., 2004; Tromp et al., 2005; Nolet, 2008)也是利用了这种思想。利用波动方程走时反演为 FWI 提供初始模型主要是基于以下考虑：长波长速度信息主要体现在走时上，而短波长细节主要体现在振幅上(Claerbout, 1985; Jannane et al., 1989)，最初反演速度模型的长波长分量时，主要利用走时信息，反演速度变化细节时再利用波形信息。Fichtner 等人(2008; 2010)提出利用基于 Gabor 变换的时频分析手段获得地震数据中的相位和振幅信息，进而分别构建

基于相位与振幅匹配的目标函数。相比于基于互相关函数求取走时差的方法，时频域的多尺度分析方法可以得到更加精确和稳定的相位信息。Bozdağ 等(2011)提出了另一种类似的做法，即通过 Hilbert 变换分离振幅和相位信息：利用瞬时相位和包络来构造 FWI 的目标函数，可以一定程度上规避局部极值、处理全波形反演中强烈的非线性问题。相比于 Garbor 变换，Hilbert 变换是一种纯时间域的信号分析方法，因此计算复杂度更低。随后，一些学者通过试验证明：利用包络构建目标函数反演模型的背景速度，可以为常规 FWI 提供较好的初始模型(Chi et al., 2014; Wu et al., 2014; Huang et al., 2015; Luo and Wu, 2015; 敖瑞德等, 2015)。除此之外，Laplace 域波形反演(Shin and Cha, 2008)、Laplace-Fourier 域波形反演(Shin and Cha, 2009)、正则化积分方法(Liu et al., 2011; Chauris et al., 2012; Donno et al., 2013)和 Beat tone 波形反演(Hu, 2014)等等，也是基于这种策略来提取地震数据中的不同信息进行反演。

可以看出，为了降低反演的非线性程度，可以采用从地震记录中抽取部分信息（数据子集）来构造目标函数，不同地震数据信息对应于模型空间中的不同尺度成分，利用不同信息进行反演，来降低 FWI 的非线性程度，进而提高反演的精度和稳定性。尽管上述这些方法从反演策略、泛函构造等方面对经典 FWI 进行了改进，然而在实际应用中，由于多种因素的制约（例如，初始模型精度不高、地震数据中缺少可靠低频信息、偏移距不够大、地震子波未知、地下介质密度等参数未知、噪音干扰，等等），FWI 很难反演出高分辨率的速度场。常规 FWI 的成功案例通常需要有可靠的低频信息(1.5hz 至 3hz)以及比较大的观测孔径(Ravaut et al., 2004; Operto et al., 2006; Baeten et al., 2013)，否则上述反演策略往往失效。这时利用常规 FWI 进行反演时极易得到错误的高频模型更新，而不是对模型的背景速度进行建模，尤其是在反射波覆盖的中深层范围更是如此。

## 1.2.2 反射波波形反演方法研究现状

随着采集技术的进步，具有低频信息和全方位大孔径的观测数据越来越多，但是这种高质量的数据采集往往需要高昂的采集费用。通过不同观测孔径的观测系统照明分析可知（图 1.2），当缺少大孔径的折射波数据时，深部模型往往只被反射波照明，目前海上勘探最为普遍的拖缆数据（缆长一般 5 至 6 公里）正是这种情况。因此，如何利用反射波进行中深部的速度建模，无疑是地震成像中的核心问题。

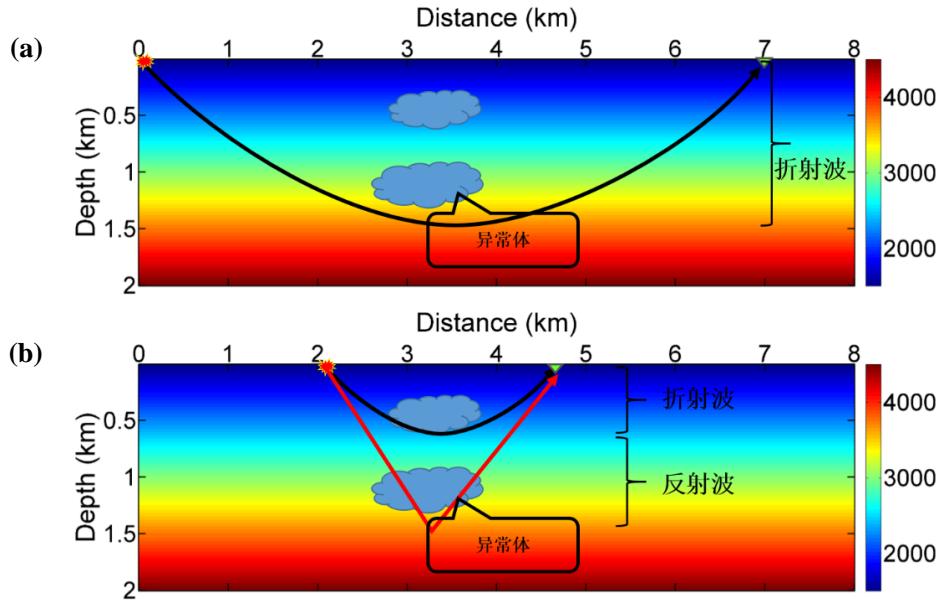


图 1.2 (a)大偏移距折射波照明范围和(b)小偏移距反射波照明范围

但是，当利用反射波数据进行常规 FWI 时，往往以失败而告终，主要原因有两个：第一，长短波长模型成分的非线性耦合效应，使得反射界面的定位变得十分困难，即低波数初始模型必须很准确才能使得高频模型更新在正确位置，进而使得 FWI 逐渐修正模型的高波数分量直至反演收敛。但对于地震成像而言，模型的低波数分量正是我们要反演的目标。通过迭代最优化方法(Bishop et al., 1985; Chavent et al., 1994; Clément et al., 2001)的基于偏移的走时反演(MBTT)可以用来解决长短波长模型的非线性耦合。第二，常规 FWI 应用于反射波时，其梯度中高频成分占主导，反射波的偏移响应与利用反射波反演背景速度的核函数相比，数值上往往高一个数量级。在初始速度模型不准的情况下，常规反射波 FWI 通常得到的只是一个错误的高波数成像结果(因为此时利用的是反射波的偏移响应和反演背景速度的核函数的总核函数)，不易于更新模型的背景速度(Wu and Alkhalifah, 2014; Alkhalifah, 2015; Chi et al., 2015; Alkhalifah and Wu, 2016)。因此，为增强对模型低频成分的更新，提出了波场分解的方法(Liu et al., 2011; Wang et al., 2013; Tang et al., 2013)，目的是增强层析分量的贡献进而得到有效的长波长分量更新。

为了解决反射波数据应用 FWI 时的上述两个难题，Xu 等人(Xu et al., 2012a; Xu et al., 2012b)在全波形反演的框架下，提出了反射波波形反演方法(RWI)。RWI 的思想在于：利用反射地震数据反演速度模型时，首先更新背景速度而非高波数的速度扰动，这样的反演策略更加有利于反演收敛，这是对常规 FWI 思路的很好补充。RWI 将速度模型分解为背景模型和扰动模型两部分，并分别给出了地震波场对于背景模型和扰动模型的 Fréchet 导数。Xu 等人的主要贡献在于给出了

反射波对背景模型的核函数（被称作 Rabbit-ear 的核函数），在理论上使得利用反射波反演背景速度变得可行。

但是，为了使 RWI 能够在实际地震资料反演中更好地恢复中深层背景速度，必须要解决两个关键问题：克服跳周现象和进行真振幅偏移（反射系数估计）。但遗憾的是，目前条件下这两个问题都难以保证。

RWI 与偏移速度分析(MVA)类方法存在一定的共性(Alkhalifah and Wu, 2016)，本质上是利用观测反射波和反偏移得到的反射波间的差异来反演背景速度。二者进行波形匹配时，同样会面临常规 FWI 需要解决的跳周问题。在频率域，利用数据中的低频信息(Wang et al., 2013)，可以降低反演的非线性程度，避免跳周现象，防止反演陷入局部极值。在频率波数域(Yu and Huang, 2014)或者利用差异相似优化方法(DSO)构建目标函数(Brossier et al., 2015)，也可以一定程度解决这个问题。也有学者利用 DIW 算法(Dynamic image warping)提取反射波的走时时差，实现中深层背景速度建模(Ma and Hale, 2013; Qin et al., 2013; 付继有等, 2015)，来缓解反演中的跳周问题，提高反演的稳定性。基于散射角滤波的全模型反演方法(Alkhalifah, 2016)很好的解决了反演中的跳周问题。基于相关的反射波波形反演方法(Chi et al., 2015)，一定程度上避免了周期跳跃。即使在观测数据中缺乏有效低频信息、背景模型相对较差时，利用该方法也较好地恢复了模型中深部的低波数成分，为常规 FWI 提供了良好的初始模型。基于反射波的波形反演方法与常规的偏移速度分析不同的是该方法是在数据域进行的，并且是一种不需人工干预的全自动速度反演方法，在速度建模方面具有很大的吸引力。但是，如何更加合理地利用反射波中的波形信息来恢复模型中深部的低波数成分，尤其是在观测数据中缺乏低频信息、并且当背景模型相对较差时，如何更有效地避免周期跳跃现象，防止陷入局部极值，有效的降低非线性程度，提高有效反演深度，将是 RWI 能否成功应用于实际中的关键问题。

另外，如何获得相对准确的反射系数也是常规 RWI 能否成功应用的关键问题。RWI 中基于偏移和反偏移的方法来预测反射波数据(Zhou et al., 2012)，它强烈依赖于真振幅偏移技术。否则，即使当背景速度非常准确时，通过反偏移预测的反射波与观测的反射波在波形上也难以做到精确匹配。最小二乘偏移(Dai et al., 2013; Dai and Schuster, 2013; Dutta and Schuster, 2014; Zhang et al., 2014)可以用来很好地估计反射系数，但其应用前提条件是必须满足 Born 近似假设，即背景速度模型要足够精确(Luo and Hale, 2014)。否则当背景速度不准时，其反演的高波数模型扰动也不正确，而这又与 RWI 反演背景速度的目标相矛盾。因此，在反射波波形反演中，如何以及何时引入最小二乘偏移将显得非常重要。同时，在每一步的背景速度模型更新中都应用最小二乘偏移(Yao et al., 2014; Yao et al.,

2015), 将会极大增加反演的计算量, 尤其在反演的初期, 在较差的初始模型下, 往往会花费大量的计算代价却得到一个不收敛的最小二乘偏移结果。如何将最小二乘偏移与 RWI 更好的有机的结合在一起, 进一步提高 RWI 的反演精度, 需要进行深入的研究和探讨。

### 1.3 研究内容

由于地震数据与地下介质物性参数之间的关系过于复杂, 因此全波形反演在理论方法上面临着强烈的非线性难题, 在实际应用中受到多种因素的限制。考虑到目前地震勘探要解决的实际问题, 论文根据实际地震数据的具体特点, 提出了在不同的反演阶段, 选择不同的地震数据子集, 有针对性地构造非线性程度更低的目标函数, 以实现分步骤、分尺度的全波形反演。具体研究内容包括:

在第 2 章中, 提出了基于地震数据子集进行全波形反演的基本思路, 并给出基于不同地震数据子集的 FWI 统一的梯度计算公式, 为后面四章所发展的不同的地震数据子集的波形反演方法奠定理论基础。

在第 3 章中, 首先利用包络信息构建目标函数, 发展了基于包络目标函数的波形反演方法。其次, 从目标函数、伴随震源和非线性三个方面, 对基于包络和波形残差目标函数的反演方法进行分析和比较, 最后将包络 FWI 应用在理论模型和实际资料反演中。

在第 4 章中, 提出了非折叠的瞬时相位波形反演方法。首先将前人发展的快速而稳定的非折叠的瞬时相位计算方法应用到 FWI 中, 建立起基于非折叠的瞬时相位目标函数的 FWI 方法。其次, 通过理论信号分析, 给出非折叠的瞬时相位与地震走时间的定量关系。最后, 通过数值试验检验该方法在背景速度反演时的效果。

在第 5 章中, 提出了基于相关目标函数的反射波波形反演方法。首先, 通过相关函数来衡量观测的与模拟的反射波间运动学特征上的差异。然后, 对采用的目标函数进行数值分析, 比较其在非线性程度和对低频数据的敏感性方面与常规波形匹配和零延迟互相关目标函数间的差异。最后, 将该方法应用在理论模型和实际资料背景速度反演和成像中。

在第 6 章中, 提出了不依赖振幅的反射波波形反演方法, 以便更充分地利用反射波波形信息, 进一步提高速度反演的精度。首先, 研究不依赖振幅(纯相位匹配)的目标函数构建方法, 并从理论和数值试验角度分析其有效性。其次, 数值上实现不依赖振幅的反射波波形反演方法并在不同模型上进行测试。最终, 将发展的该方法在实际资料中进行了应用。

第 7 章总结论文的主要结论和创新点, 讨论了不足之处以及未来的研究方向。

## 第2章 基于地震数据子集的波形反演方法思路

由于地震数据与地下介质物性参数之间的关系过于复杂,因此全波形反演在理论方法上面临着强烈的非线性难题,在实际应用中受到多种因素的限制。地下不同物性参数的不同波数成分在地震数据上具有不同的表现,勘探的不同阶段对地下模型的精度也具有不同的要求,这就决定了在地震波形反演过程中不必时刻追求地震数据全部信息的精确匹配,部分信息的匹配就有可能满足现阶段对介质参数反演精度的需求,还可以一定程度上规避匹配全部波形信息时所遇到的强烈非线性问题。基于这种考虑,我与自己的博士导师一起,提出了基于地震数据子集进行波形反演的思路,并给出了在这种思路下的统一的反演框架。

下面对该思路与方法进行简要介绍。

### 2.1 引言

全波形反演(FWI)利用观测的地震波场的全波信息直接反演地下介质的参数(Tarantola, 1984),从理论上讲,可以考虑介质的诸多属性、考虑各种波的传播现象、利用各种地震信息,是目前反演地下介质参数最彻底的方法。在近10年期间,随着高性能计算机技术的不断进步以及全孔径、高密度、宽频带等地震数据采集技术的逐渐成熟,尤其是逆时偏移(RTM)技术的发展和成功应用,推动了FWI的迅猛发展,掀起了FWI理论方法研究和实际应用研究的热潮。

然而,可以综合利用各种信息的FWI在理论方法上还面临着强烈的非线性难题(Virieux and Operto, 2009),其根本原因在于地震波传播的复杂性,即地震数据与地下介质的物性参数之间的复杂变化关系(Jannane et al., 1989; 董良国等, 2013)。另外,目前FWI在实际应用中也面临着诸多实际问题,如观测孔径不够宽、缺乏低频信息、震源子波难以确定、初始模型精度不高、复杂介质中地震波传播的准确描述困难、信噪比较低,等等。由于上述问题的复杂性以及诸多客观条件的限制,决定了FWI目前在实际中使用并不多,在地震学领域FWI还没有替代传统的射线走时层析和有限频层析技术,在地震勘探领域FWI也没有替代传统的地震数据处理和解释流程。

面对目前复杂的地震勘探问题,在传统的地震数据处理与解释反演中,将地下模型变化的高低波数分量分步解决的流程是很有道理的,这也是将一个复杂问题分步解决的基本思路和策略。面对理论上的困难以及目前实际地震资料的实际情况,再考虑到目前地震勘探要解决的实际问题,目前正在发展的FWI技术也应该放低身段,面向实际。也就是说,在全波形反演中没有必要时刻追求全部地

震数据信息的匹配,因为匹配部分信息就有可能解决目前地震成像中的宏观速度模型建立问题,还可以一定程度上规避匹配全部地震信息极易遇到的强烈非线性问题。当然,匹配部分信息在理论上肯定会降低反演的分辨率,但不切实际的“过高的”速度模型分辨率并不利于地震成像质量的提高。

基于上述考虑,本章提出利用地震数据子集进行波形反演的思路与方法。先介绍利用地震数据子集进行全波形反演的基本思路,再给出基于不同地震数据子集的 FWI 统一的梯度计算公式,为后面四章所发展的不同的地震数据子集的波形反演方法建立理论框架。后面四章的理论模型与实际数据的波形反演试验,证明了基于不同地震数据子集的波形反演思路和方法的正确性。

## 2.2 基本思路与方法

### 2.2.1 数据子集与核函数分解

常规 FWI 是通过使模拟数据和观测数据的信息达到最佳匹配来推断介质参数的。设  $\mathbf{x}_s$  和  $\mathbf{x}_r$  分别为炮点和检波点的空间位置,时间域 FWI 最常用的最小平方目标函数为:

$$J(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r} \int [u(\mathbf{x}_r, t; \mathbf{x}_s) - d(\mathbf{x}_r, t; \mathbf{x}_s)]^2 dt, \quad (2.1)$$

其中,  $u(\mathbf{x}_r, t; \mathbf{x}_s)$  是模拟数据,  $d(\mathbf{x}_r, t; \mathbf{x}_s)$  是观测数据。与此相对应的描述地震数据摄动与模型参数摄动之间的关系为:

$$\Delta d = K \Delta m, \quad (2.2)$$

其中,  $\Delta d$ 、 $K$ 、 $\Delta m$  分别为数据残差、描述数据与模型参数之间关系的 Fréchet 导数或核函数、以及模型参数修改量。利用 Gauss-Newton 法,可以得到模型量为

$$\Delta m = [K^T K]^{-1} K^T \Delta d, \quad (2.3)$$

其中  $K^T \Delta d$  为梯度方向,  $[K^T K]^{-1}$  为 Gauss-Newton Hessian 的逆。

在数据与模型参数之间的关系比较简单的情况下,像(2.3)式这样将地震数据和地下模型参数分别看作一个整体的做法还是可行的。然而,地下模型具有不同性质的不同分量(Different Components),例如高、低波数分量,而实际观测地震数据中也有不同性质的不同成分(Different Contents)或数据子集(Different Subsets),例如折射波、反射波、面波等不同震相,走时、振幅、相位等不同信息,等等。这些不同数据子集与模型参数不同成分之间的非线性程度是不同的(董良国等,2013):模型的不同成分在不同震相上的体现不同,即使在同一震相上的

所体现出的信息也不同,例如速度低波数摄动主要体现在折射波和反射波走时上,而速度高波数摄动主要体现在反射波振幅上;初至被主要受浅中层结构的影响,而浅、中、深层介质性质都会影响来自深层的反射波。不同数据子集与不同模型参数成分之间的这种复杂关系,决定了不同数据子集具有不同的反演能力,这就要求对它们之间的关系要进行具体分析,从而降低 FWI 的非线性程度。具体地说,就是将常规 FWI 中描述地震数据摄动与模型参数摄动之间关系修改为:

$$\begin{pmatrix} \Delta d_1 \\ \vdots \\ \Delta d_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{11} & \cdots & K_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{N1} & \cdots & K_{NM} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta m_1 \\ \vdots \\ \Delta m_M \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

其中,  $\Delta d_i$ 、 $\Delta m_j$ 、 $K_{ij}$  分别为数据子集残差、模型参数分量的修改量、以及描述不同数据子集与不同模型参数成分之间关系的子核函数 (Sub-Kernels)。通过上述关系发现模型参数的修改量主要是由子核函数和数据子集残差决定的。采用伴随状态法(Tarantola, 1984; Tromp et al., 2005; Plessix 2006), 将数据残差沿子核函数(波路径)反投影,或者采用散射积分法(Zhao et al., 2005; Chen et al., 2007; Liu et al., 2015),显式的计算和存储核函数并求取反演(层析)方程组,模型参数的修改量均可以可以通过数据的残差和核函数求取。而本章所提出的基于数据子集的波形反演方法,就是着重分析子核函数和数据子集的性态,当采用伴随状态法时,究竟采用何种数据子集残差沿着何种子核函数进行反投影,这将决定模型中的何种波数成分在何处空间分布下进行更新。

核函数的特征和计算是有限频层析(Dahlen et al., 2000; Tromp et al., 2005; Liu et al., 2009)、波动方程层析(Woodward, 1992)和全波形反演(Tarantola, 1984; Pratt, 1998; Virieux and Operto, 2009)中的关键问题。理论上,全波形反演的核函数可以考虑各种数据扰动与模型扰动间的相互作用。对于常密度声介质中的 FWI, 在包含所有波数成分的模型中,其核函数定义为(Tromp et al., 2005):

$$K_v(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g) = -\int \frac{1}{v^3(\mathbf{x})} \frac{\partial^2}{\partial t^2} f(t) * G(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s) G(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}) * f^*(t) dt, \quad (2.5)$$

其中,  $v(\mathbf{x})$  为  $\mathbf{x}$  位置处的初始模型速度,  $G(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s)$  和  $G(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x})$  分别代表炮点  $\mathbf{x}_s$  和检波点  $\mathbf{x}_g$  到空间任意点  $\mathbf{x}$  的 Green 函数,  $f(t)$  和  $f^*(t)$  分别为震源函数和伴随震源。将数据残差(伴随震源)沿核函数进行反投影,可以得到各种模型参数成分的更新。为了区分不同的数据子集和不同的模型参数成分间的不同关系,首先将 Green 函数分解为背景场和散射场:

$$\begin{aligned} G(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s) &= G^0(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s) + G^s(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s) \\ G(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}) &= G^0(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}) + G^s(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}) \end{aligned} \quad (2.6)$$

其中,  $G^0(\mathbf{x}, t)$  在光滑模型中传播, 描述了背景波场 (包括直达波和折射波), 而  $G^s(\mathbf{x}, t)$  为背景波场遇到模型中的扰动 (例如反射界面、绕射点等) 所产生的散射场。将(2.6)式代入(2.5)式中, 可以得到

$$K_v(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g) = K_1(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g) + K_2(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g) + K_3(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g) + K_4(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g). \quad (2.7)$$

其中

$$\begin{aligned} K_1(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g) &= -\int \frac{1}{v^3(\mathbf{x})} \frac{\partial^2}{\partial t^2} f(t) * G^0(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s) G^0(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}) * f^*(t) dt \\ K_2(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g) &= -\int \frac{1}{v^3(\mathbf{x})} \frac{\partial^2}{\partial t^2} f(t) * G^0(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s) G^s(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}) * f^*(t) dt \\ K_3(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g) &= -\int \frac{1}{v^3(\mathbf{x})} \frac{\partial^2}{\partial t^2} f(t) * G^s(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s) G^0(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}) * f^*(t) dt \\ K_4(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g) &= -\int \frac{1}{v^3(\mathbf{x})} \frac{\partial^2}{\partial t^2} f(t) * G^s(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s) G^s(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}) * f^*(t) dt. \end{aligned} \quad (2.8)$$

相比于 FWI 的全核函数, 这种分解并没有引入新的核函数。 $K_1(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g)$  代表了炮点和检波点间的背景波场的作用, 而  $K_2(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g)$  和  $K_3(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g)$  则考虑了炮点或者检波点一端的散射场作用,  $K_4(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g)$  则为二者散射场的相互作用。

图 2.1 为不同子核函数的物理解释示意图。

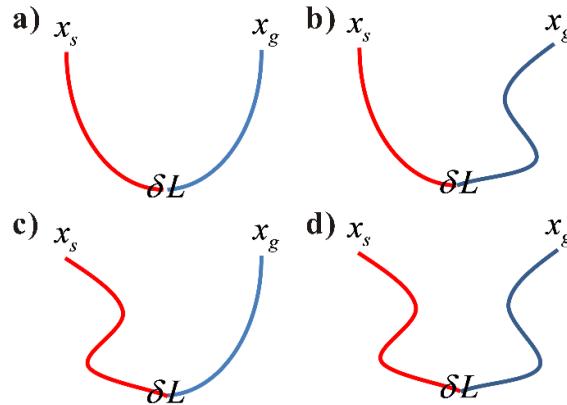


图 2.1 不同子核函数的物理解释示意图

(a)透射核函数, (b)炮点反射核函数, (c)检波点反射核函数, (d)炮点和检波点散射核函数

FWI 的全核函数是由直达波、折射波和反射波所有波场间相互作用而形成, 通过核函数分解可以更好地了解不同波场间的相互作用, 更重要的是可以更好地理解不同数据子集与不同模型参数成分之间的关系。图 2.2 中展示了一个简单的两层模型中的 FWI 全核函数以及通过核函数分解得到的各个子核函数。可以看出, 不同子核函数之间存在很大的差异, 通过这样的分解, 可以更好地发掘全核函数中包含的不同级别的非线性信息。假设透射波场的振幅为 1, 背向的反射波场的振幅为反射系数的量级  $R$  (譬如 0.1)。那么核函数中的最强能量贡献为透射

核函数(图2.2c),将折射波的数据子集沿透射核函数反投影,就可以很好地更新折射波波路径覆盖区域的背景速度,但是这部分能量在RWI中会变为零。在FWI的初期阶段中不合需要的分量是偏移响应(Migration-ellipse)(图2.2d),其强度为 $R$ ,是由反射波沿折射波路径投影而得到的。而反演背景速度需要令反射波沿着类似透射形状的波路径进行背景速度更新(图2.2e和f),其中的兔耳朵状(Rabbit-ear)反射波子核函数的强度仅为 $R^2$ 。因此,受欢迎的兔耳朵状反射波子核函数比不合需要的偏移响应的强度要小一个数量级,如果不采用核函数分解,需要的低波数能量会被不需要的高频偏移响应所掩盖,这就是常规FWI通常难以用反射波来更新背景速度的最主要原因。

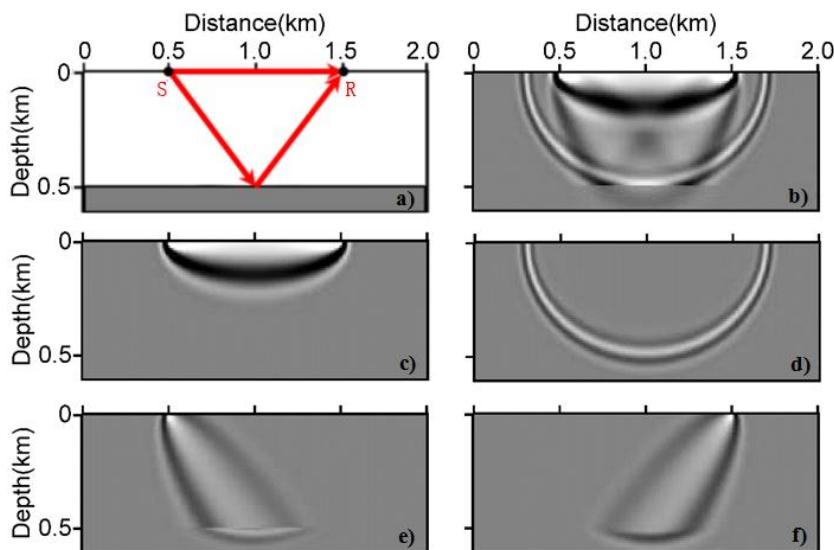


图2.2 FWI的全核函数及其分解

(a)单界面模型, (b)总核函数, (c)透射核函数,(d)偏移响应, (e)+(f)为反射核函数

在对核函数进行分解以及对不同子核函数的物理含义进行具体分析的基础上,就可以利用部分地震信息进行波形反演,以降低常规FWI中匹配全部信息所引起的高度非线性问题。因为匹配整个地震道的标准实在太高,在初始模型还达不到要求情况下,匹配整个地震道所有信息的难度实在太大,有时也没有必要(因为更迫切需要解决的是宏观速度模型),能把地震道的某个主要特征匹配好也许就可以达到某些要求(如构造成像)了。也就是说,要抛弃粗放式的对整个地震记录的匹配方式,而是要仔细分析不同参数变化在不同地震数据子集上的具体体现,在精细分析资料的基础上,在FWI的不同阶段采用不同的地震数据子集。

## 2.2.2 基于地震数据子集的波形反演方法

在上述思路指导下,本节给出基于地震数据子集的波形反演的具体方法。为

简单起见，这里只是考虑最小平方目标函数。为此，定义基于地震数据子集 FWI 的最小平方目标函数为：

$$J(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r} \int [\Re(u(\mathbf{x}_r, t; \mathbf{x}_s)) - \Re(d(\mathbf{x}_r, t; \mathbf{x}_s))]^2 dt, \quad (2.9)$$

其中， $\Re(u)$  和  $\Re(d)$  均表示对数据  $u$  和  $d$  进行某种数学操作， $\Re$  就是为提取某个地震数据子集的操作算子。显然， $J(\mathbf{m})$  是衡量模拟数据子集  $\Re(u(\mathbf{x}_r, t; \mathbf{x}_s))$  和观测数据子集  $\Re(d(\mathbf{x}_r, t; \mathbf{x}_s))$  之间的匹配程度的函数。

设地震波场  $u(\mathbf{x}_r, t; \mathbf{x}_s)$  所满足的波动方程为：

$$F(u(\mathbf{m}), \mathbf{m}) = 0. \quad (2.10)$$

对不同的物理正问题， $F(u, \mathbf{m}) = 0$  具有不同的形式。例如，对常密度声波传播问题，物理参数为介质速度  $V$ ，这时  $F(u, V)$  为

$$\left( \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right) u(x, t) = f(t) \delta(x), \quad (2.11)$$

其中  $f(t)$  为震源项。使(2.9)式的目标函数最小化的求解过程通常采用局部优化方法，其模型更新公式为

$$\mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{m}_k + \alpha_k \mathbf{p}_k, \quad (2.12)$$

其中，更新方向  $\mathbf{p}_k = -\nabla_m J$  和  $\alpha_k$  分别为第  $k$  次迭代的更新方向和步长，因此，目标函数的梯度  $\nabla_m J$  的计算是 FWI 中核心问题。由(2.9)式可得：

$$\frac{\partial J(\mathbf{m})}{\partial u} = (\Re(u(\mathbf{x}_r, t; \mathbf{x}_s)) - \Re(d(\mathbf{x}_r, t; \mathbf{x}_s))) \frac{\partial \Re}{\partial u}. \quad (2.13)$$

因此，利用伴随状态法的基本思路(Plessix, 2006)，可以确定基于地震数据子集的波形反演的梯度：

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{m}} = - \left\langle \lambda, \frac{\partial F(u, \mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \right\rangle = - \sum_{\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r} \int \lambda(\mathbf{x}, T-t; \mathbf{x}_s) \cdot \frac{\partial F(u(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s), \mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} dt, \quad (2.14)$$

其中，计算伴随场  $\lambda(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s)$  的伴随方程为：

$$\left( \frac{\partial F(u, \mathbf{m})}{\partial u} \right)^* \lambda = (\Re(u(\mathbf{x}_r, t; \mathbf{x}_s)) - \Re(d(\mathbf{x}_r, t; \mathbf{x}_s))) \frac{\partial \Re}{\partial u}. \quad (2.15)$$

可见，对不同的物理正问题，均可以利用(2.15)式的伴随方程计算伴随场  $\lambda$ ，其计算过程相当于一次地震波反向传播，而计算  $\partial F(u, \mathbf{m}) / \partial \mathbf{m}$  则是由具体反演采用的核函数决定的。当采用全核函数时，目标函数为(2.9)式的基于地震数据子集的 FWI，与基于目标函数(2.1)式的 FWI 一样，每次迭代均可以经过两次地震波正演

并利用(2.14)式就可以计算目标函数的梯度。而采用反射核函数时，每次迭代所需的正演次数与 RWI 一致，为四次。

可见，利用不同的地震数据子集进行波形反演时，梯度计算方法具有统一的形式，即(2.14)和(2.15)式，而且形式与常规 FWI 或者 RWI 完全一致，伴随方程的形式也相同。只是面对不同的正问题、不同的目标函数形式、以及不同的地震数据子集，计算伴随场的伴随震源不同而已。对于如(2.9)式的最小平方目标函数，其伴随震源不但取决于接收点处模拟数据和观测数据的子集  $\Re(u(\mathbf{x}_r, t; \mathbf{x}_s))$  和  $\Re(d(\mathbf{x}_r, t; \mathbf{x}_s))$  之差，还与选取数据子集的方式（即算子  $\Re$ ）有关。

至于选取什么样的地震数据子集，取决于实际地震数据特征和不同反演阶段。通过利用具体的体现数据子集和不同模型分量之间关系的子核函数来确定反演的梯度，就可以实现分步骤、分尺度的地震波形反演。

从理论上讲，只要能够从地震数据中抽取具有意义的信息，均可以利用这些信息构成的地震数据子集按照上述思路进行波形反演。体现地震数据某个特征的地震数据子集，它需要具备以下条件：(1) 能够体现地震信号的某个或某些“宏观”变化特点，主要反映地下参数的宏观变化；(2) 在物理上和(或)从信号角度具有一定的含义；(3) 可以通过一定的数学手段进行提取。

实际上，以前的一些学者提出的一些 FWI 反演方法和策略，也是不同程度地体现了基于地震数据子集进行全波形反演的基本想法，这些方法和策略的目的都是通过利用部分信息来降低波形反演的非线性程度。这些数据子集可以是：

(1) 地震数据中某种特定震相构成的数据子集。例如，若算子  $\Re$  是选取初至波的波形，相应的反演则退化为初至波波形反演(Sheng et al., 2006)或者高斯束初至波波形反演(刘玉柱等, 2014)；若算子  $\Re$  是选取反射波的波形，相应的反演则退化为反射波波形反演(Xu et al., 2012a; Xu et al., 2012b)。

(2) 地震数据中某个特定时间和空间观测孔径的数据构成的数据子集。例如，为了降低反演的非线性程度，算子  $\Re$  可以是选取地震记录某一个时窗的波形的操作，这时相应的反演就退化为层剥离全波形反演(Shipp and Singh, 2002; Wang and Rao, 2009)；若算子  $\Re$  是选取不同偏移距的地震数据，相应的反演就是采用分偏移距反演策略的全波形反演(Singh, 1989; 董良国等, 2013)。

(3) 地震数据经过特定数学变换后构成的数据子集。例如，若算子  $\Re$  是 Laplace 变换算子，这时上述基于数据子集的 FWI 就退化为 Laplace 域全波形反演(Shin and Cha, 2008)，实际上就是通过 Laplace 变换算子、主要利用初至波的走时信息，更稳健地为下一步的反演建立一个低波数初始速度模型。若算子  $\Re$  是对地震道进行积分的算子，这时相应的反演就退化为基于道积分的全波形反演(Liu et al., 2011; Chauris et al., 2012; Donno et al., 2013)，这种方法可以在数据缺失

低频或者初始模型不好时为常规的 FWI 提供一个较好的初始模型。若算子  $\mathfrak{R}$  是通过 Hilbert 变换提取地震道的包络，相应的反演就变为基于包络的全波形反演 (Chi et al., 2013; Chi et al., 2014; Wu et al., 2014; Luo and Wu, 2015)，在地震数据缺失低频信息时，可以利用这种波形反演方法建立一个相对可靠的初始速度模型。而司空见惯的多尺度分频反演策略(Bunks, 1995; Sirgue and Pratt, 2004; 刘国峰等, 2012)，实际上也是利用低频地震数据子集构造的目标函数非线性程度低的特点，来更稳健地建立一个相对可靠的低波数初始速度模型，以此为基础再逐步利用高频成分的地震数据子集，从而在反演中逐渐提高反演的分辨率。

至于选取何种地震数据子集，取决于反演所处的阶段和反演目的，还取决于实际地震资料的特点。如果是为了反演浅层模型，FWI 过程中可以只选取初至波数据子集；如果是利用 FWI 为偏移成像提供宏观模型，可以选取体现地震数据宏观信息的数据子集，例如走时信息、地震道包络、Laplace 变换、积分变换、相位信息等；如果成像问题已经解决，需要利用 FWI 进行精细储层反演与描述，就需要考虑利用体现数据精细变化特征的地震数据子集，因为储层的变化主要体现在地震数据的细微变化特征上。

如果是想通过 FWI 为成像提供一个具有更高精度的宏观速度模型，在全波形反演中只需要匹配部分信息就有可能解决这样的建模问题，同时可以降低反演的非线性程度。由于要反演的是速度变化的低波数成分，FWI 中所选择的部分信息主要应该体现地震数据的宏观变化特征。

## 2.3 小结

根据实际地震数据的具体特点，在不同的反演阶段，选择不同的地震数据子集，有针对性地构造非线性程度更低的目标函数，以实现分步骤、分尺度的全波形反演，其中每个步骤的反演都可以称之为基于地震数据子集的全波形反演方法。这是地震数据和地下参数之间复杂关系的客观要求，也是地震数据处理与解释中的不同阶段不同目标的客观要求。

对地震记录全部信息的匹配这是地震反演的最高理想，但在不同的反演阶段、面对诸多现实的困难，明智而现实的作法是根据实际情况适当降低反演的标准，不再刻意追求对地震记录全部信息的匹配，而是把对地震数据的部分信息进行匹配看作反演的阶段目标，这也就是基于地震数据子集的波形反演。

因此，倘若仅将 FWI 人为定义为对地震记录全部信息的匹配，这样必然极大限制了 FWI 的发展。将对地震数据的部分信息进行匹配来反演介质参数的思路方法定义 FWI，这样会给 FWI 更大的空间，会更好地解决实际问题。

## 第3章 基于包络目标函数的波形反演方法研究

常规 FWI 旨在匹配全部的波形信息，但是极易受局部极值问题的影响。在实际地震资料中，由于低频信息和长偏移距数据的缺失，使得传统的多尺度策略不能用来解决这种强非线性问题。由于包络信息作为地震数据子集的一种特例，体现了数据的宏观特征，对模型的长波长成分更为敏感。因此，在本章中，在勘探地震学的尺度，发展了基于包络目标函数的波形反演方法，以便为常规 FWI 提供长波长的初始速度模型。该方法的梯度也可以方便地通过伴随状态法进行有效求取，与常规 FWI 相比，并没有增加额外的计算量。通过简单模型试验证明，包络目标函数具有更好的凸性，进而可以一定程度上减弱周期跳跃现象。基于 Marmousi 模型的理论数据表明，即使是在初始模型较差、低频数据缺失的情况下，基于包络目标函数的波形反演方法也可以为常规 FWI 提供足够精确的初始模型。

### 3.1 引言

如何获得地下介质的定量参数依然是油气储层刻画中的主要难题。通过利用全部的叠前地震数据，全波形反演可以获得高分辨率的地下定量模型(Tarantola, 1984)。实际上，该方法是一个高度病态、具有强烈非线性的反问题，因而会对噪声、初始模型的不精确和低频缺失等问题极其敏感(Virieux and Operto, 2009)。通过伴随状态法，FWI 的第一次迭代梯度被认为是偏移过程(Tarantola, 1984)，它可以提供模型的短波长成分。然而，更新模型的长波长成分却是十分困难的，尤其是在低频数据缺失和采集孔径过窄的情况下。如果初始模型没有在全局最优解的邻域内，FWI 极易陷入局部极值(Gauthier et al., 1986)。

严重的局部极值问题主要是由于地震波场和模型参数之间复杂的关系造成的，尤其是高频数据和背景模型的强烈非凸关系(Mulder and Plessix, 2008)。为了解决这个问题，不同学者们提出了一系列的反演策略。

在时间域，通过带通滤波连续地从低频数据到高频数据进行反演(Bunks et al., 1995)；在频率域，天然的多尺度优势使得高频数据引发的跳周问题得以解决(Pratt et al., 1998; Sirgue and Pratt, 2004)，频率域反演的另一个优势是可以通过频率优选策略仅采用少数频率成分即可以得到精确的反演结果，大大提高了反演效率。然而，对于复杂构造区域，仅仅采用经典的多尺度策略并不足以得到可靠的 FWI 结果。

另一种有效的策略是选择一些地震数据的子集来进行反演。通过时间窗策略

可以实现数据孔径的分级选择策略,进而对反演引入规则化效应并降低反演的非线性程度。其中,当窗函数选为初至波附近的窄时窗时,即为初至波波形反演(Sheng et al., 2006)。通过时窗和偏移距结合的反演方法,可以实现层剥离的反演策略,分层次地从浅到深进行反演(Shipp and Singh, 2002; Wang and Rao, 2009)。类似的,在频率域利用复频率可以简化复杂的地震数据,采用双级的反演策略进一步降低反演的非线性(Brossier et al., 2009)。然而,在实际地震资料中并不是总包含低频和大偏移距信息。传统勘探数据中缺乏 4Hz 以下的有效信号使得时间域和频率域的多尺度策略难以实现(Baeten et al., 2013)。

尽管在 FWI 中低频数据是迫切需要的,但是更多时候不得不利用高频数据来获得初始模型。为了保证用高频数据来反演光滑模型的能力,另一种方法是修正目标函数,以匹配地震数据中的其他信息。例如,利用相关函数衡量时差的初至波走时反演(Luo and Schuster, 1991)。因为相关函数只有在处理具有相似形状的波形信息时才具有明确的物理意义,所以必须要先孤立出地震数据中的特定震相,进而需要一定的人工拾取或时窗操作。Laplace 域波形反演(Shin and Cha, 2008)可以提供光滑的反演模型,即使当初始模型与真实模型间存在较大的差异。利用阻尼函数来简化复杂的地震数据进而匹配初至和后续震相的加权振幅,使得 Laplace 域反演方法对长波长的速度结构表现为很好的线性性质(Bae et al., 2012)。然而,这种方法通常需要长偏移距信息来成像深部的速度结构,并且对初至前的噪声极为敏感。在频率域,一些学者(Shin and Min, 2006)采用对数波场来区分振幅和相位的贡献,然而,提取相位时并没有消除相位折叠现象的影响。由于基于相位导数建立的目标函数并不受相位折叠效应的影响(Choi and Alkhalifah, 2013),所以强阻尼的相位导数(瞬时走时)反演可以为 FWI 或者偏移提供很好的初始模型。通过 Hilbert 变换,也可以实现振幅和相位的分开,进而利用包络和瞬时相位构建 FWI 中的目标函数(Bozdağ et al., 2011)。在瞬时相位匹配的过程中,先使用长周期的数据可以解决严重的相位折叠问题,但是在勘探地震数据中并不一定包含如此低频的有效信息。虽然通过定量比较不同目标函数下的有限频敏感核函数可以对波形、包络和瞬时相位等不同目标函数的优劣获得一定的认识,但是 Bozdağ 只是比较了不同的目标函数,并没有获得任何基于包络和瞬时相位的反演结果,也没有给出包络或者瞬时相位目标函数优于传统波形匹配的目标函数的具体理由(Bozdağ et al., 2011)。

本章发展了 Bozdağ 等人的方法,提出了基于包络的 FWI 反演方法,在低频数据缺失时,该方法更好地解决了 FWI 中的强非线性问题。为了强调包络目标函数优于常规的波形残差目标函数,本章主要分析了目标函数、伴随震源和非线性问题。数值试验表明,即使在数据缺少可靠低频信息、初始模型也不好的情况

下，包络 FWI 仍然可以更新长波长速度模型，并可以为常规 FWI 提供更好的初始速度模型。实际海洋地震资料反演结果证明了包络 FWI 在背景速度建模的应用效果。

## 3.2 方法原理

常规全波形反演是通过使模拟和观测数据间的误差最小来更新地下速度模型的。由于目标函数、伴随震源和非线性问题是梯度导引类的波形反演方法的关键，本节主要通过对这三方面问题进行分析，比较基于包络和波形目标函数的反演方法间的差异，进而说明基于包络目标函数的波形反演方法在建立初始速度模型方面的优越性。

### 3.2.1 波形和包络目标函数

常规 FWI 比较的是完整的地震数据，即通过最小化模拟数据与观测数据间的误差来估计地下模型，相应的目标函数定义为

$$J(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \sum_{s,r} \int_0^T F[u(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t), u_0(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t)] dt, \quad (3.1)$$

其中  $u(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t)$  和  $u_0(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t)$  分别是在给定炮点  $\mathbf{x}_s$  和检波点  $\mathbf{x}_r$  处的模拟和观测数据。 $F[u(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t), u_0(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t)]$  是衡量模拟和观测数据波形间的差异的某种准则，通常采用的是基于  $L_2$  范数的波形残差目标函数

$$J(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \sum_{s,r} \int_0^T [u(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t) - u_0(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t)]^2 dt. \quad (3.2)$$

对于常密度声波方程，模拟数据满足

$$\left( \frac{1}{v^2(\mathbf{x})} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) u(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}, t) = f(t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s), \quad (3.3)$$

其中变量  $v(\mathbf{x})$  是  $\mathbf{x}$  处的速度。

而基于包络的反演方法比较的则是模拟和观测数据的包络差异，其目标函数为

$$J_e(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \sum_{s,r} \int_0^T F[E(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t), E_0(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t)] dt, \quad (3.4)$$

其中， $E(t)$  是  $u(t)$  的包络，定义为  $E(t) = \sqrt{u^2(t) + \tilde{u}^2(t)}$ ，而  $\tilde{u}(t)$  是  $u(t)$  的 Hilbert 变换。 $F[E(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t), E_0(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t)]$  是衡量模拟和观测数据包络间的差异的某种准则，本章主要讨论三种基于包络的目标函数：

(1) 基于  $L_2$  范数的包络残差目标函数:

$$J_{e1}(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \sum_{s,r} \int_0^T [E(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t) - E_0(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t)]^2 dt. \quad (3.5)$$

(2) 基于  $L_2$  范数的包络平方残差目标函数:

$$J_{e2}(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \sum_{s,r} \int_0^T [E^2(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t) - E_0^2(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t)]^2 dt. \quad (3.6)$$

(3) 基于  $L_2$  范数的包络对数残差目标函数:

$$J_{e3}(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \sum_{s,r} \int_0^T [\ln(E(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t)) - \ln(E_0(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t))]^2 dt. \quad (3.7)$$

Hilbert 变换是信号处理中的经典工具, 在地震属性提取和储层预测中有很多应用。不同于传统的线性信号分析, 包络解调是一种非线性变换, 可以生成低频成分。例如, 对于一个简单的振幅调制的余弦载波

$$x(t) = [1 + \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_z t), \quad (3.8)$$

其中,  $f_m$  是调制频率,  $f_z$  是载波频率。 $x(t)$  的 Hilbert 变换为

$$\tilde{x}(t) = [1 + \cos(2\pi f_m t)] \sin(2\pi f_z t). \quad (3.9)$$

所以,  $x(t)$  的包络为

$$E[x(t)] = \sqrt{x^2(t) + \tilde{x}^2(t)} = |1 + \cos(2\pi f_m t)|. \quad (3.10)$$

由于  $|1 + \cos(2\pi f_m t)|$  的傅里叶级数展开包含所有调制频率的谐波成分, 因此方程 (3.10) 可以表示为

$$E[x(t)] = A_0 + A_1 \cos(2\pi f_m t) + A_2 \cos(2\pi 2f_m t) + \dots \quad (3.11)$$

从(3.11)式可以看出, 包络调制方法可以产生零频和低频成分。对于地震数据, 包络数据也是包含丰富的低频信息, 在全波形反演中这部分信息会对长波长的背景速度更加敏感。

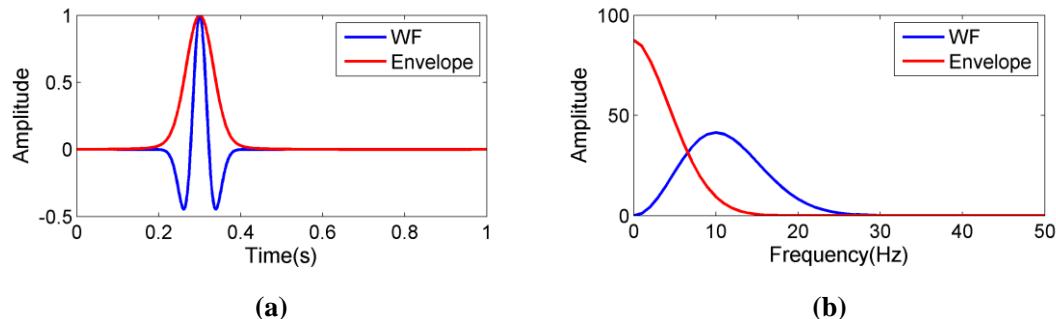


图 3.1 (a)Ricker 子波及其包络和(b)Ricker 子波及其包络的频谱

下面,利用两个例子来说明包络的调制效应。图 3.1a 为 Ricker 子波(蓝线)及其包络(红线),可以发现,子波本身变化很剧烈,而包络却震荡缓慢。图 3.1b 展示了相应的波形数据(蓝线)和包络数据(红线)的频谱。可以发现,通过非线性变换,低频信息被加入到包络信号中,非常适合于用来估计速度模型的长波长成分。

图 3.2a 和图 3.2b 展示了 Marmousi 模型的一炮理论合成数据的波形及包络,而图 3.2c 和图 3.2d 展示了该炮波形和包络的振幅谱。可以发现,即使对于这个复杂模型模拟的数据,在数据的包络信号中,低频信息也十分丰富。

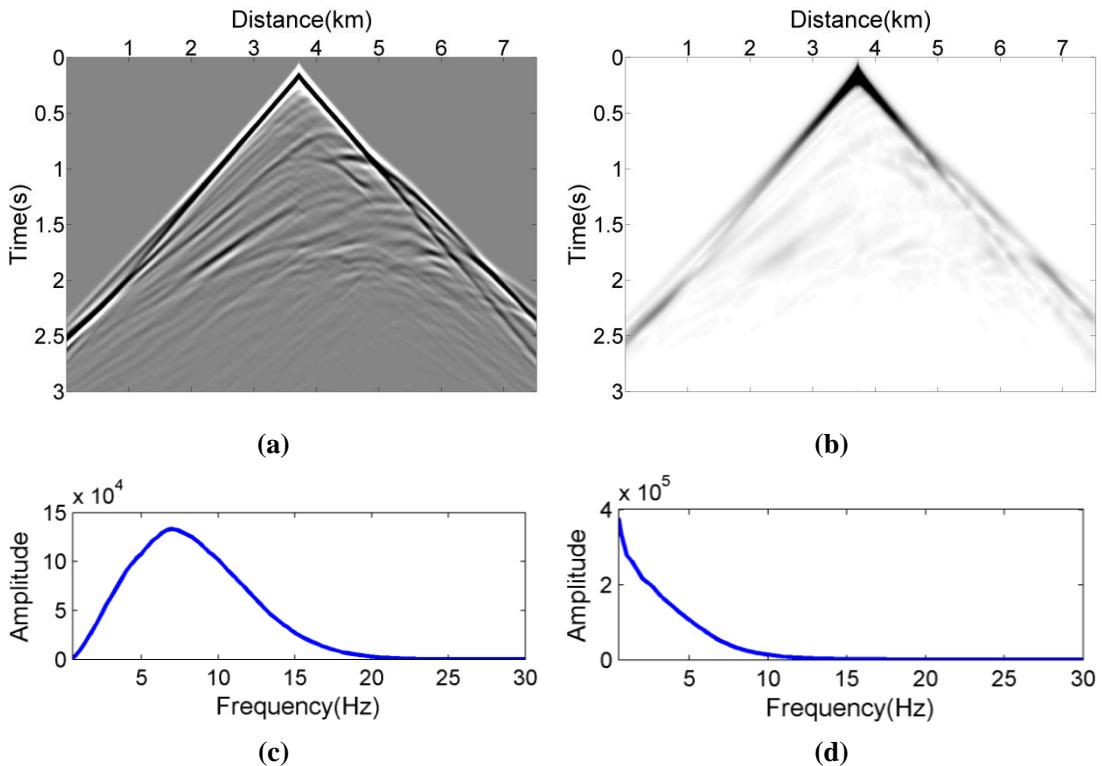


图 3.2 (a)Marmousi 模型的单炮数据和(b)包络; (c)单炮数据和(d)包络数据的频谱

### 3.2.2 目标函数非线性程度比较

由于 FWI 问题的求解通常都是采用局部优化迭代方法,因此 FWI 对初始模型的精度极为敏感。利用理论数据实验来调查哪种目标函数能更好的降低 FWI 的非线性程度是很有指导意义的。

本节中,采用一个单参数的简单模型试验,来强调基于包络的目标函数可以在一定程度上降低反演的非线性程度。精确模型为 2.0 km/s 的背景速度中包含一个速度为 3.0 km/s 的异常球体(如图 3.3 所示)。异常体的直径为 300 m。采用 Cross-well 观测系统,即炮点位于地表,而检波点排列在相反方向的模型底端。共采用了 40 炮数据,炮间距为 50 米,每炮 201 个检波点,检波点间距为 10 米。

模拟采用的子波为主频 10 Hz 的 Ricker 子波。

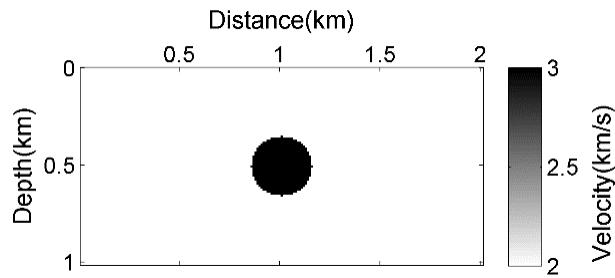


图 3.3 球状异常模型

将异常体的速度从 1.0 km/s 扰动到 6.0 km/s，间隔为 0.1 km/s，对每个扰动后的模型，利用公式 (3.2) 和 (3.5) 计算不同目标函数值（图 3.4）。可以发现，即使采用如此简单的模型，目标函数中除了全局最小值，也存在若干局部极小值。为了获得全局最优解，采用梯度导引类的算法时，必须要求初始模型位于全局最小值附近的邻域内。相比于常规的波形误差（图 3.4 蓝线），包络目标函数（图 3.4 红线）的全局最小值附近的邻域更宽，这意味着采用包络目标函数具有更好的凸性特征，可以一定程度上减弱周期跳跃、降低局部极值问题。

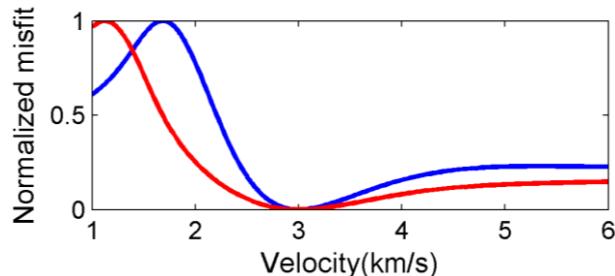


图 3.4 常规 FWI (蓝) 和包络 FWI (红) 的目标函数变化

### 3.2.3 伴随震源和梯度

对于常规的波形残差目标函数，梯度通常是通过伴随状态法计算的(Plessix, 2006)，可以表达为正向传播的震源波场  $u(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}, t)$  和反向传播的伴随波场  $u_s(\mathbf{x}, t)$  的互相关(Tarantola, 1984; Tromp et al., 2005)

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{m}} = \sum_s \sum_r \int dt \frac{1}{v^3(\mathbf{x})} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} u_s(\mathbf{x}, t), \quad (3.12)$$

其中， $u(\mathbf{x}, t)$  是炮点激发的正传波场。 $u_s(\mathbf{x}, t)$  是伴随波场，它是同样的波动方程的解，但是施加了不同的震源项  $f_s(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t)$ ，该震源项称为伴随震源，它与目标函数的形式有关。对于 (3.2) 式的  $L_2$  范数的波形残差目标函数而言，伴随震源为  $f_s(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t) = u(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t) - u_0(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t)$ 。

对于包络 FWI，其伴随震源  $f_s(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t)$  应该修正为

$$f_s(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t) = \frac{\partial F[E(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t), E_0(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t)]}{\partial u}. \quad (3.13)$$

对于基于  $L_2$  范数的包络残差目标函数

$$f_{s1}(t) = u(t) \left\{ \frac{E(t) - E_0(t)}{E(t)} \right\} - H \left\{ \frac{E(t) - E_0(t)}{E(t)} \tilde{u}(t) \right\}, \quad (3.14)$$

对于  $L_2$  范数的包络平方残差目标函数

$$f_{s2}(t) = u(t) \{ E^2(t) - E_0^2(t) \} - H \{ [E^2(t) - E_0^2(t)] \tilde{u}(t) \}, \quad (3.15)$$

对于  $L_2$  范数的包络对数残差目标函数

$$f_{s3}(t) = - \left[ \ln \frac{E_0(t)}{E(t)} \right] \frac{u(t)}{E^2(t)} + H \left\{ \left[ \ln \frac{E_0(t)}{E(t)} \right] \frac{\tilde{u}(t)}{E^2(t)} \right\}, \quad (3.16)$$

其中  $H \{ \}$  为 Hilbert 变换。

利用伴随状态法，不同准则下的包络目标函数的梯度也可以通过正传波场与反传波场的互相关得到，与常规 FWI 有着相同的形式，具体的梯度形式为：

$$\frac{\partial J_e}{\partial \mathbf{m}} = \sum_s \sum_r \int dt \frac{1}{v^3(\mathbf{x})} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} u_s(\mathbf{x}, t). \quad (3.17)$$

关于包络 FWI 的伴随震源和梯度的推导过程，具体可见附录 A。

对于采用不同目标函数的方法，正传波场是相同的，而反传波形是由 Green 函数和伴随震源决定的。对于不同的包络目标函数，伴随震源可以统一写为

$$f_s(t) = u(t) \{ \chi[E(t), E_0(t)] \} - H \{ \chi[E(t), E_0(t)] \tilde{u}(t) \}, \quad (3.18)$$

其中， $\chi[E(t), E_0(t)]$  是  $E(t)$  和  $E_0(t)$  的函数，是由目标函数的表达式决定的。包络 FWI 的伴随震源除了与波形信息有关，还与包络信息有关，因此包络信号中的低频信息可以被用来重建大尺度的背景速度结构。

伴随震源的 Fourier 变换为

$$F_s(\omega) = \int_0^t [u(t) \{ \chi[E(t), E_0(t)] \} - H \{ \chi[E(t), E_0(t)] \tilde{u}(t) \}] e^{-i\omega t} dt. \quad (3.19)$$

由于 Hilbert 变换仅仅引入 90 度相移，并不改变振幅谱，所以这里仅仅关注伴随震源的 Fourier 变换后的第一项。由于时间域的乘积等价于频率域的循环褶积，所以伴随震源的 Fourier 变换后的第一项可以表达为

$$F_{s1}(\omega) = U(\omega) * X(\omega). \quad (3.20)$$

其中  $U(\omega)$  是波场  $u(t)$  的 Fourier 变换， $X(\omega)$  为与包络相关的函数  $\chi[E(t), E_0(t)]$

的 Fourier 变换。可以看出，伴随震源的 Fourier 变换为模拟波场的原始频率成分  $U(\omega)$  的加权平均，权系数为  $X(\omega)$ ，这就是伴随震源会包含零频和低频信息的根本原因，即使原始数据中并不包含这部分信息。

另外，褶积可以起到对函数规则化的效应，使泛函更加光滑。最终，包络 FWI 的光滑伴随震源可以起到低通滤波的效果，阻尼掉反传波场中的高频信息，进而获得一个光滑的梯度。相反，当数据中不含低频时，常规 FWI 的伴随震源将不含有任何低频数据，这是令常规 FWI 很头痛、但却是实际中很常见的一种情况！这时，传统的多尺度策略无法降低反问题的强非线性程度，而包络 FWI 则可以为常规 FWI 提供精确的初始模型。

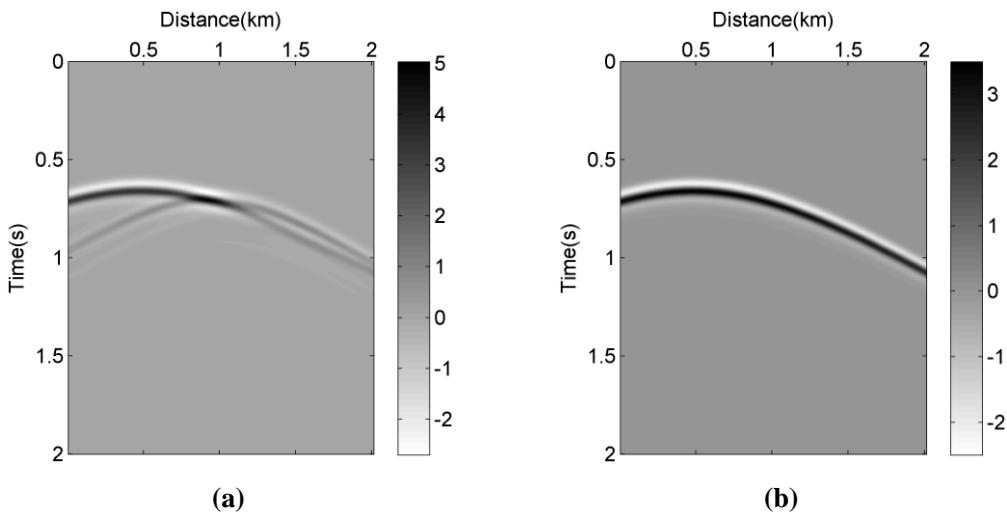


图 3.5 (a)精确模型和(b)初始模型的单炮数据

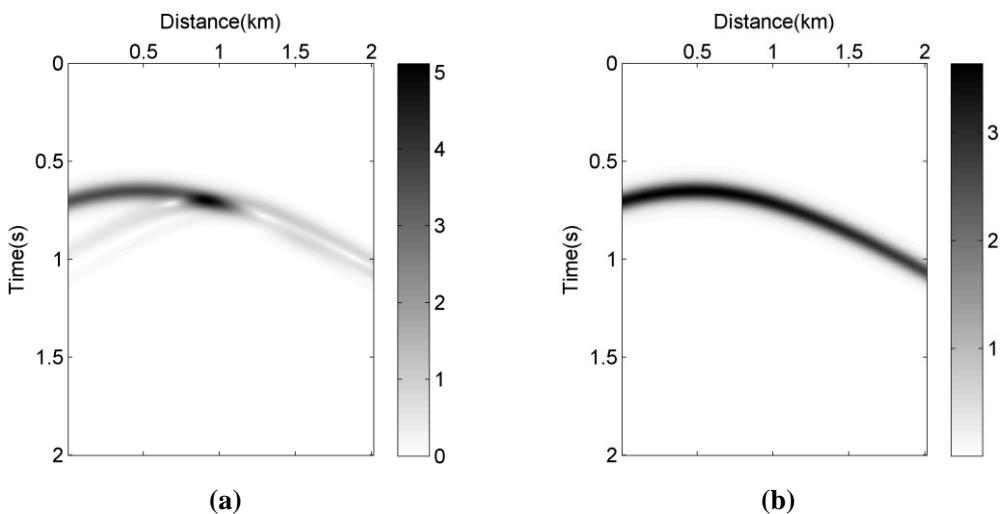


图 3.6 (a)精确和(b)初始模型的包络数据

下面用一个数值例子来说明常规 FWI 和基于包络 FWI 方法的伴随震源和梯度之间的差别。图 3.5 和 3.6 为球状模型（图 3.3）及背景速度模型的一炮理论合成数据及其包络。由于球状异常体的存在，可以在近偏移距观测到散射波，在远

偏移距处看到走时存在差异。

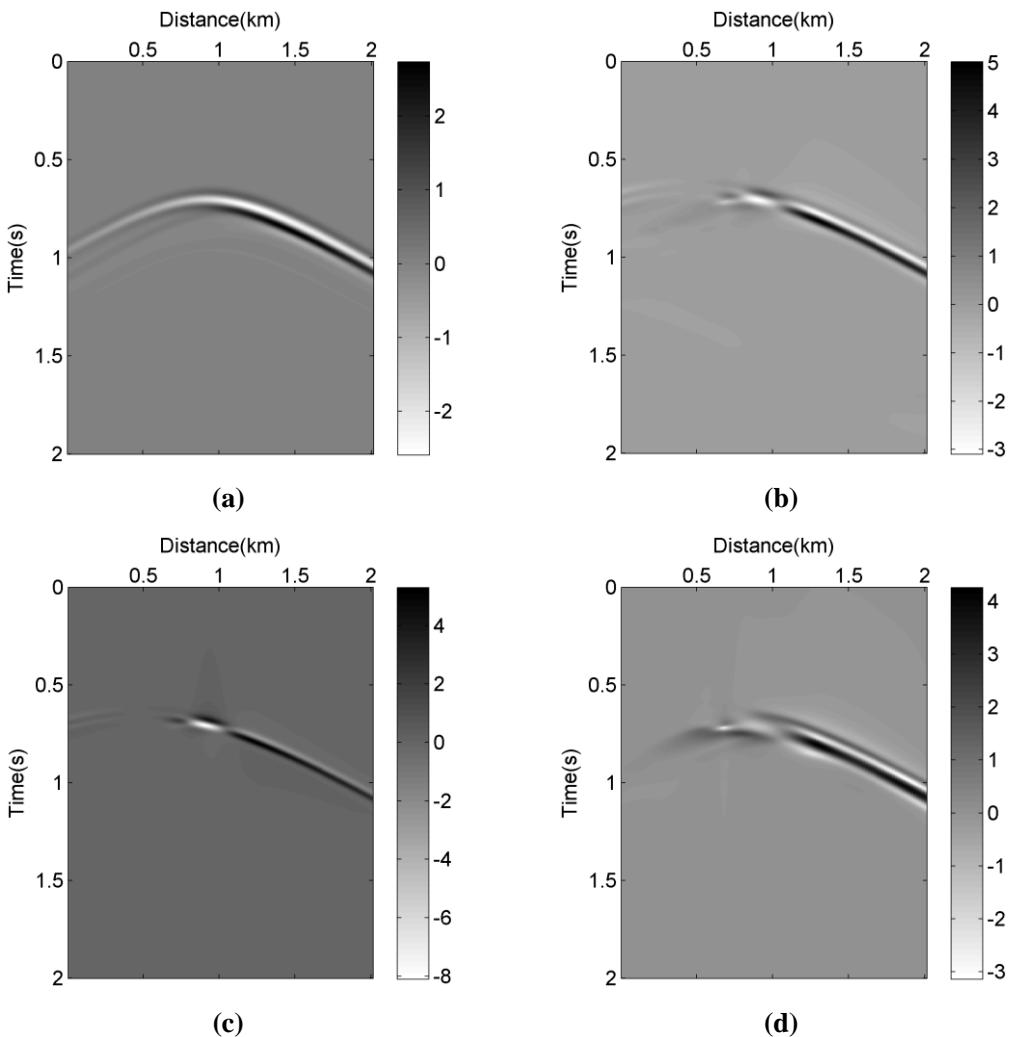
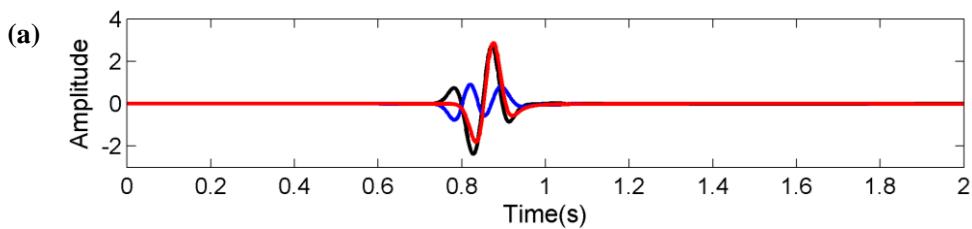


图 3.7 (a) 常规, (b)包络, (c)包络平方和(d)包络对数 FWI 的伴随震源

图 3.7 为常规 FWI 和前文所提到的三种基于包络的目标函数的相应伴随震源。对于常规 FWI, 伴随震源主要是近偏移距的散射波和长偏移距的透射波残差波场。可以发现, 在近偏移距, 并不存在跳周现象, 而远偏移距则含有复杂的跳周问题, 即远偏移距透射波的走时差异已经超过地震数据的半个周期 (图 3.8a)。相反, 由于包络信号的光滑性, 包络、包络平方和包络对数 FWI 的伴随震源在长偏移距数据处也没有发生跳周问题 (图 3.8b, c 和 d)。



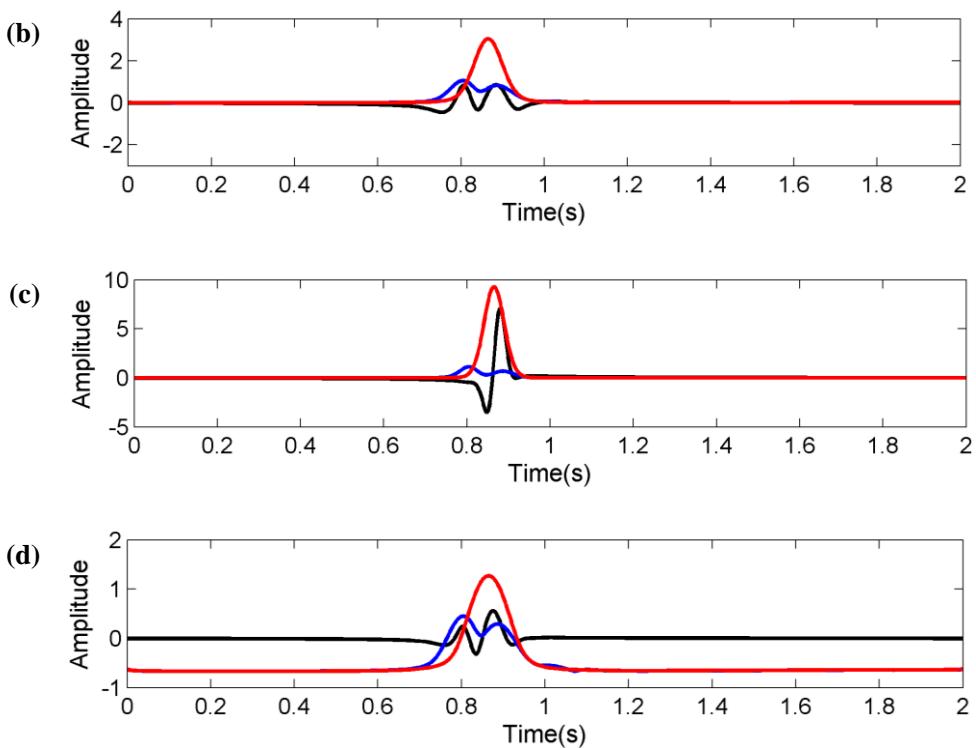


图 3.8 真实模型（蓝）和初始模型（红）的一道记录及相应的(a)常规 FWI, (b)包络 FWI, (c)包络平方 FWI 和(d)包络对数 FWI 的伴随震源（黑）

另外,由于常规 FWI 的伴随震源完全是由观测和模拟的记录决定的,因此,其振幅谱与地震数据的振幅谱基本一致,并不包含丰富的低频信息(图 3.9a)。然而,因为包络 FWI 的伴随震源是由波形和包络残差共同决定的,所以通过包络调制效应引入的包络信号中丰富的低频信息,再通过褶积作用得到的光滑伴随震源,可以用来重建模型的背景成分(图 3.9b, c 和 d)。

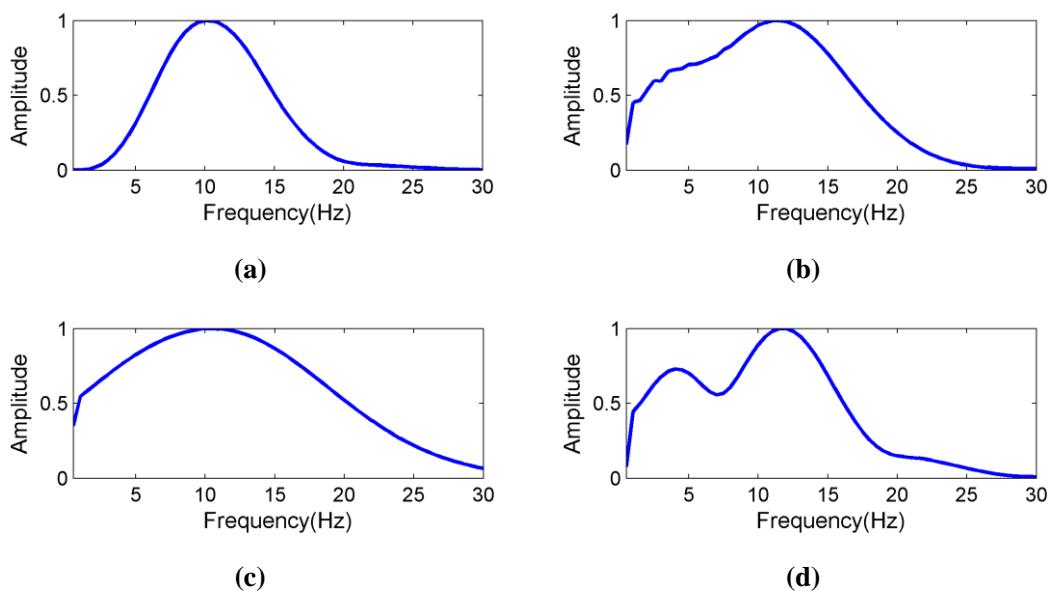


图 3.9 (a)常规, (b)包络, (c)包络平方和(d)包络对数 FWI 的伴随震源的频谱

图3.10为常规FWI和包络FWI在背景速度时的梯度。可以发现，常规FWI的梯度主要为异常体的边界，而三种包络FWI的梯度尽管存在差别，但均得到了光滑的结果，并且获得了异常体的正确位置。由于强烈非线性和长偏移距数据的跳周问题，常规FWI的梯度对异常体的内部成像很差，使得反演结果陷入局部极值。相反，因为包络FWI相对较弱的非线性程度和不存在跳周现象，其梯度可以更好的反映模型的低波数信息。

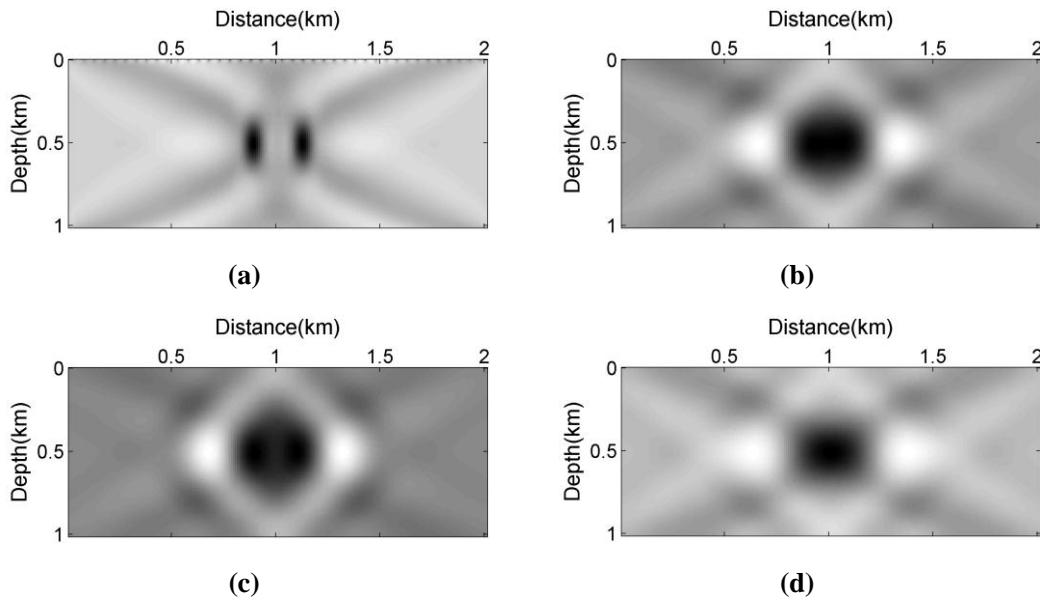


图3.10 (a)常规, (b)包络, (c)包络平方和(d)包络对数 FWI 的梯度

从以上的对比和分析，可以看出，相比于常规FWI，包络FWI的目标函数具有更好的凸性，并且其伴随震源含有丰富的低频信息。常规FWI的梯度更易反映异常体的边界，而包络方法无论在边界处还是在异常体的内部，都得到了光滑的结果。因此，包络FWI具有更好的模型背景速度反演能力。

### 3.3 数值实验

下面利用声波高阶有限差分算法模拟的数据来测试包络FWI的反演效果。真实模型为Marmousi模型中抽取的大小为 $7.5 \times 2.1$ 千米的部分模型（图3.11a）。水平和垂直方向的网格间距都是15米，采用地表观测系统，共使用120炮，炮间距为60米，每炮均在地表所有网格点处接收数据。震源子波为主频8Hz的Ricker子波，采样间隔为2ms，记录长度为3s。常梯度模型作为反演试验的初始模型（图3.11b）。为了强调在数据缺乏低频信息时包络FWI的应用效果，进行试验时已经滤掉了数据中4Hz以下的能量。试验所用数据中的一炮及其频谱如图3.12所示。

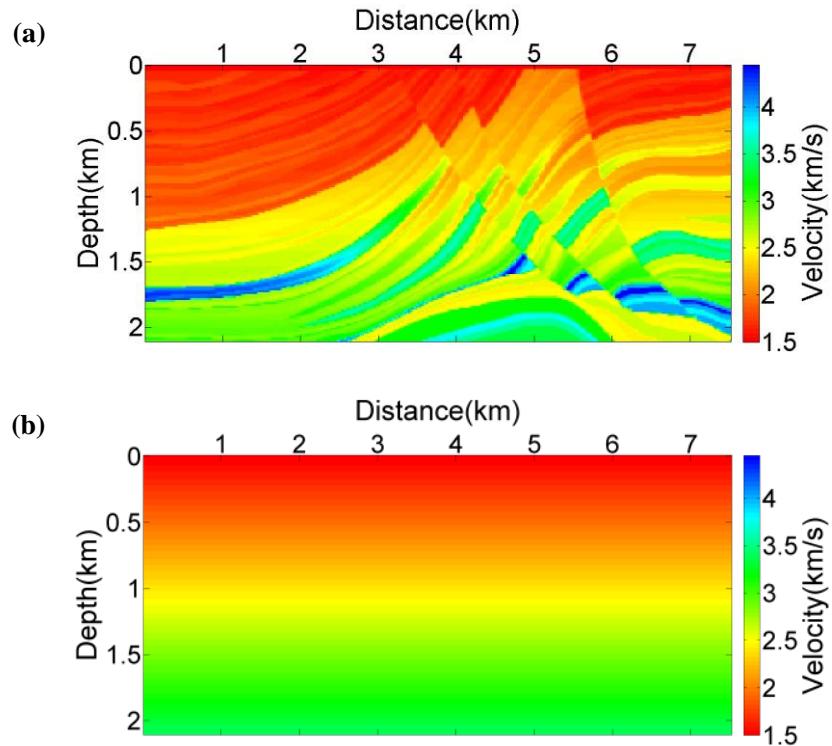


图 3.11 (a)Marmousi 模型和(b)常梯度初始模型

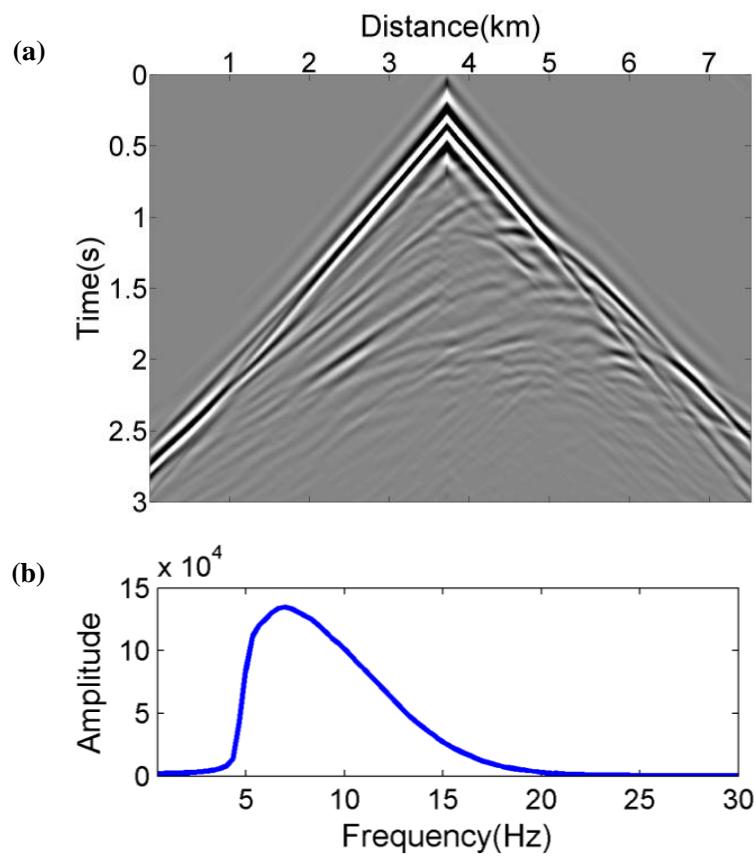


图 3.12 (a)不含低频的单炮数据和(b)频谱

由于常梯度初始模型严重偏离于真实模型,从常规 FWI 的反演结果(图 3.13)可以看出,常规 FWI 仅仅在错误的深度处更新了一些短波长的细节信息。缺乏准确的低波数模型更新,常规 FWI 不能避免跳周问题。

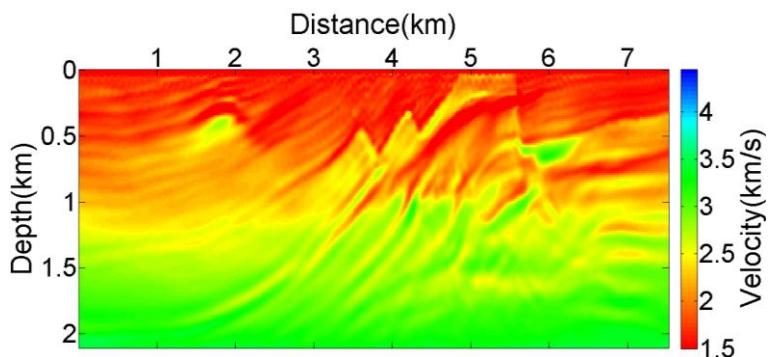


图 3.13 常规 FWI 反演结果

为了使常规 FWI 得到更好的收敛结果,可以先利用包络 FWI 反演长波长模型进而为常规 FWI 提供更好的初始模型。从图 3.14a 可以看出,即使采用了图 3.11b 的常梯度模型作为初始模型并且数据中缺乏低频信息,包络 FWI 也获得了较好的背景速度模型。利用此模型作为初始模型,常规 FWI 可以得到更为精确的反演结果(图 3.14b),在低波数的包络 FWI 反演模型基础上很好地更新了高波数的细节信息。

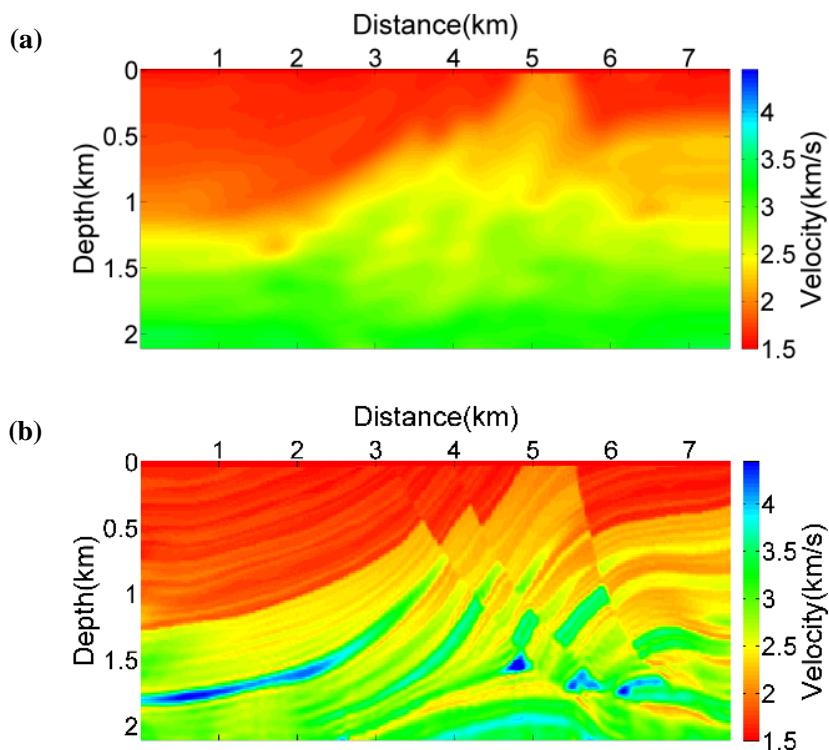


图 3.14 (a)包络 FWI 反演结果和(b)以包络 FWI 反演结果为初始模型的常规 FWI 反演结果

为了验证反演结果的准确度，分别基于梯度初始模型、常规 FWI 结果、包络 FWI 结果和精确模型进行了逆时偏移，结果见图 3.15。由于梯度初始模型严重偏离于真实模型，图 3.15a 中几乎所有的反射层都没有归位到准确位置，并且深部成像结果基本不聚焦。因为常梯度初始模型中缺乏准确的低波数成分，基于常规 FWI 结果的成像结果（图 3.15b），并没有得到任何有效的改进，甚至变得更差。归功于包络目标函数的相对较弱非线性程度和伴随震源中的丰富低频信息，包络 FWI 得到了较好的背景速度反演结果，基于此结果的逆时偏移成像质量大为改善（图 3.15c），几乎与在精确模型中得到的结果（图 3.15d）一致。

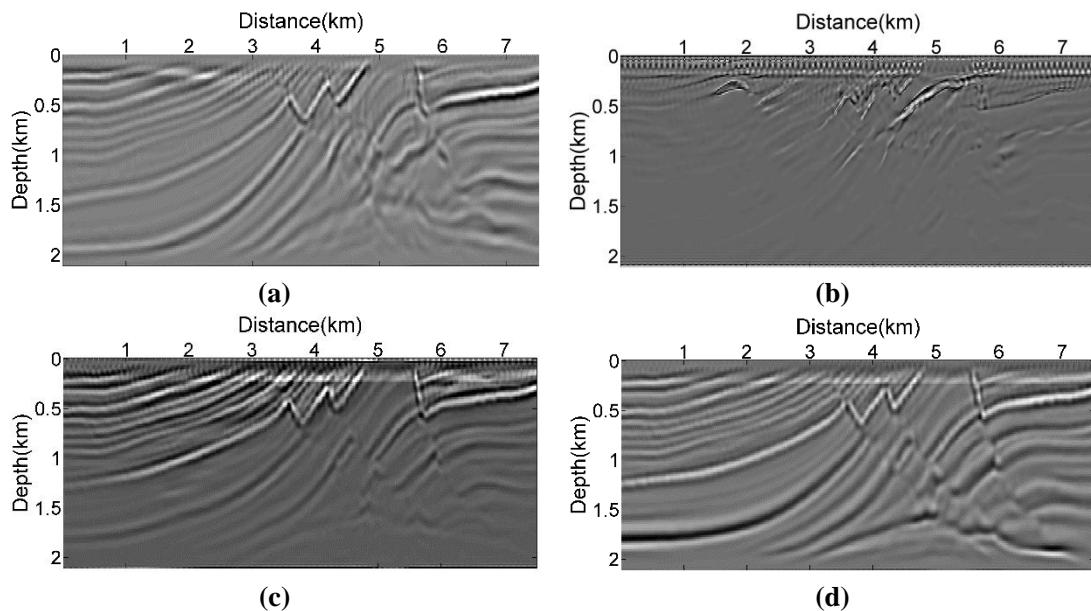
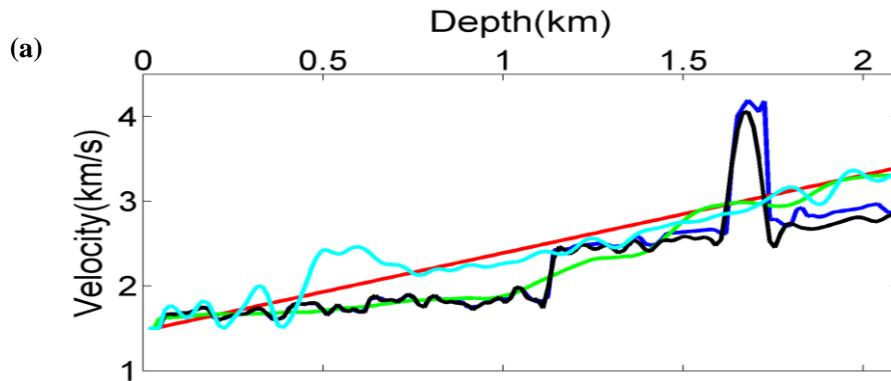


图 3.15 (a)基于初始模型, (b)常规 FWI 结果, (c)包络 FWI 结果和(d)精确模型的 RTM 结果

图 3.16 展示了不同反演结果的位于 1.5 千米和 5.8 千米处的垂向速度剖面，可以对比出不同反演方法的反演精度。在数据中缺乏低频信息时，常规多尺度反演策略失效。但利用包络 FWI 反演背景速度，并为常规 FWI 提供初始模型的反演策略，仍然取得了很好的反演结果。



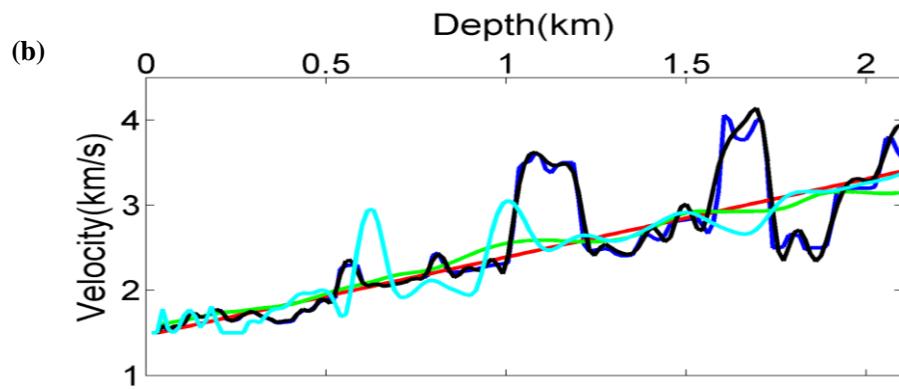


图 3.16 (a)1.5 千米和(b)5.8 千米处的垂向速度剖面  
真实模型（蓝），初始模型（红），常规 FWI 结果（蓝绿），包络 FWI 结果（绿）和以包络 FWI 为初始模型的常规 FWI 结果（黑）

### 3.4 在实际资料反演中的应用

下面利用南海的实际地震资料，来测试包络 FWI 的反演能力。反演采用的初始模型为自海底以下为梯度模型（图 3.17a），经过包络 FWI 反演后，可以看出，逐步更新了海底下的高速结构（图 3.17b），说明初始速度明显偏低。在初始模型的成像结果中，由于速度模型不准确，海底以下的构造难以分清（图 3.18a）。而基于包络 FWI 反演模型的偏移成像中（图 3.18b），海底以下的构造更为清晰和连续，说明包络 FWI 很好的恢复了模型的背景速度。

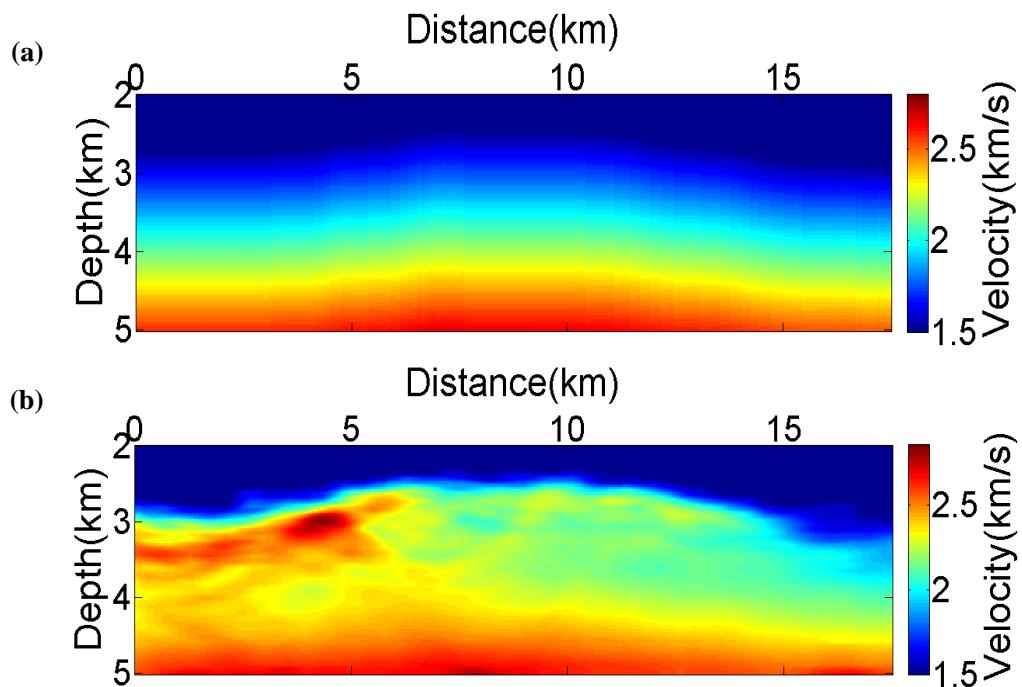


图 3.17 (a)梯度初始模型和(b)包络 FWI 反演结果

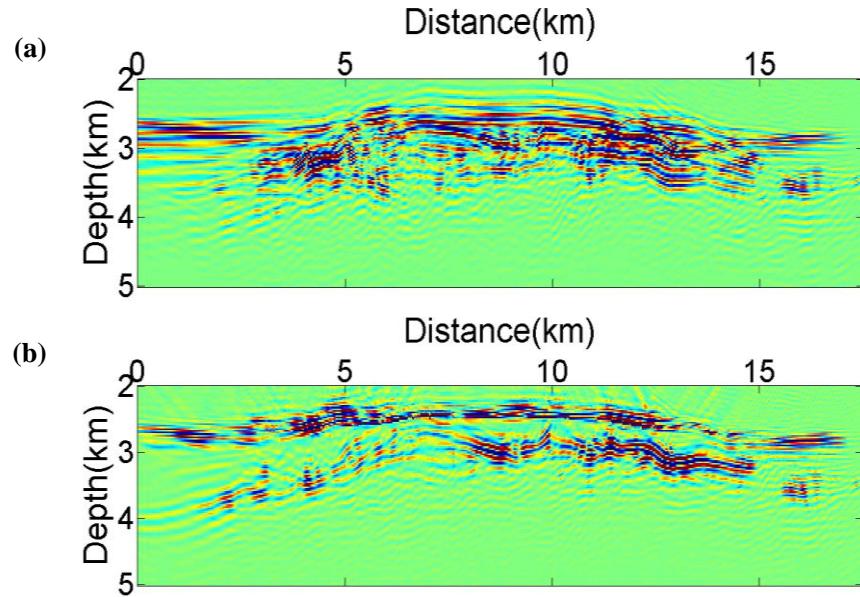


图 3.18 (a)梯度初始模型和(b)包络 FWI 反演模型的 RTM 偏移结果

### 3.5 小结

本章提出的包络目标函数 FWI 方法,可以一定程度上避免严重的跳周问题,该算法是纯时间域算法,并不需要任何数据预处理操作,例如拾取或者加窗,因此是十分高效的。

通过对比常规 FWI 以及基于包络目标函数的 FWI 的非线性问题、伴随震源和梯度,本章得到了包络 FWI 为什么可以得到更为稳健的反演结果的根源。由于包络信号代表了数据的整体宏观特征并且变化不剧烈,因此该方法不易受跳周现象影响。同时,相比于常规波形残差目标函数,基于包络的目标函数的凸性更好。即使原始数据中并不包含低频,通过非线性变换得到的包络数据中也包含了丰富的低频信息,进而使得伴随震源包含低频更加利于背景速度的反演。

当初始模型严重偏离真实模型并且数据中缺乏低频信息时,基于包络目标函数的 FWI 可以为常规 FWI 提供更好的初始模型。理论模型试验以及南海实际资料的应用效果,充分证明了这一结论。

## 第4章 基于非折叠的瞬时相位的波形反演方法研究

利用 Hilbert 变换，可以自然地实现地震数据中的振幅和相位的分离，进而分别利用包络和瞬时相位构建 FWI 中的目标函数，可以一定程度上规避局部极值、处理全波形反演中强烈的非线性问题。

在上一章中重点讨论了基于包络目标函数的 FWI 方法及其应用效果。而当把瞬时相位作为地震数据子集的一种进行反演时，会发生严重的相位折叠问题，必须要先使用长周期的数据以减弱这种折叠效应，但是在实际勘探地震数据中并不包含如此低频的有效信息。为了解决上述问题，本章采用 Poggiagliolmi 和 Vesnauer 提出的非折叠的瞬时相位计算方法，提出了非折叠的瞬时相位 FWI 反演方法。利用非折叠的瞬时相位信息来构建 FWI 中的目标函数，从而可以更好地反演模型的背景速度。非折叠的瞬时相位与地震走时间存在定量的关系，这种关系使得反演更为稳健，非线性程度更低。数值试验证明了这种方法的有效性。

### 4.1 引言

通过匹配地震数据中的全部信息，FWI 可以获得高分辨率的地震速度模型。但是在实际应用中，FWI 是高度病态和强非线性的反问题，因此其结果严重受噪声、初始模型的精度和数据中是否低频信息等因素影响。

在缺少低频信息的情况下，如何为 FWI 提供一个较好的初始模型，这是目前的一个迫切实际需求。一种解决思路是，在波动理论下，修正反演的目标函数来匹配地震数据中的其他次级可观测量(secondary observables)，即应用高频数据来反演光滑的速度模型。例如，通过互相关函数获取旅行时差的波动方程走时反演(Luo and Schuster, 1991)建立了走时层析与 FWI 间的桥梁，即利用波动方程来获得模拟数据，修正目标函数并且通过伴随状态法来计算梯度，这些都与 FWI 求解框架是一致的。Fichtner 等人(2008; 2010)提出了利用基于 Gabor 变换的时频分析手段获得数据中的相位和振幅信息，进而分别构建基于相位与振幅匹配的目标函数。相比于基于互相关函数求取走时差的方法，时频域的多尺度分析方法可以得到更加精确和稳定的走时信息。Bozdağ 等(2011)提出了另一种类似的做法，即通过 Hilbert 变换分离振幅和相位信息——利用瞬时相位和包络来构造 FWI 的目标函数，可以一定程度上规避局部极值、处理全波形反演中强烈的非线性问题。相比于 Garbor 变换，Hilbert 变换是一种纯时间域的信号分析方法，因此计算复杂度更低。

但是，在利用相位函数（时间域瞬时相位或者频率域相位）进行反演时，都

要面对严重的相位折叠问题，即求取的相位值均是位于 $-\pi$ 到 $+\pi$ 的区间内。由于相位折叠问题的存在，真实的相位差很难被获得，进而影响到反演的收敛。当数据中含有足够低的低频信息或者初始模型足够精确时，FWI 中的相位折叠问题并不突出。然而，在处理实际地震资料时，这些条件往往不能被满足。在频率域，基于相位导数(Choi and Alkhalifah, 2013)构建的目标函数可以不受相位折叠问题的影响。强阻尼下的相位导数反演或被称作瞬时走时反演，可以为常规 FWI 或者偏移提供很好的初始模型。但是，相比于常规 FWI，相位导数反演的计算度更为复杂，每次迭代需要更多的正演计算，因此其计算效率比较低。在时间域，Poggiagliolmi 和 Vesnaver (2014)发展了计算非折叠的瞬时相位的快速而稳定的算法，并且成功的应用在地震属性提取与地震解释上。

本章利用 Poggiagliolmi 和 Vesnaver 提出的算法，利用非折叠的瞬时相位构建 FWI 的目标函数。基于 Hilbert 变换，摆脱了振幅和相位信息的非线性混合。利用瞬时相位进行反演，对模型的大尺度背景速度更为敏感，并且不需要准确的振幅信息。通过理论信号的分析，得出非折叠的瞬时相位与地震走时存在定量的关系，这种关系使得反演更为稳健，非线性程度更低。简单模型和复杂模型的数值试验都证明了本文提出的这种方法的有效性。

## 4.2 方法原理

### 4.2.1 目标函数与梯度计算

FWI 比较的是完整的地震数据，即通过最小化模拟数据与观测数据间的误差来估计地下模型，通常采用的是基于  $L_2$  范数的波形残差目标函数。而本章所采用的方法则是利用瞬时相位来定义目标函数，即通过比较模拟和观测数据的瞬时相位的差异进行反演：

$$E_\varphi(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \sum_{s,g} \int_t [\varphi_{obs}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g, t) - \varphi(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g, t)]^2 dt, \quad (4.1)$$

其中， $\varphi(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g, t)$  是  $u(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g, t)$  的瞬时相位，定义为  $\varphi(t) = \arctan[\tilde{u}(t)/u(t)]$ ，而  $\tilde{u}(t)$  是  $u(t)$  的 Hilbert 变换。

模拟数据  $u(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t)$  满足波动方程

$$\left( \frac{1}{v^2(\mathbf{x})} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) u(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}, t) = f(t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s), \quad (4.2)$$

其中，变量  $v(\mathbf{x})$  是  $\mathbf{x}$  处的速度。

目标函数的梯度可以表达为正向传播的震源波场  $u(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}, t)$  和反向传播的伴随波场  $u_s(\mathbf{x}, t)$  的互相关(Bozdağ et al., 2011):

$$\frac{\partial E}{\partial \mathbf{m}} = \sum_s \sum_r \int dt \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} u_s(\mathbf{x}, t). \quad (4.3)$$

其伴随震源应为

$$f_s(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, t) = \frac{\partial E_\varphi}{\partial u} = - \left[ \Delta \varphi(t) \frac{\tilde{u}(t)}{E^2(t)} + H \left\{ \Delta \varphi(t) \frac{u(t)}{E^2(t)} \right\} \right], \quad (4.4)$$

其中  $H \{ \}$  为 Hilbert 变换。

详细的梯度与伴随震源的推导过程，可参见附录 B。

在应用瞬时相位反演时，会发生严重的相位折叠问题。如何得到一个非折叠的瞬时相位，这是 FWI 相位反演的一个关键问题。

#### 4.2.2 非折叠瞬时相位的构建

Poggialioli and Vesnauer (2014)发展了计算非折叠的瞬时相位的快速而稳定的算法。该方法不同于常规相位解缠方法，即不需任何人为设定的参数。在理论合成信号和实际地震信号的瞬时相位提取中，该方法均获得了稳定的结果，并且成功的应用在地震属性提取与地震解释上。这里对该方法进行简要介绍。

利用 Hilbert 变换构造的解析信号可以表示为

$$\tilde{u}(t) = E(t) e^{i\varphi(t)}. \quad (4.7)$$

经过包络  $E(t)$  将  $\tilde{u}(t)$  正则化后的信号  $n(t)$  可以定义为

$$n(t) = \tilde{u}(t) / E(t) = e^{i\varphi(t)}. \quad (4.8)$$

信号  $n(t)$  对时间的一阶导数为

$$n'(t) = \frac{\partial}{\partial t} n(t) = i e^{i\varphi(t)} \frac{\partial}{\partial t} \varphi(t) = i n(t) \varphi'(t). \quad (4.9)$$

将(4.9)两端同时乘以  $n(t)$  的复共轭  $n^*(t)$ ，即  $n^*(t)n(t)=1$ ，有

$$\varphi'(t) = -i \cdot n^*(t) n'(t). \quad (4.10)$$

通过简单的时间积分，可以得到非折叠的瞬时相位  $\varphi(t)$  为

$$\varphi(t) = \int \varphi'(t) dt. \quad (4.11)$$

将此非折叠的瞬时相位  $\varphi(t)$  作为 FWI 的输入，即可以解决常规相位反演中

的相位折叠问题。

### 4.3 瞬时相位与走时间的关系

下面利用一个简单信号，来说明非折叠的瞬时相位的物理含义。

采用两组不同的反射系数模型，利用主频为10Hz的Ricker子波，通过卷积合成的两个地震信号如图4.1所示。对于生成的两个简单信号，所采用的反射系数模型在幅度、深度和极性上均存在差异。因此，这两个信号具有不同的走时和振幅信息（图4.1）。

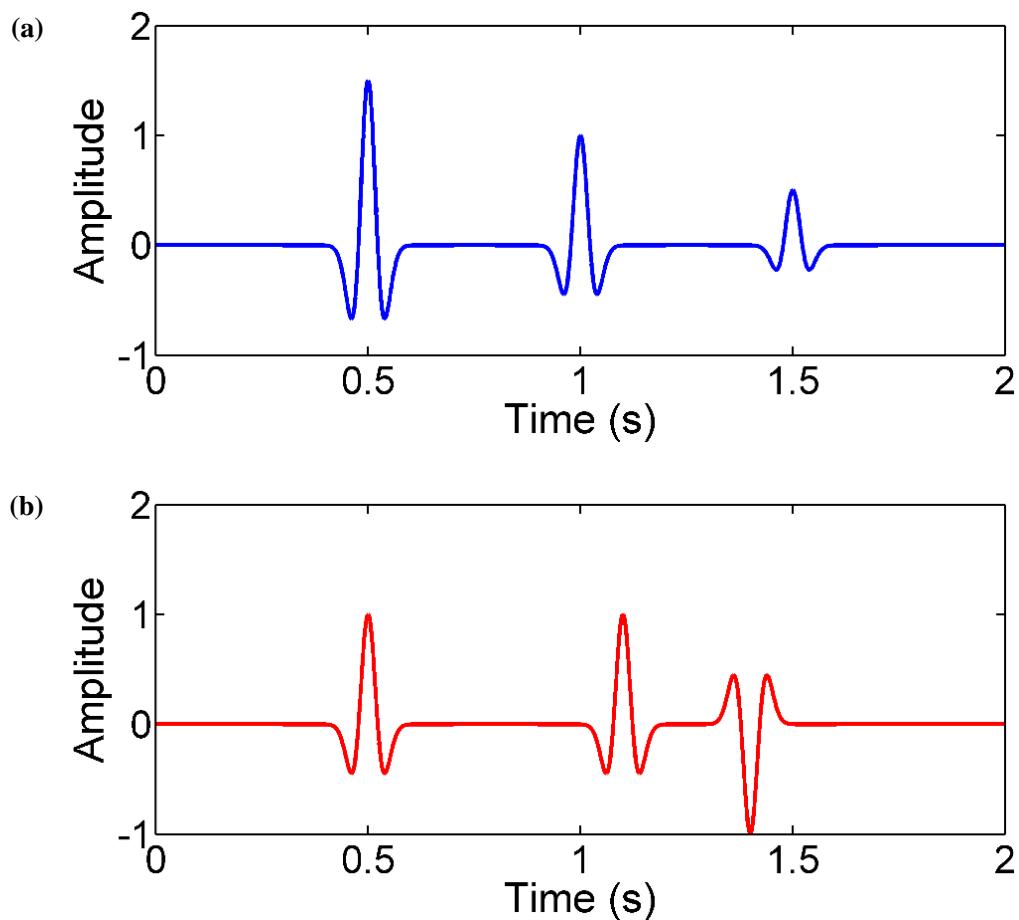


图 4.1 (a)反射系数分别为 0.15、0.1 和 0.05 生成的信号和(b)反射系数分别为 0.1、0.1 和 -0.1 生成的信号

图4.2展示了上述两个信号的非折叠瞬时相位和瞬时相位差。其中，两个信号中的第一个观测震相是同相位的，但是振幅存在差异。所以，可以发现，他们的非折叠瞬时相位是一样的，并且瞬时相位差异为零。而二者的第二个震相也几乎一致，除了存在0.1秒的走时差。可以发现，蓝色信号的相位超前于红色信号的相位，进而二者之间存在正的相位差异。第三个震相的相位和振幅间均存在差

异。不同于第二个震相的是，相位的延迟导致了负的相位差异。

从上面的简单信号分析，可以得出以下结论：(1) 非折叠的瞬时相位算法可以准确的获得瞬时相位，没有 $-\pi$ 到 $+\pi$ 的限制，进而可以得到准确的瞬时相位差异；(2) 基于Hilbert变换实现的相位和振幅信息分离，使得瞬时相位的求取与振幅信息无关；(3) 走时的提前、一致和延迟表现为瞬时相位的超前、同相位和落后。这些性质都使得非折叠的瞬时相位可以作为FWI的很好的输入信息，并且有利于背景速度的反演。

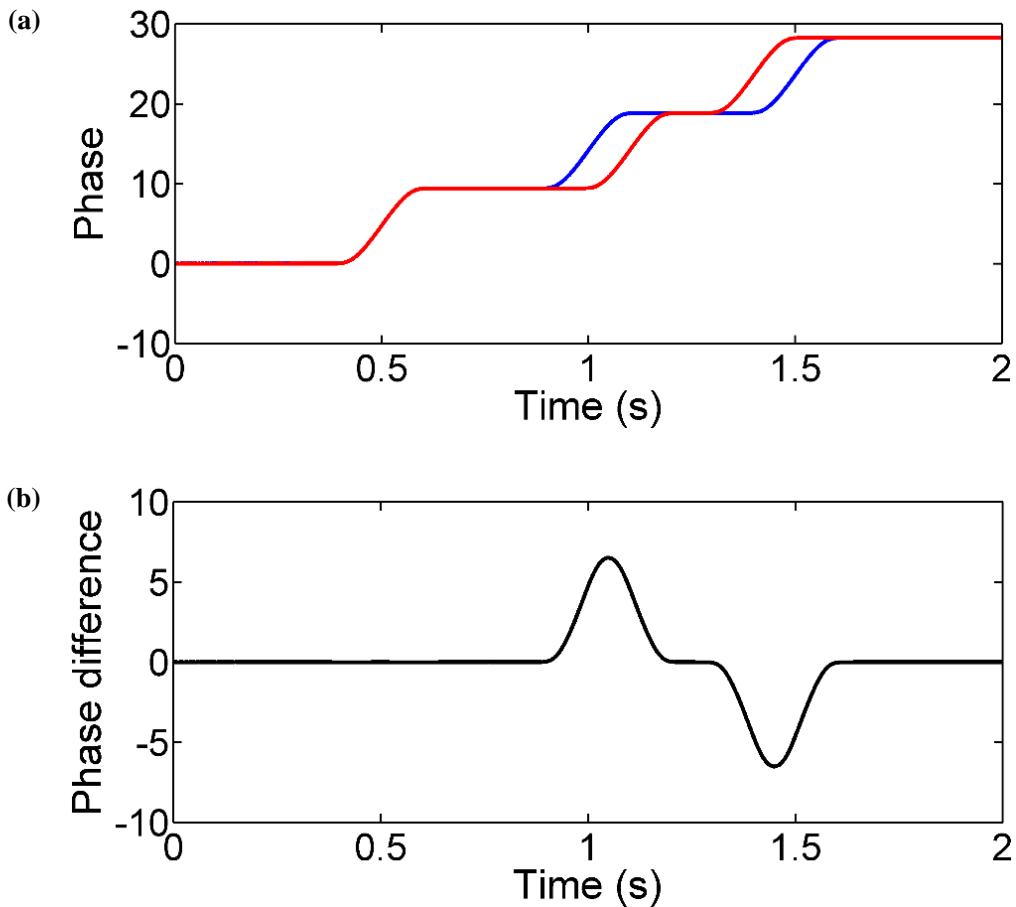


图 4.2 图 4.1 中两个信号的(a)非折叠的瞬时相位和(b)瞬时相位差异

通过上述带限信号的比较，得出了非折叠的瞬时相位与地震走时之间定性的关系。接下来，进一步利用解析窄带信号，分析非折叠的瞬时相位与地震走时之间的定量联系，以便进行基于非折叠瞬时相位的 FWI 反演。

所采用的两个窄带解析信号分别为：

$$\begin{aligned} s_1(t) = & 2.0e^{-500(t-0.5)^2} \cos[2\pi f_0(t-0.5)] \\ & + 1.0e^{-500(t-1.0)^2} \cos[2\pi f_0(t-1.0)], \\ & + 0.5e^{-500(t-1.5)^2} \cos[2\pi f_0(t-1.5)] \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned}
 s_2(t) = & 1.0e^{-500(t-0.6)^2} \cos[2\pi f_0(t-0.6)] \\
 & + 1.0e^{-500(t-1.0)^2} \cos[2\pi f_0(t-1.0)] \\
 & + 1.0e^{-500(t-1.35)^2} \cos[2\pi f_0(t-1.35)]
 \end{aligned} \quad (4.13)$$

其中，信号的频率  $f_0$  为 20Hz。图 4.3 展示了窄带信号  $s_1(t)$  和  $s_2(t)$ ，从图中可以观察出二者振幅和走时之间的差异。

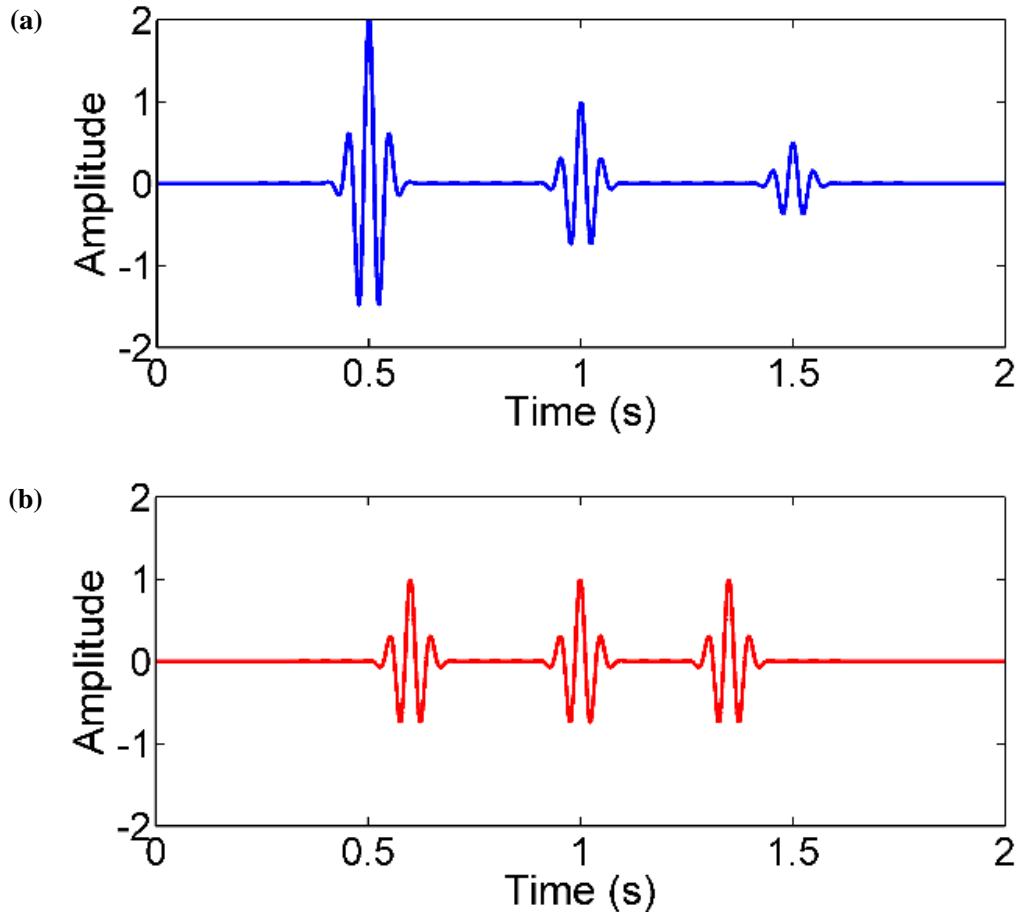


图 4.3 (a)窄带信号  $s_1(t)$  和(b)  $s_2(t)$

图4.4展示了上述两个窄带信号的非折叠瞬时相位和频率正则化(frequency normalization)瞬时相位差。其中，第一个观测震相间存在的0.1秒的超前走时差表现为频率正则化瞬时相位差在0.5至0.6秒处的+0.1值。由于第二个震相间不存在走时差，所以频率正则化瞬时相位差在1秒附近的值为零。而第三个震相间有0.15秒的落后走时差，导致频率正则化瞬时相位差在1.35至1.5秒附近的的-0.15值。

通过以上分析可知，对于频率正则化瞬时相位

$$\tilde{\varphi}(t) = \varphi(t)/2\pi f_0, \quad (4.14)$$

与每个独立震相的走时差存在定量的关系

$$\Delta\tilde{\varphi}(t) = \Delta\varphi(t)/2\pi f_0 = \Delta T(t). \quad (4.15)$$

由于瞬时相位  $\varphi(t)$  是时间的函数，因此由频率正则化瞬时相位差得到的走时差，并不是全局走时差，每个震相的走时差可以单独得到，这点本质上与通过互相关函数求得的走时差是不一样的。

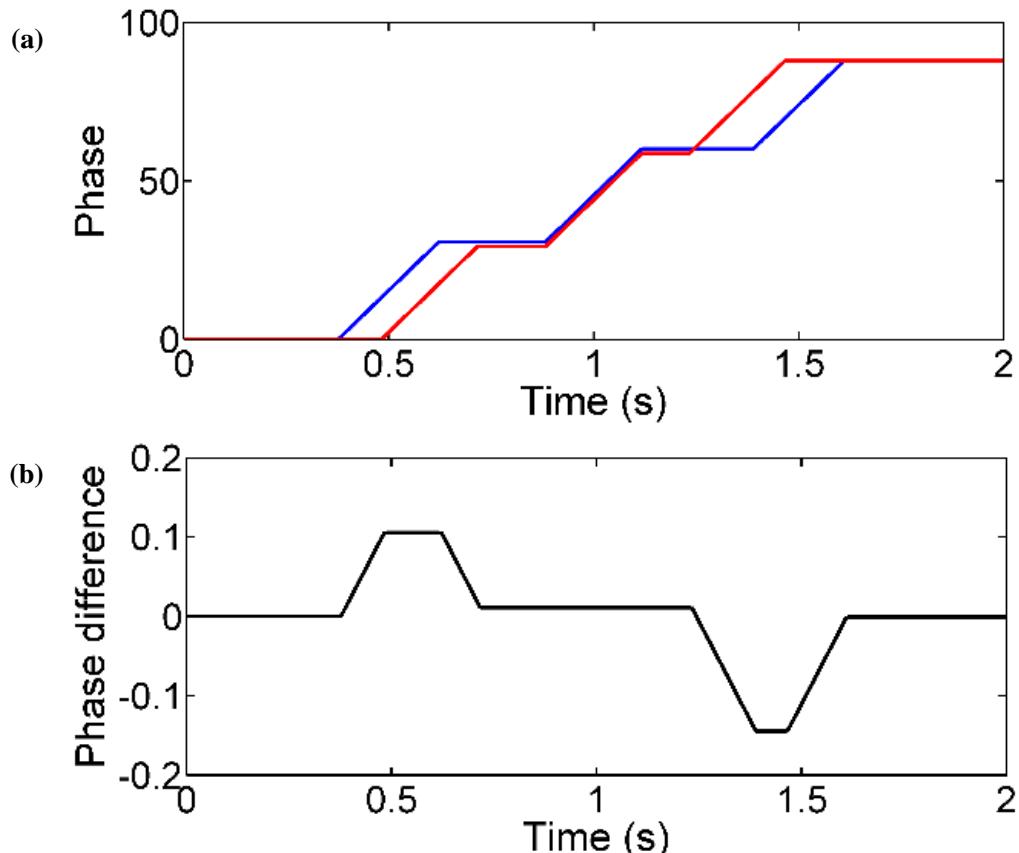


图 4.4 (a)窄带信号  $s_1(t)$  和  $s_2(t)$  的非折叠瞬时相位及(b)频率正则化瞬时相位差

#### 4.4 目标函数非线性比较

由于 FWI 问题的求解通常都是采用局部优化迭代方法，因此 FWI 会对初始模型的精度极为敏感。利用理论数据实验来调查哪种目标函数能更好的降低 FWI 的非线性程度是十分重要的。

本节中，采用一个单参数的均匀模型试验来强调基于非折叠瞬时相位的目标函数的优势。精确模型为 2.0 km/s 的背景速度。采用 Cross-well 观测系统，即炮点位于地表，而检波点排布在相反方向的地下。将模型的速度从 1500m/s 扰动到 2500m/s，间隔为 20m/s，计算每个扰动模型下的常规波形残差、瞬时相位和非折叠的瞬时相位目标函数值。

图4.5展示了数据主频为20Hz和10Hz时三种不同目标函数的性态。可以看出，

常规波形残差（蓝）和瞬时相位目标函数（黑）具有很强的非线性性，并且对数据的频率成分十分敏感。如果数据成分是高频占优的，这两种目标函数极易受跳周问题影响，进而使反演结果陷入局部极值。相反，非折叠的瞬时相位目标函数（红）在全局最小值附近有极宽的邻域，并且几乎不受数据频率成分的影响。因此，非折叠的瞬时相位目标函数极其适合反演背景速度，尤其是在初始模型比较差并且低频数据缺失的情况下。同时，由于非折叠的瞬时相位对数据的振幅信息不敏感，仅与地震数据的走时相关，因此采用非折叠的瞬时相位目标函数，可以在不需要地震数据准确的动力学特征的情况下，来获得背景速度模型估计。

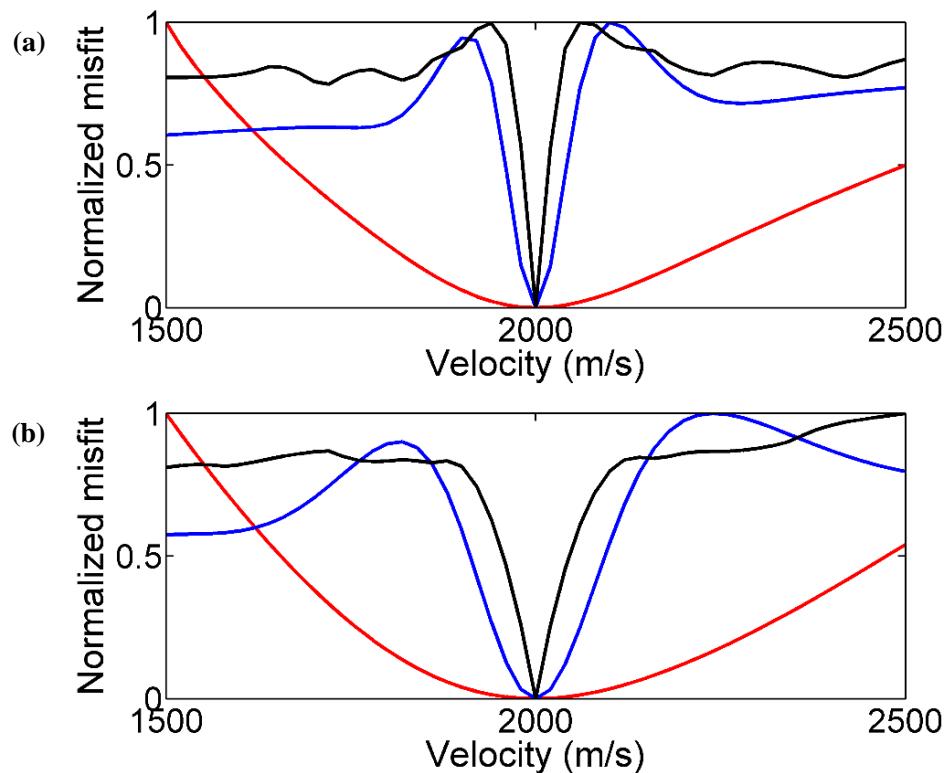


图 4.5 主频为(a)20Hz 和(b)10Hz 数据的不同的目标函数的正则化误差值  
波形残差（蓝），折叠的瞬时相位（黑）和非折叠的瞬时相位（红）

## 4.5 数值实验

第一个数值试验基于一个简单的含有 Gaussian 高速异常速度模型(图 4.6)。利用时间域 10 阶有限差分算法生成声波模拟数据，水平与垂直方向的网格大小均为 10 米。采用 Cross-well 观测系统，即 40 炮位于地表，炮间距为 40 米，而 201 个检波点排布在相反方向的模型的底端。模拟采用的子波为主频为 20Hz 的 Ricker 子波。

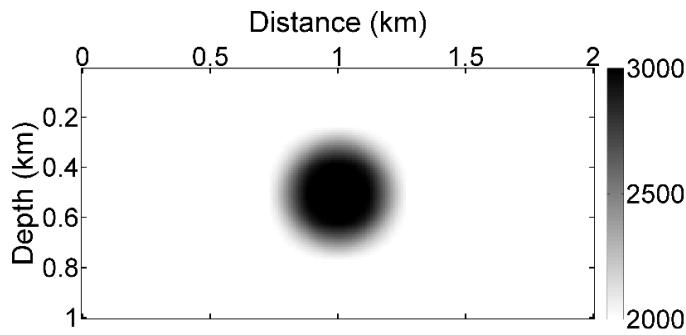


图 4.6 含有 Gaussian 高速异常体的精确模型

图4.7展示了以速度为2000m/s的均匀模型作为初始模型时，常规FWI和非折叠瞬时相位FWI的第一步迭代梯度。前者的梯度主要集中在异常体的边界处，而后者则提供了一个正确的成像异常体位置和内部结果的光滑结果。显而易见的是，由于常规FWI的强非线性特征和受跳周问题的影响，其梯度难以对异常体的内部进行很好的反演，其最终的反演结果仅能更新异常体的边界，并使反演陷入局部极值。相反，由于较弱的非线性和不受跳周问题影响，非折叠瞬时相位FWI在反演速度模型的低波数成分时取得了更好的效果。

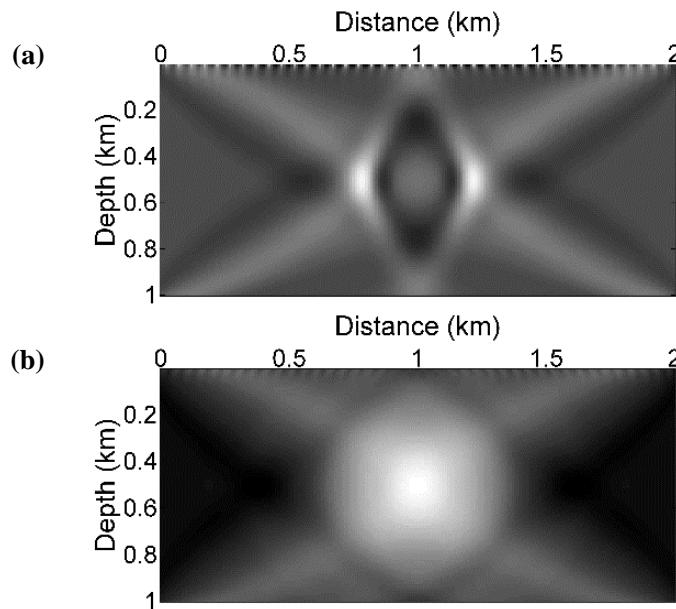


图 4.7 (a)常规 FWI 和(b)非折叠相位 FWI 的第一步迭代梯度

第二个数值例子采用了改造后的Marmousi模型作为理论模型（图4.8a）。反演采用的初始模型为常梯度模型（图4.8b）。水平和垂直方向的网格间距都是15米，仍然采用Cross-well观测系统，共使用80炮，炮间距为80米，每炮均在地表，480个检波点排布在相反方向的模型底端。震源子波为主频8Hz的Ricker子波，采样间隔为2ms，记录长度为3s，反演过程中假设子波函数为已知。

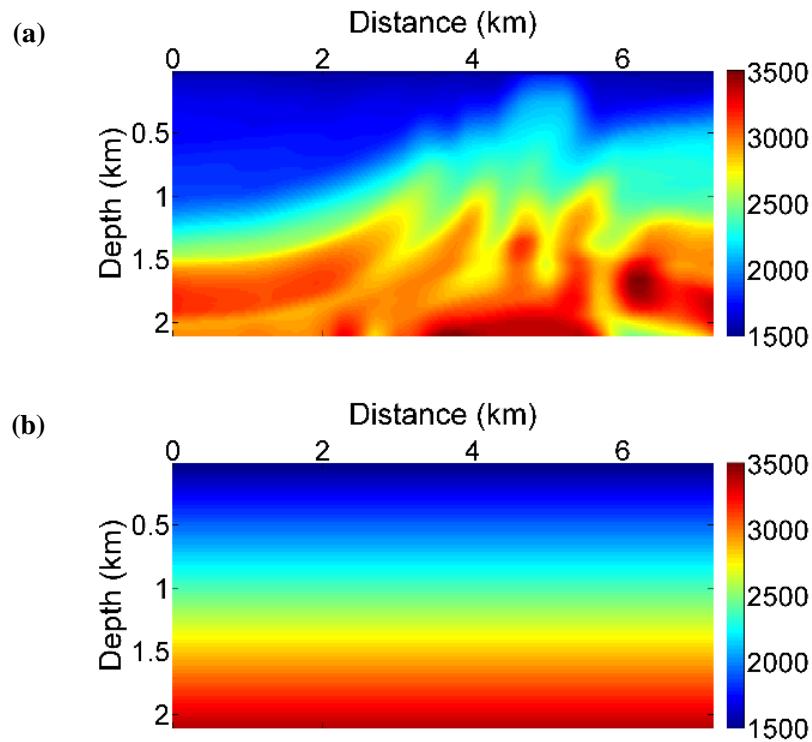


图 4.8 (a) 改造后 Marmousi 理论模型和(b)常梯度初始模型

图4.9展示了常规FWI和非折叠瞬时相位FWI的第一步迭代梯度。可以看出，前者的梯度存在一定的假象，使得大部分的梯度方向并不是使反演朝着真实模型收敛的正确方向。而后者则提供了一个更为光滑的梯度方向，与速度模型的构造信息基本吻合。

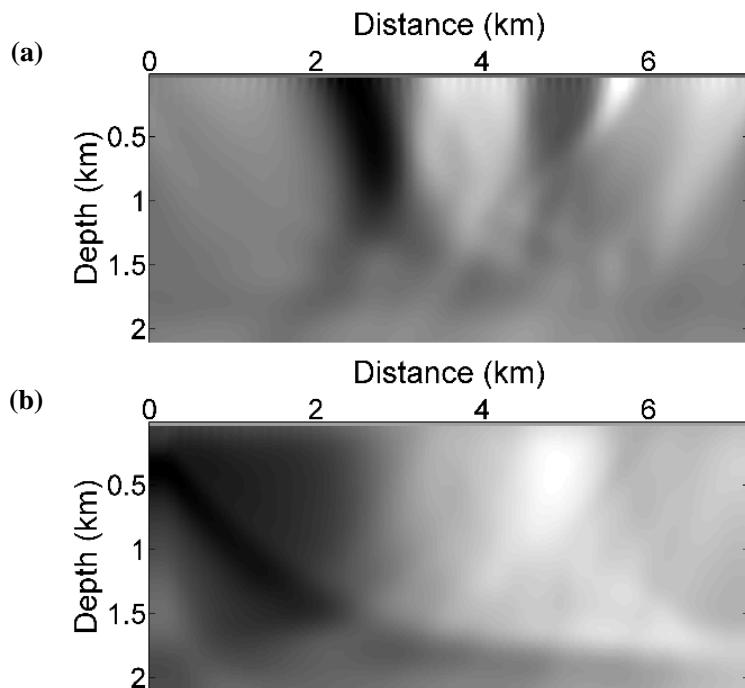


图 4.9 (a) 常规 FWI 和(b)非折叠瞬时相位 FWI 的第一步迭代梯度

因此，20 次迭代后，常规 FWI 不能避免局部极值问题，即使采用了大角度的透射观测系统，也没有获得模型的正确更新（图 4.10a）。而非折叠瞬时相位 FWI 得到了准确的长波长成分更新，最终获得了准确的背景速度（图 4.10b）。最终，以非折叠瞬时相位 FWI 的反演结果作为初始模型，常规 FWI 可以进一步更新出模型中的细节信息（图 4.11），与图 4.8a 理论模型非常接近。

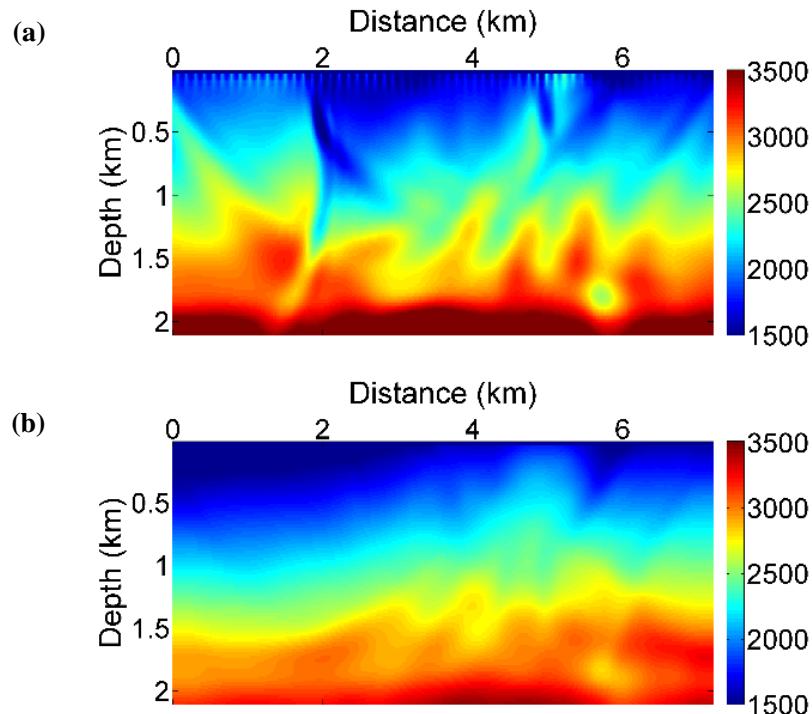


图 4.10 (a) 常规 FWI 和(b)非折叠瞬时相位 FWI 的反演结果

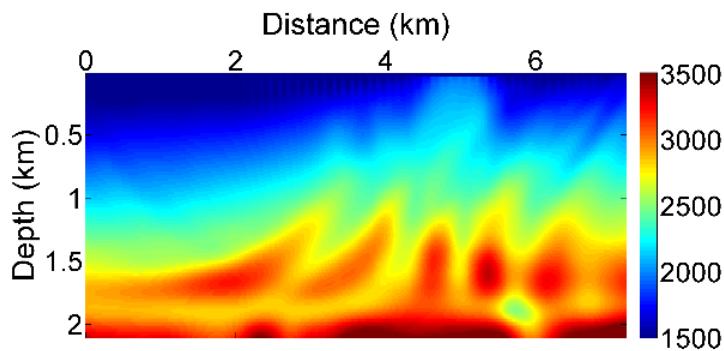


图 4.11 以折叠瞬时相位 FWI 的反演结果作为初始模型的最终常规 FWI 反演结果

## 4.6 小结

为了估计地下模型的低波数成分，本章将 Poggiagliolmi 和 Vesnauer 提出的非折叠的瞬时相位计算方法引入到 FWI 中，提出了非折叠的瞬时相位 FWI 反演方法。通过 Hilbert 变换实现的相位和振幅信息分离，使得瞬时相位的求取与振

幅信息无关。走时的提前、一致和延迟表现为瞬时相位的超前、同相位和落后，并通过理论信号分析，得到了非折叠的瞬时相位与走时之间的定量关系。目标函数性态分析和反演数值试验证明了非折叠的瞬时相位的良好性质。基于非折叠的瞬时相位 FWI 反演的背景模型可以为常规 FWI 提供很好的初始模型。

## 第5章 基于相关目标函数的反射波波形反演方法研究

对于目前普遍缺乏可靠的低频（小于 4hz）及长偏移距信息的地震数据，中深层的速度信息主要包含在反射波数据中，常规 FWI 对于中深层速度建模往往无能为力。因此，反射波波形反演（RWI）成为近几年国际地震勘探领域争相研究的课题。沿反射波波路径进行背景速度反演也是在基于地震数据子集的反演思路下的一种成功应用。

虽然 RWI 是处理 FWI 的强非线性问题的一种解决途径，但是，当采用常规的基于数据残差或者零延迟互相关目标函数的 RWI 方法时，强非线性问题仍然存在，尤其是当没有使用真振幅偏移、并且在远偏移距数据存在周期跳跃时，强非线性问题更加突出。为了避免常规 RWI 周期跳跃问题和对真振幅偏移的过度依赖，本章提出用基于相关目标函数的反射波波形反演方法(CRWI)来更新中深层速度模型的低波数成分。由于基于相关目标函数衡量了数据的运动学信息差异，因此相比于常规的数据残差目标函数，其非线性程度大大降低了。将反射波残差沿着反射波核函数（“兔耳朵”波路径）进行反投影，可以得到中深层模型的背景速度更新量。同时，本章提出的方法对数据的频率成分和振幅信息并不敏感，因此可以保证在不需要低频信息和全物理模拟的情况下，得到可靠的背景速度反演结果。由于反射波的运动学特征已经被准确描述，所提方法的反演结果可以作为偏移所用模型或者常规 FWI 的初始模型进而得到准确的高波数模型更新。

### 5.1 引言

传统的地震成像的过程，首先是利用运动学信息进行偏移速度建模，然后再获得可靠的反射系数估计。无论是数据域还是成像域的基于射线理论的层析成像 (Bishop et al., 1985; Nolet, 1987; Stork 1992; Billette and Lambaré 1998; Woodward et al., 2008)方法是目前应用最广的建模方法。然而，其成像结果的保真度严重的依赖于拾取工作和波动方程的高频近似假设，这是十分耗时的并且在复杂构造区域是不精确的。全波形反演（FWI）是十分吸引人的获得定量的高分辨率地下成像的速度反演方法，因为其利用了叠前地震数据的全部信息(Tarantola, 1984; Pratt, 1998; Virieux and Operto, 2009)。常规 FWI 是通过非线性梯度导引类的优化算法来最小化观测数据和模拟数据间的最小平方误差泛函，进而获得模型的更新。 FWI 是一个强烈非线性的反问题，因而需要满足特定的条件：低频信息、长偏移距数据和足够精确的初始模型。这些条件是必备的，因为常规 FWI 的大多成功应用实例都强烈的依赖于低频数据和折射波携带的信息来恢复模型的长波长成

分(Pratt and Goult 1991; Shipp and Singh 2002; Brenders and Pratt 2007)。然而，在反射地震学中，深部模型往往仅被反射波所照明。对于给定的最小频率，如果初始模型不够精确来保证地震数据的到达时差异小于 1/2 周期，FWI 会陷入局部极值问题(Bunks, 1995; Sirgue and Pratt, 2004)。

当利用反射波数据进行常规 FWI 时，往往以失败告终，出于以下两方面原因。第一，长短波长模型的非线性耦合效应，使得反射界面的定位变得十分困难，即初始模型必须十分精确才能使得高频模型更新在正确位置进而使得 FWI 逐渐修正模型的高频分量直至反演收敛。通过迭代最优化方法(Bishop et al., 1985; Chavent et al., 1994; Clément et al., 2001)的基于偏移的走时反演可以用来解决长短波长模型的非线性耦合。在 FWI 的框架下，Xu 等(2012a, b)发展了反射波波形反演方法(RWI)，即利用反射波信息来恢复深部的背景速度模型。采用偏移/反偏移来预测反射波是 RWI 中的关键步骤，之后将反射波残差反投影到模型空间。低频信息对 RWI 同样重要(Wang et al., 2013)，这是由于 RWI 中仍然采用的是数据匹配类的目标函数，也会受跳周问题影响。第二，常规 FWI 应用在反射波时，其梯度是高频成分占主导，不易于更新模型的背景速度(Wu and Alkhalifah, 2014; Alkhalifah and Wu, 2016)。常规 FWI 包括偏移分量和层析分量(Mora, 1989)，但是对于反射占优的数据，常规 FWI 的梯度是短波长信息占主导的。因此，为增强对低频成分的更新，波场分解的方法被提出(Liu et al., 2011; Wang et al., 2013; Tang et al., 2013; Alkhalifah, 2016; Wu and Alkhalifah, 2014)，目的是增强层析分量的贡献，进而得到有效的长波长分量更新。

本章提出了基于相关目标函数的反射波波形反演方法，出发点是为了克服传统反射波 FWI 中的上述两个困难。利用反射波核函数（“兔耳朵”波路径）可以获得中深层模型的背景速度更新。不同于数据残差误差(Xu et al., 2012b; Wang et al., 2013)和零延迟互相关目标函数(Choi and Alkhalifah, 2012; Xu et al., 2012a)，本方法采用的是基于相关的准则，可以处理走时(相位)差异大于半个周期的情况。对采用的目标函数进行数值分析结果表明，相比于常规的数据匹配目标函数，基于相关的反射波波形反演目标函数具有相对较弱的非线性程度和对低频数据的不敏感。数值实验表明，本章提出的方法可以为偏移和接下来的常规 FWI 提供稳健的背景速度模型。

## 5.2 方法原理

当利用反射波进行反演时，常规 FWI 对模型的短波长结构更敏感，而反射波的走时信息可以被用来重建模型的长波长成分。利用反射波的运动学信息需要借助偏移/反偏移算法来生成反射波。反偏移算法通过背景波场与偏移成像结果

互相作用后作为散射源来模拟所需的反射波，并不需要像常规模拟中所需的模型中的高频边界(Zhou et al., 2012)，进而可以自然的实现模型的高低频尺度分离。震源点波场  $u_s(\mathbf{x}, t)$  和检波点波场  $u_r(\mathbf{x}, t)$  分别满足波动方程

$$\left( \frac{1}{v^2(\mathbf{x})} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) u_s(\mathbf{x}, t) = f(t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s), \quad (5.1)$$

和

$$\left( \frac{1}{v^2(\mathbf{x})} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) u_r(\mathbf{x}, t) = d_{obs}^*(t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_r). \quad (5.2)$$

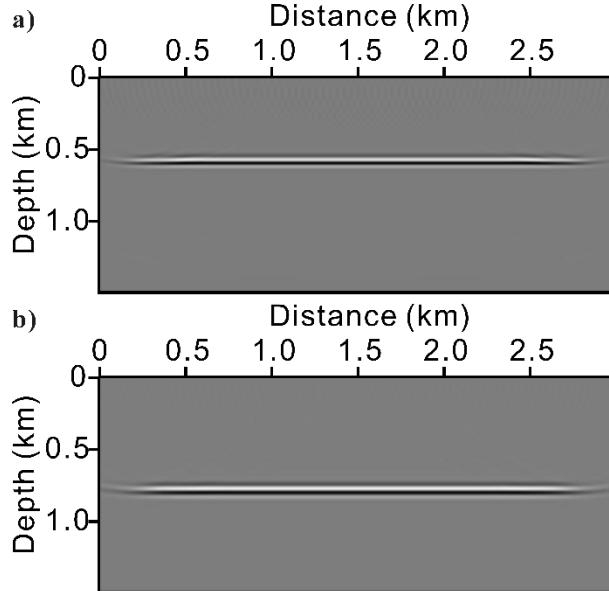
相应的逆时偏移成像结果为

$$I(\mathbf{x}) = \frac{\int u_s(\mathbf{x}, t) u_r(\mathbf{x}, t) dt}{\int u_s(\mathbf{x}, t) u_s(\mathbf{x}, t) dt}, \quad (5.3)$$

进而反偏移的反射波数据  $d_{cal}(\mathbf{x}_r, t)$  可以通过如下方程获得(Zhou et al., 2012)

$$\begin{cases} \left( \frac{1}{v^2(\mathbf{x})} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) \delta u_s(\mathbf{x}, t) = I(\mathbf{x}) \frac{\partial^2 u_s(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} \\ d_{cal}(\mathbf{x}_r, t) = \delta u_s(\mathbf{x}_r, t) \end{cases}. \quad (5.4)$$

对于一个速度为 2000m/s 和 3000m/s 的两层层状模型，分别用偏低、准确和偏高速度获得的相应的偏移成像结果和反偏移预测的反射波数据如图 5.1 和图 5.2 所示。可以看出，对于每个反射波，主要的差异是在运动学特征上。



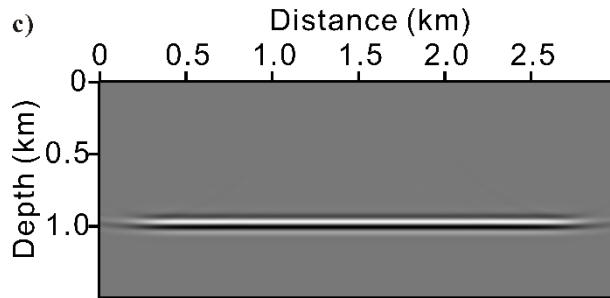


图 5.1 (a)以 1500m/s 的偏低速度, (b) 2000m/s 的准确速度和(c) 2500m/s 的偏高速度的成像结果

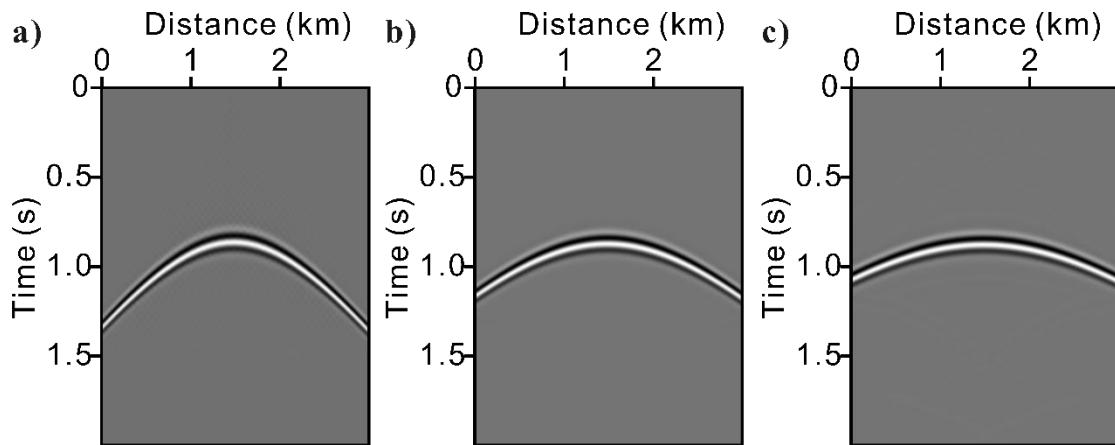


图 5.2 (a)以偏低速度, (b)准确速度和(c)偏高速度的反偏移数据

通常, 由于模型的准确反射系数(包括各种因素所引起, 如密度等)的很难获得, 再加上实际的一些地震波传播效应往往被忽略(如各向异性及弹性效应等), 使得反偏移的数据的动力学信息很难准确地描述。为此, 本章采用基于相关的目标函数来衡量观测的和反偏移的反射波的时间或者空间延迟, 即运动学特征, 忽略其动力学信息。在此基础上进行 RWI, 以降低反演的非线性程度, 减轻对低频数据的不敏感。从而为偏移和接下来的常规 FWI 提供较好的背景速度模型。

观测的和反偏移的反射波间的时间相关函数定义为

$$C_t(\tau, h) = \int d_{obs}(t + \tau, h) d_{cal}(t, h) dt, \quad (5.5)$$

其中,  $h$  是炮点和检波点间的偏移距,  $\tau$  是相关函数中的时移量。

类似的, 空间相关函数定义为

$$C_h(t, \lambda) = \int d_{obs}(t, h + \lambda) d_{cal}(t, h) dh, \quad (5.6)$$

其中,  $\lambda$  是相关函数的空移量。

图 5.3 展示了采用不同速度时观测的和反偏移的反射波间的相关函数。可以清楚地看到, 如果速度模型准确时, 相关函数会在  $\tau = 0$  或者  $\lambda = 0$  处取得极大值。如果速度模型不准确, 能量就不会在中心处聚焦。CRWI 的实现正是利用了这种

数据域的聚焦特性。

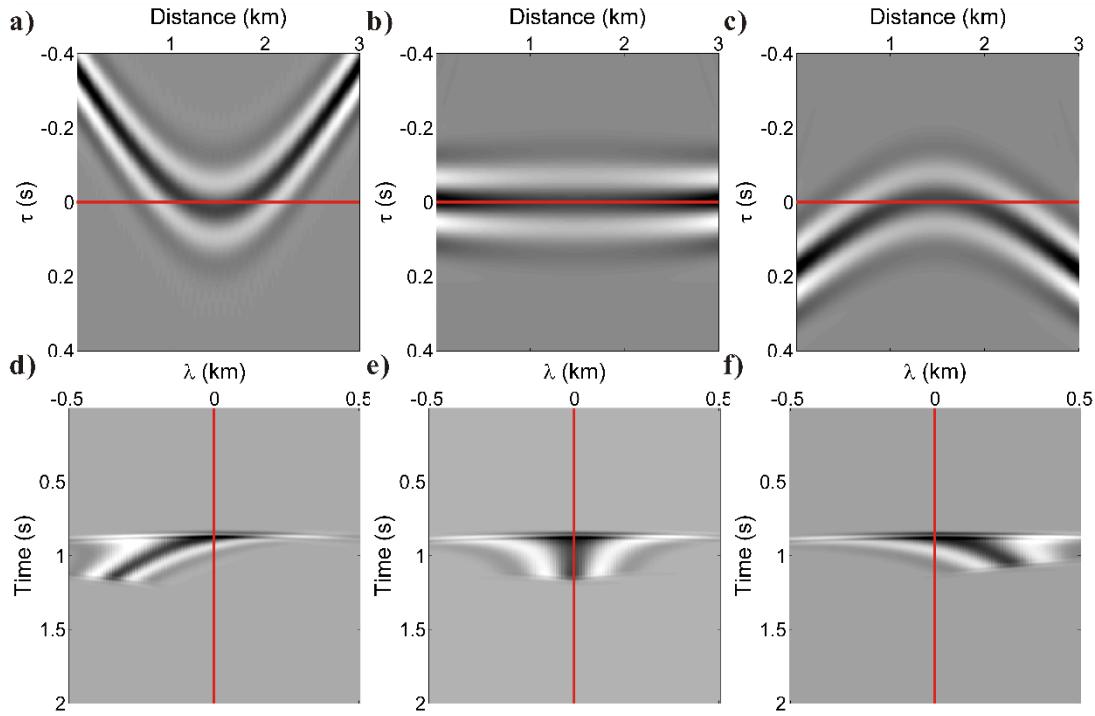


图 5.3 (a)以偏低速度, (b)准确速度和(c)偏高速度的得到的时间相关函数; (d)以偏低速度, (e)准确速度和(f)偏高速度的得到的空间相关函数

所提出的 CRWI 方法在时间上的目标函数定义为

$$J_t = \frac{1}{2} \sum_{s,g} \|\Delta\tau(h)\|^2, \quad (5.7)$$

在空间上的目标函数定义为

$$J_h = \frac{1}{2} \sum_{s,t} \|\Delta\lambda(t)\|^2, \quad (5.8)$$

其中,  $\Delta\tau$  和  $\Delta\lambda$  为聚焦误差, 即方程 5.5 和 5.6 中时间或空间相关函数  $C$  取得极大值时, 反射聚焦能量偏离  $\tau=0$  或者  $\lambda=0$  处的时移或者空移量。

方程 5.7 中的目标函数与基于初至波的波动方程走时反演方法(Luo and Schuster, 1991)基本一致。有所不同的是, 本方法所匹配的是反射波旅行时, 并且还可以考虑空间聚焦误差(方程 5.8)。时间上的目标函数通过时间上的积分操作获得的是不同偏移距处的全局走时差, 而空间上的目标函数考虑的是不同时刻处的空间聚焦误差。如果观测数据中只有一个反射震相, 时间上的目标函数更为合适。如果观测数据中包含多个反射震相, 需要通过层剥离策略(Wang and Rao, 2009)或者利用加窗数据的局部相关操作(Zhang et al., 2011)来获得局部走时差。因此, 对于多反射震相的地震数据, 采用空间上的目标函数比传统的策略更为高

效，即无需任何时间窗和孤立震相操作。两种目标函数都旨在最小化观测的和反偏移的反射波间相位的延迟，意味着 CRWI 可以被用来恢复模型的低波数成分，这对常规 FWI 和深度偏移都是十分重要的。

完成目标函数（5.7 式）的构建后，其梯度可以通过伴随状态法计算。伴随震源为目标函数对状态变量的导数，定义为

$$g_t(t) = \Delta\tau \frac{\dot{d}_{obs}(t + \Delta\tau, h)}{\int \ddot{d}_{obs}(t + \Delta\tau, h) d_{cal}(t, h) dt}. \quad (5.9)$$

时间上的目标函数的梯度为伴随震源沿“兔耳朵”波路径进行反投影即可得到

$$\nabla J_t = \frac{\partial J_t}{\partial \mathbf{m}} = \sum_{s,g} \int_t f(t) * K_{ref} * g_t(t) dt, \quad (5.10)$$

其中，反射波波路径  $K_{ref}$  定义为

$$K_{ref} = \frac{1}{v^3(\mathbf{x})} \frac{\partial^2}{\partial t^2} [G^0(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s) G^s(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}) + G^s(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s) G^0(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x})]. \quad (5.11)$$

在 Born 近似假设下，散射场满足

$$\begin{aligned} G^s(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s) &= \int d\mathbf{x}' G^0(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}') * \Delta v(\mathbf{x}') G^0(\mathbf{x}', t; \mathbf{x}_s), \\ G^s(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}) &= \int d\mathbf{x}' G^0(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}') * \Delta v(\mathbf{x}') G^0(\mathbf{x}', t; \mathbf{x}), \end{aligned} \quad (5.12)$$

其中，模型的高波数扰动  $\Delta v(\mathbf{x})$  用逆时偏移成像结果  $I(\mathbf{x})$  代替。

类似的，空间上的目标函数的伴随震源为

$$g_h(t) = \Delta\lambda \frac{\dot{d}_{obs}(t, h + \Delta\lambda)}{\int \ddot{d}_{obs}(t, h + \Delta\lambda) d_{cal}(t, h) dh}, \quad (5.13)$$

相应的梯度为

$$\nabla J_h = \frac{\partial J_h}{\partial \mathbf{m}} = \sum_{s,g} \int_t f(t) * K_{ref} * g_h(t) dt. \quad (5.14)$$

至于上述梯度与伴随震源的详细推导过程，请见附录 C。

为了方便起见，在对目标函数  $J$  的最小化迭代过程中，采用的是最速下降算法。每一步迭代，更新模型满足

$$\mathbf{m}_{n+1} = \mathbf{m}_n - \alpha_n \cdot \nabla J_n. \quad (5.15)$$

其中， $\nabla J_n$  依赖于选择何种目标函数，可以为  $\nabla J_t$ 、 $\nabla J_h$  和  $\nabla J_t + \nabla J_h$ 。通过线性搜索算法可以获得一个优化的步长，但是为了方便起见，本章采用固定步长算法。

CRWI 方法与波动方程偏移速度分析方法(Sava and Biondi, 2004; Shen and

Symes, 2008; D áz et al., 2013)十分相似。主要的差别在, 对于每一炮数据, 地表波场的相似性是独立比较的, 而偏移速度分析方法则比较的是所有炮数据叠加后波场在地下成像点处的相似性。

### 5.3 目标函数性态分析

由于 RWI 通常是通过局部优化算法求取, 使得反演结果对初始模型的精度十分敏感。

不同于本章所提出的基于相关的目标函数, 常规基于波形残差匹配的 RWI 目标函数为(Xu et al., 2012a):

$$J(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \sum_{ns} \sum_{nr} \int [u(t) - d(t)]^2 dt, \quad (5.16)$$

其中  $u(t)$  为模拟反射波,  $d(t)$  为观测反射波,  $ns$  和  $nr$  分别为炮点和检波点的个数。

而基于零延迟互相关最大化的 RWI 目标函数定义为(Xu et al., 2012a) :

$$J(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \sum_{ns} \sum_{nr} \int \left[ \frac{u(t)}{\|\mathbf{u}\|} \frac{d(t)}{\|\mathbf{d}\|} \right] dt, \quad (5.16)$$

其中  $\|\mathbf{u}\|$  和  $\|\mathbf{d}\|$  满足

$$\begin{aligned} \|\mathbf{u}\| &= \sqrt{\int [u(t)]^2 dt} \\ \|\mathbf{d}\| &= \sqrt{\int [d(t)]^2 dt}. \end{aligned} \quad (5.17)$$

下面通过一个简单的数值试验, 来观察哪种目标函数可以更好的降低 RWI 的非线性性。

精确模型包含速度分别为 2500m/s 和 4000m/s 的两层结构 (图 5.4)。1 个炮点和 201 个检波点分布在地表处。随着第一层速度以 20m/s 为间隔从 2000m/s 变化到 3000m/s, 常规的波形残差、零延迟互相关和基于相关的目标函数分别在扰动模型中计算。

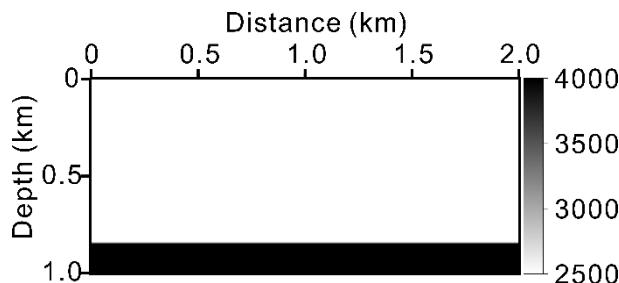


图 5.4 用于目标函数性态分析的层状速度模型

图 5.5 展示了三种不同目标函数随速度变化的形态。可以看出，波形残差和零延迟互相关目标函数具有很强的非线性性，并且对数据的频率成分十分敏感（图 5.5b 和 c）。如果反射波数据是高频占优的，这两种目标函数会严重受限于跳周问题，其反演结果很可能陷入局部极值。相反，基于相关的目标函数在全局极小值附近有很宽的邻域并且几乎不受数据频率成分的影响（图 5.5d 中的圆圈线与实线几乎重合）。因此，基于相关的目标函数更适合于背景速度建模，尤其是在初始模型较差和低频数据缺失的情况下。同时，基于相关的目标函数对地震数据的振幅信息并不敏感，可以在不需准确模拟数据的动力学特征的情况下，保证稳健的背景速度估计，这个结论将会在下一部分中进行展示。

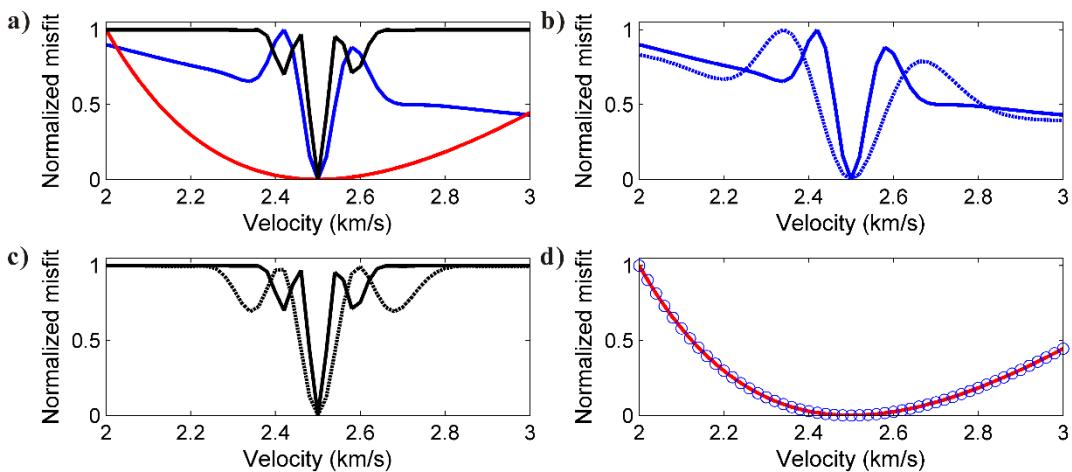


图 5.5 不同目标函数的归一化目标函数

(a)采用主频为 20Hz 数据时的波形残差（蓝），零延迟互相关（黑）和基于相关的目标函数（红）；(b)采用主频为 10Hz（虚线）和 20Hz（实线）数据时的波形残差目标函数；(c)采用主频为 10Hz（虚线）和 20Hz（实线）数据时的零延迟互相关目标函数和(d)采用主频为 10Hz（圆圈）和 20Hz（实线）数据时的基于相关的目标函数

## 5.4 数值实验

首先，采用一个简单的 Gaussian 高速异常体模型和一个更为复杂的 Sigsbee2A 模型来测试本章所提出的 CRWI 方法的应用效果。在两个数值试验中，测试 CRWI 时只利用了小孔径的反射波数据，并没有利用任何直达波或者折射波信息。然后，通过与 Xu 的 RWI 方法进行比较以及一个振幅不敏感性测试例子，来分析提出的 CRWI 的优势。最后，采用另一个数值例子，来观察 CRWI 可以为接下来的常规 FWI 提供初始模型的地震数据最小频率阈值。

### 5.4.1 高斯球状异常模型

第一个数值试验基于第一层介质中含有 Gaussian 高速异常的双层模型（图

5.5a)。初始模型为常速模型(图 5.5b),表明对模型的反射系数没有任何的先验信息。利用时间域 10 阶有限差分算法生成声波模拟数据,水平与垂直方向的网格大小均为 10 米。炮点与检波点均位于地表,炮间距为 40 米,最大偏移距为 1.8 千米。模拟采用的子波为主频为 20Hz 的 Ricker 子波。

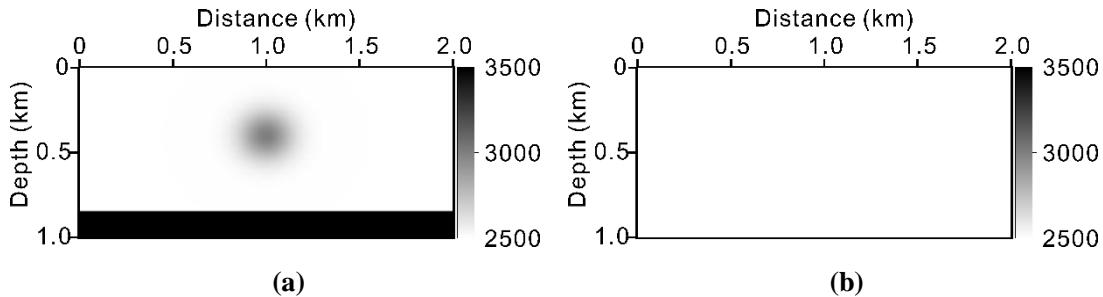


图 5.6 (a)含有 Gaussian 高速异常体的两层模型和(b)用于 CRWI 的初始模型

通过 10 次迭代后,CRWI 方法基本恢复了反射层上方的 Gaussian 异常体的宏观特征(图 5.7)。虽然最终的反演结果与真实模型并不完全相同,但是相比于初始模型中的巨大偏差,时间上的相关函数已经很好的聚焦在  $\tau=0$  处(图 5.8)。这意味着背景模型得到了很好的恢复,模拟的反射波的运动学特征与观测的数据基本一致。在初始模型和最终反演结果下的逆时偏移成像结果(图 5.9),充分证明了这一结论。

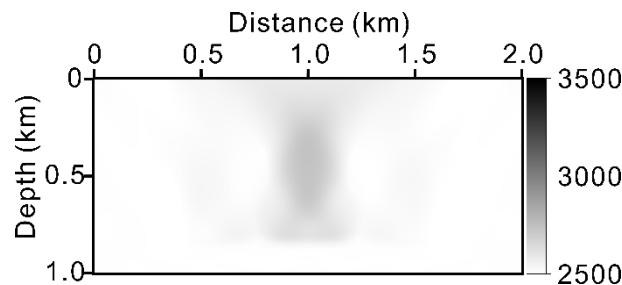


图 5.7 利用时间上的基于相关的目标函数的反演结果

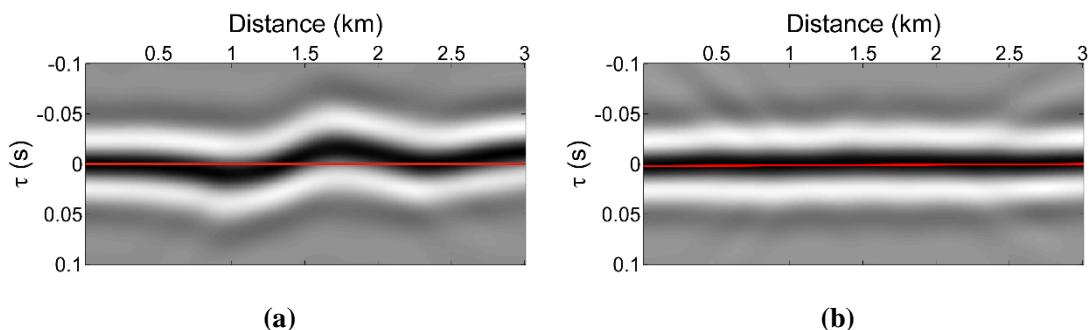


图 5.8 第 15 炮记录的(a)初始模型和(b)CRWI 反演模型的时间上的相关函数

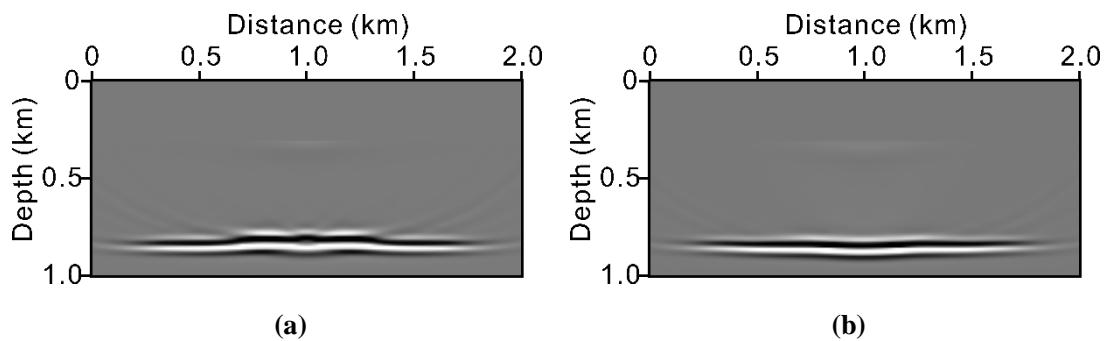


图 5.9 (a)初始模型和(b)CRWI 反演模型的 RTM 偏移结果

需要特别强调的是，在这个反演例子中，因为仅有一个观测反射波，所以采用了基于时间上的相关的目标函数（式 5.7）。在后续的 Sigsbee2A 模型和实际资料试验中，为了处理观测的多个反射波，采用的都是基于空间上的相关目标函数（式 5.8）。

#### 5.4.2 Sigsbee2A 模型

第二个数值试验，利用的是更为复杂的 Sigsbee2A 模型中的一部分（图 5.10a），反演采用的初始模型为常梯度模型（图 5.10b）。模型水平和垂直方向的网格大小均为 16 米。炮点与检波点均位于地表，炮间距为 80 米，最大偏移距为 2.8 千米。模拟采用的子波为主频为 13Hz 的 Ricker 子波，并且在反演过程中假设震源函数已知。

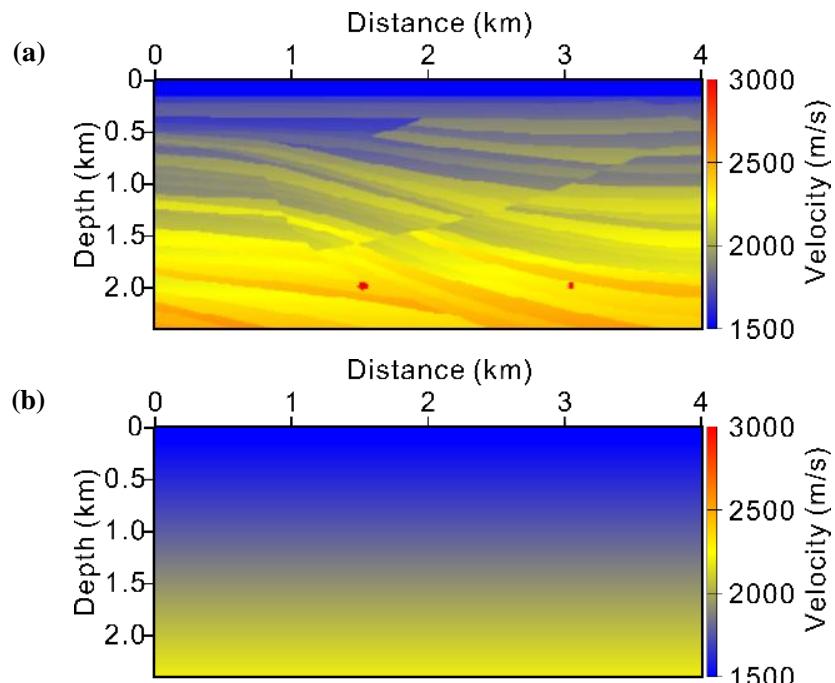


图 5.10 (a)Sigsbee2A 模型和(b)梯度初始模型

图 5.11a 展示了常规时间域 FWI 迭代 500 次的反演结果。由于地震数据中包含一些长偏移距的折射波并且在模型的浅部梯度初始模型与真实模型的差距不是很大，所以常规 FWI 在浅层模型得到了可以接受的反演结果。然而，由于反演采用的数据缺乏低频信息并且深部的初始模型存在较大的误差，结果导致深部模型得到了错误的高波数更新，使得常规 FWI 不能收敛到真实模型。相反，由于 CRWI 目标函数的非线性程度相对较弱，对地震数据频率成分也不敏感，CRWI 得到的是长波长更新量，并最终成功的反演了背景速度（图 5.11b）。

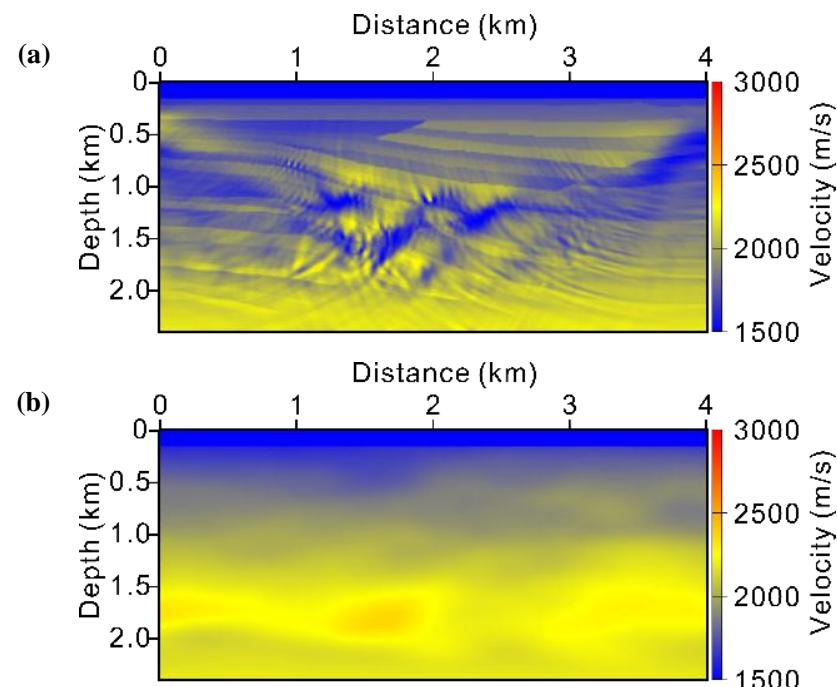


图 5.11 (a)常规 FWI 反演结果和(b)CRWI 反演结果

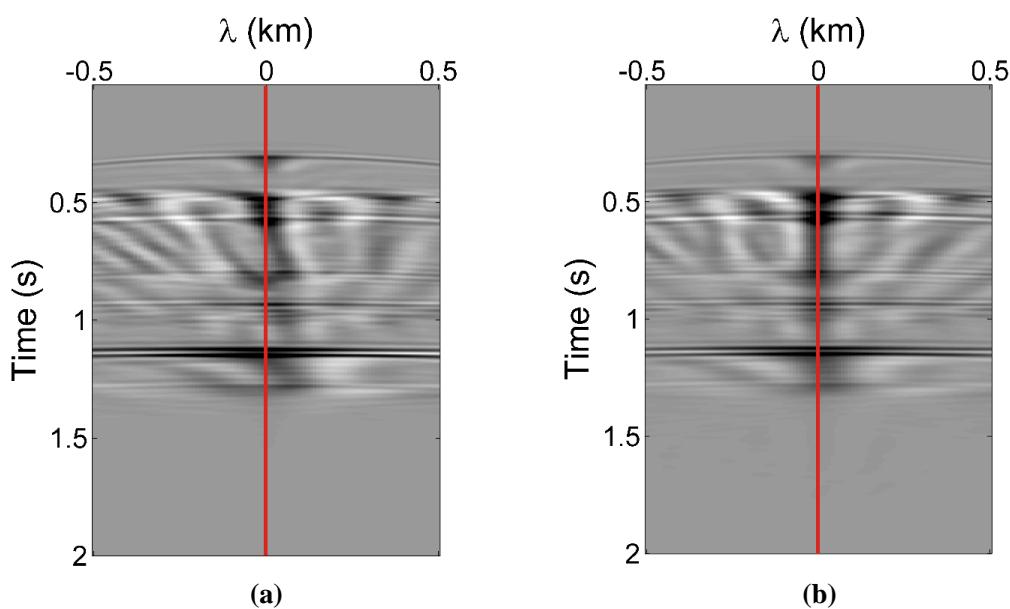


图 5.12 (a)初始模型和(b)最终 CRWI 反演模型的空间上的相关函数

为了进一步验证 CRWI 方法的可靠性, 图 5.12 比较了初始模型和最终反演结果的空间上的相关函数。明显可以观察到, 沿着时间轴可以区分开不同的反射震相, 进而可以衡量每个反射波的聚焦误差。聚焦的误差是随着时间增长的, 这是由于随着传播深度的增加, 误差是逐渐累积的。通过 25 次迭代后, 空间上的相关函数变得更加聚焦了。

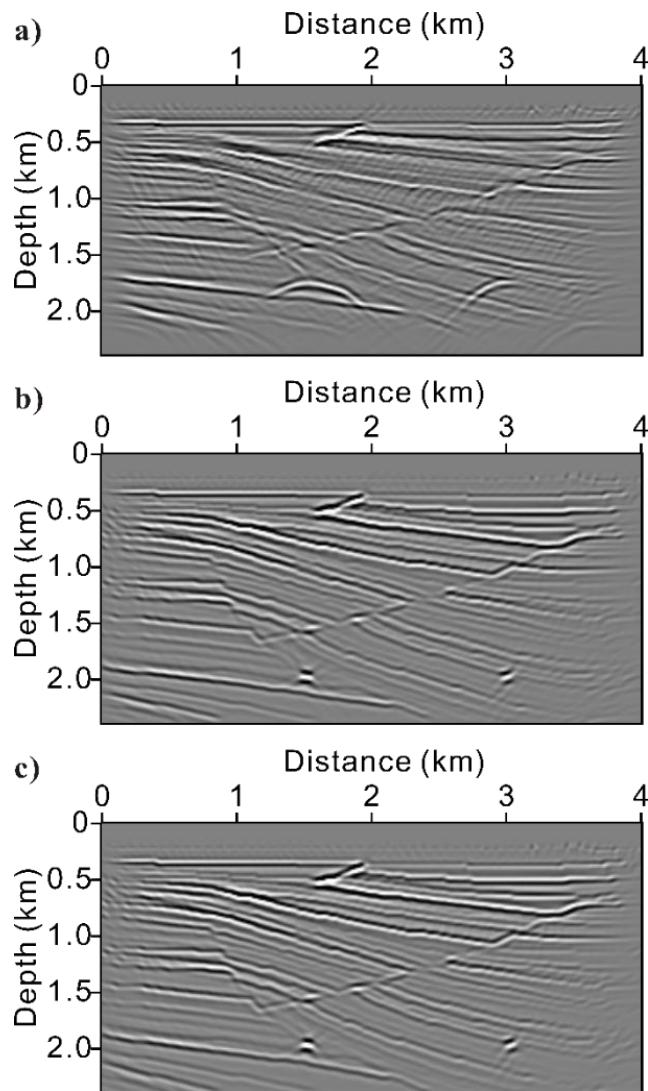


图 5.13 (a)初始模型, (b)CRWI 反演模型和(c)真实模型的逆时偏移成像结果

分别采用常梯度的初始模型、CRWI 反演模型和真实模型进行了逆时偏移。由于梯度初始模型大幅的偏离了真实模型, 成像结果中几乎所有的反射层都没有成像在准确的位置上, 并且深部的成像严重不聚焦 (图 5.13a)。经过 CRWI 的准确背景速度估计后, 逆时偏移成像的质量得到了大幅度改善 (如图 5.13b), 绕射点收敛在正确位置上, 基本上与采用真实模型的成像结果一致 (图 5.13c)。

CRWI 可以为进一步的常规 FWI 反演提供包含有效的长波长信息的良好的

初始模型。这样，低波数的 CRWI 模型可以进一步增加高波数的细节信息。图 5.14 展示了以空间上的 CRWI 结果为初始模型的常规 FWI 迭代 500 次后的反演结果。随着高波数细节信息的丰富，最终的反演结果包含了真实模型的主要地质特征，包括断层和绕射体，结果远远好于图 5.11a 中的反演结果。这个结论也可以清楚的从 1.2 千米和 2.4 千米处的速度模型垂向剖面中得出（图 5.15）。

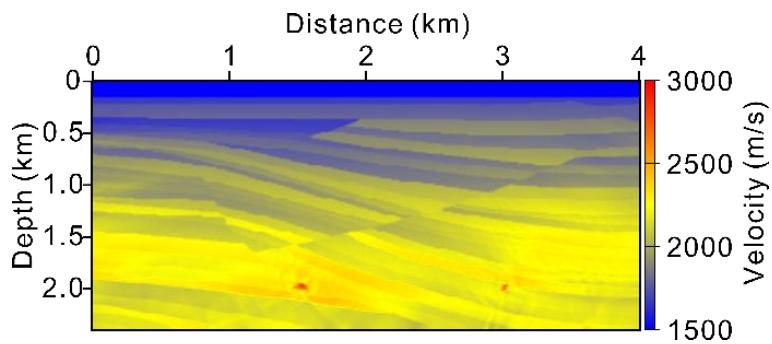


图 5.14 以 CRWI 模型为初始模型的最终常规 FWI 的反演结果

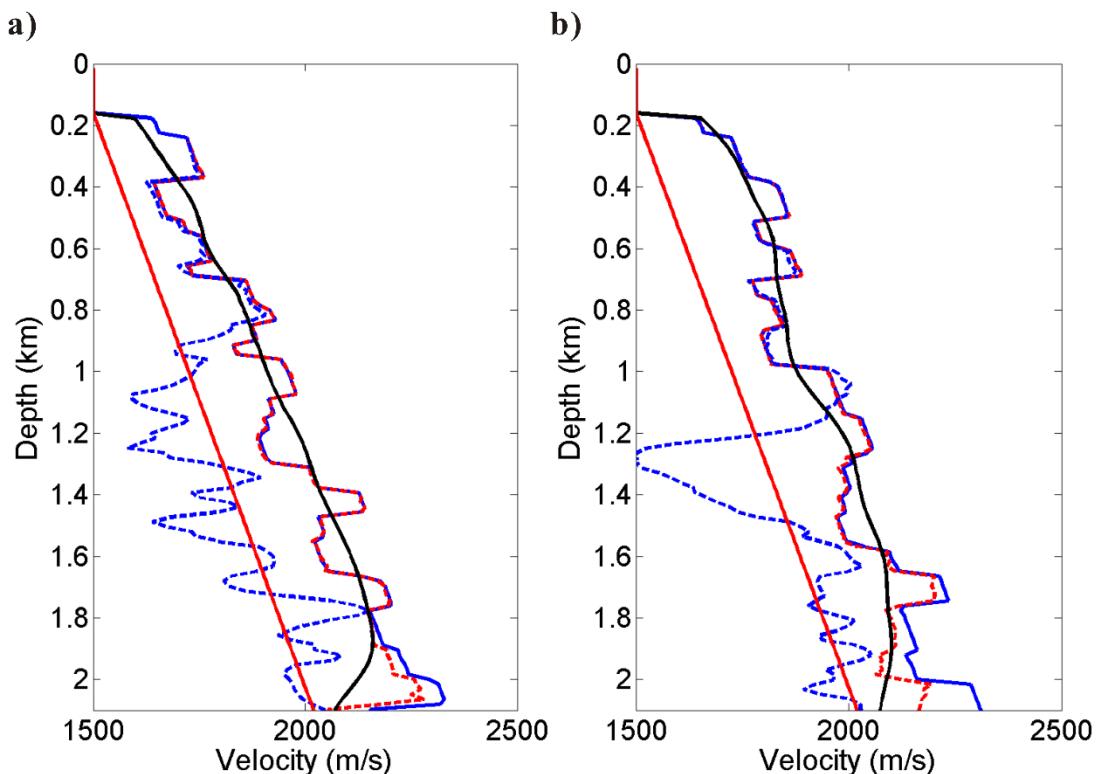


图 5.15 (a)1.2 千米和(b)2.4 千米处的垂向速度剖面  
真实模型（蓝实线），梯度初始模型（红实线），常规 FWI 结果（蓝虚线），CRWI（黑实线）  
和 CRWI 模型为初始模型的常规 FWI 结果（红虚线）

常规 RWI 方法(Xu et al., 2012a, b)也可以用来反演深部模型的背景速度。RWI 通过比较观测的和反偏移的反射波来生成数据残差，数据匹配原则为二者直接相

减或者为零延迟互相关，两种目标函数都严重依赖数据的频率成分(Wang et al., 2013)。如果数据中缺乏低频，则会发生跳周问题，进而影响最终的反演精度。

当采用与上述 CRWI 试验中同样的数据（主频为 13Hz），以梯度模型作为初始模型的 RWI 就会陷入局部极值（图 5.16a）。为了避免跳周问题，反演必须采用低频数据（主频为 6Hz），结果如图 5.16b 所示。所以，当初始模型距离真实模型较远时，相比于 CRWI, RWI 是依赖于数据频率成分的，为了避免周期跳跃问题，低频信息是十分必要的。

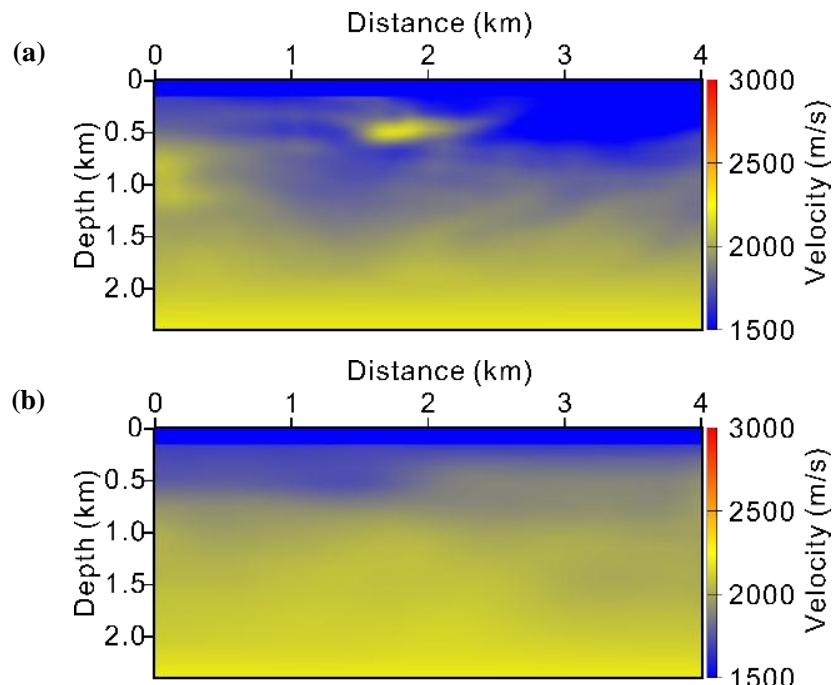


图 5.16 采用主频为(a)13Hz 和(b)6Hz 的数据以梯度模型为初始模型的 RWI 反演结果

然后，当初始模型较好并采用高频数据时，RWI 可以获得更高精度的反演结果（图 5.17），这是因为 RWI 是基于数据残差目标函数的，利用了反射波的全部振幅和相位信息。从 1.2 千米和 2.4 千米处的速度模型深度剖面上，可以清楚的看出采用不同数据和不同初始模型下的 RWI 与 CRWI 的反演结果之间的差异，（图 5.18）。

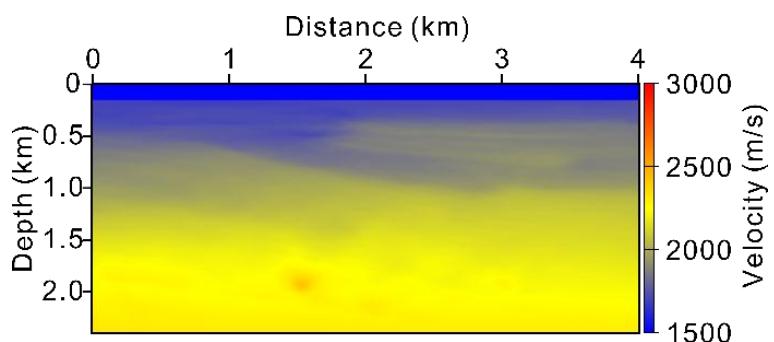


图 5.17 采用主频为 13Hz 的数据、以真实模型的平滑模型为初始模型的 RWI 反演结果

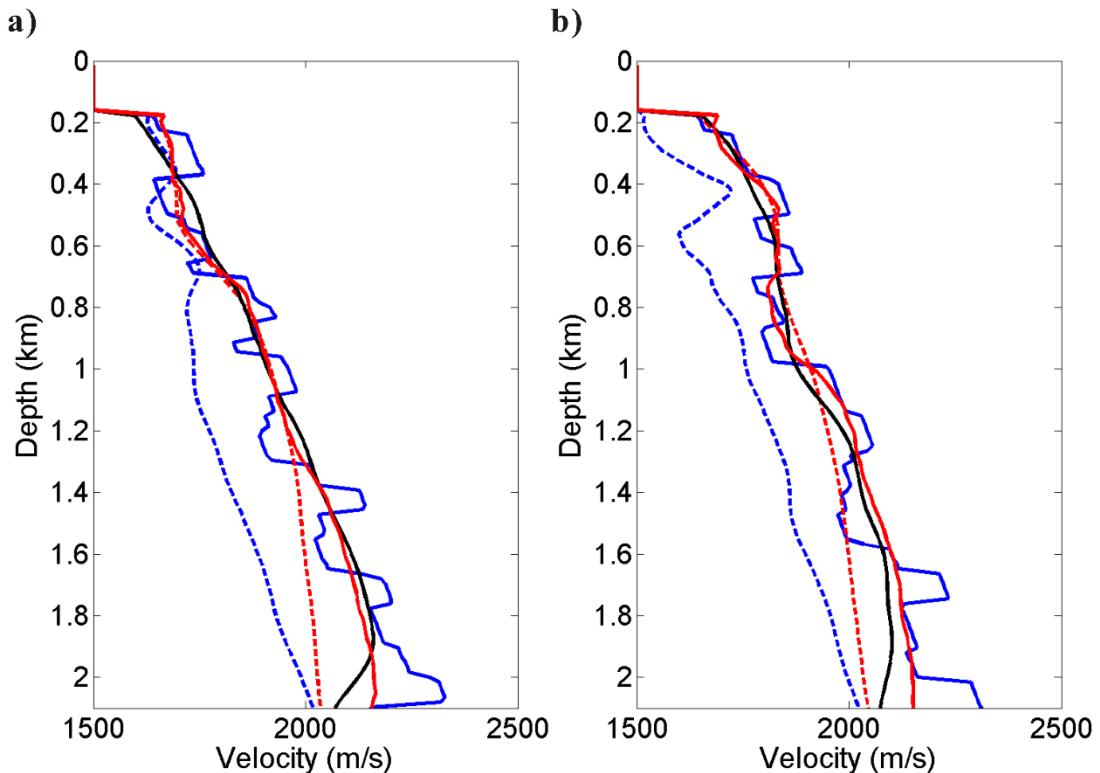


图 5.18 (a)1.2 千米和(b)2.4 千米处的垂向速度剖面

真实模型（蓝实线）；采用高频数据以梯度模型为初始模型的 RWI 结果（蓝虚线）；采用低频数据以梯度模型为初始模型的 RWI 结果（红虚线）；采用高频数据以平滑模型为初始模型的 RWI 结果（红实线）；采用高频数据以梯度模型为初始模型的 CRWI 结果（黑实线）

基于以上讨论可以知道，波形匹配类的方法，例如 FWI 和 RWI，当初始模型位于全局最小值附近的邻域内时，可以获得高分辨率的反演结果，但是它们也对振幅的精度十分敏感。为了更好地匹配观测的地震数据，正演方法需要尽可能正确地考虑观测数据中所包含的各种地震波传播效应。然后，由于对密度的分布等先验信息了解不够和模拟方程理论假设的不准确，模拟数据的动力学信息很难被精确的计算，进而会严重影响反演的效果，甚至造成反演不收敛。然而，CRWI 方法主要匹配观测的和反偏移的反射波的相位信息，相比于动力学信息，实际观测的地震波的运动学特征更为可靠。所以，CRWI 的另一个优势是对振幅精度的不敏感性。

为了说明 CRWI 这一优势，CRWI 采用变密度声波方程合成地震数据，其动力学特征与之前所用的常密度声波方程模拟的数据不同。虽然在反演过程中没有考虑密度的变化，但 CRWI 的速度反演结果（图 5.19a）与之前的反演结果（图 5.11b）基本一致，并且利用反演的速度进行逆时偏移成像，成像结果（图 5.19b）也证明了背景速度模型得到了很好的恢复。这个例子说明，相比于其他数据匹配类的方法，CRWI 在反演速度模型的长波长分量时具有巨大优势。

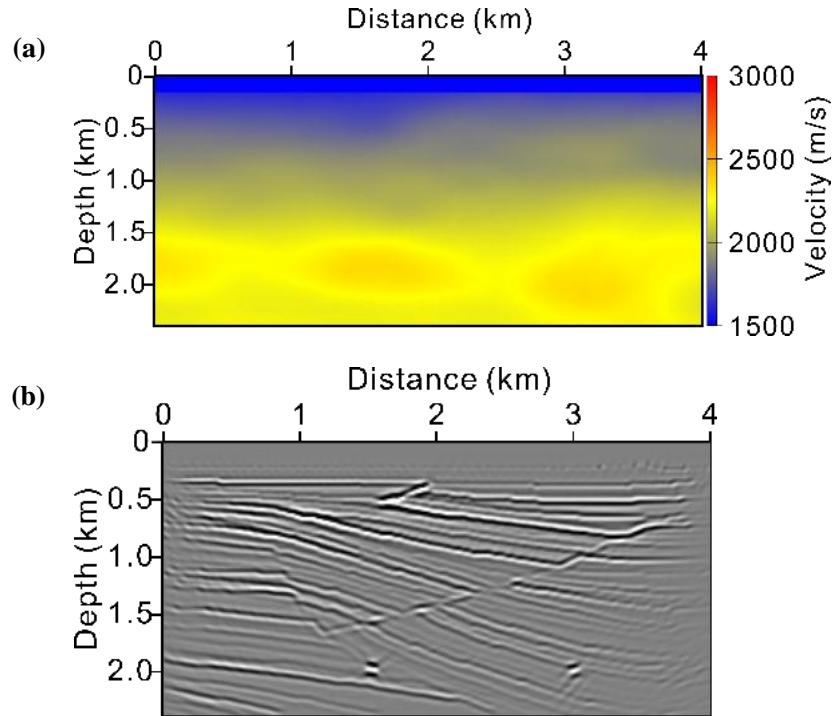


图 5.19 (a)采用变密度声波方程模拟的数据的 CRWI 反演结果和(b)相应的逆时偏移结果

#### 5.4.3 最小频率阀值测试

通过前文的目标函数性态分析和理论模型例子，可以得出 CRWI 在为 FWI 获得一个更好的初始模型时对数据的频率成分不敏感的结论。但是，如果当数据中的有效最小频率值比较高时，CRWI 是否还可以为接下来的常规 FWI 提供足够精度的初始模型？

为了进一步探讨对数据频率成分的依赖性和 CRWI 所需数据的最小频率阀值，下面进行了基于 Sigsbee2A 模型的两组 FWI 试验。两组试验都是以常梯度模型为初始模型。反演所用的观测数据与上一节中所用的数据一致，主频为 13Hz。

第一组试验采用常规频率域 FWI 算法(Sirgue and Pratt, 2004)，分别以 0.5, 0.7 和 1.0Hz 作为反演数据的起始频率成分，最大频率成分为 35Hz。对于每一个频率成分，反演迭代 20 次。试验结果表明，当从 0.7Hz 开始反演时，可以得到可以接受的反演结果（图 5.20a）。然而，当从 1.0Hz 开始反演试验时，反演就会陷入局部极值（图 5.20b）。值得注意的是，1.0Hz 的频率已经很低，这样低的频率成分在实际观测中通常难以有效获得。

第二组反演试验采用的方法是 CRWI+FWI，即以 CRWI 的反演结果作为初始模型，进行常规频率域 FWI 算法。这组试验包含 8 次测试，分别从 3.0, 4.0, 5.0, 6.0, 7.0, 8.0, 9.0 和 10.0 Hz 作为最低频率成分进行 CRWI 和后续的常规频率域 FWI，原始数据中起始频率以下的信息都已被滤除。显而易见，随着反演

所用的起始频率的升高，最终的反演结果会逐渐变差。但是，即使数据中并不包含 7.0Hz 以下的频率成分，仍可以获得一个相对较好的反演结果（图 5.20c）。

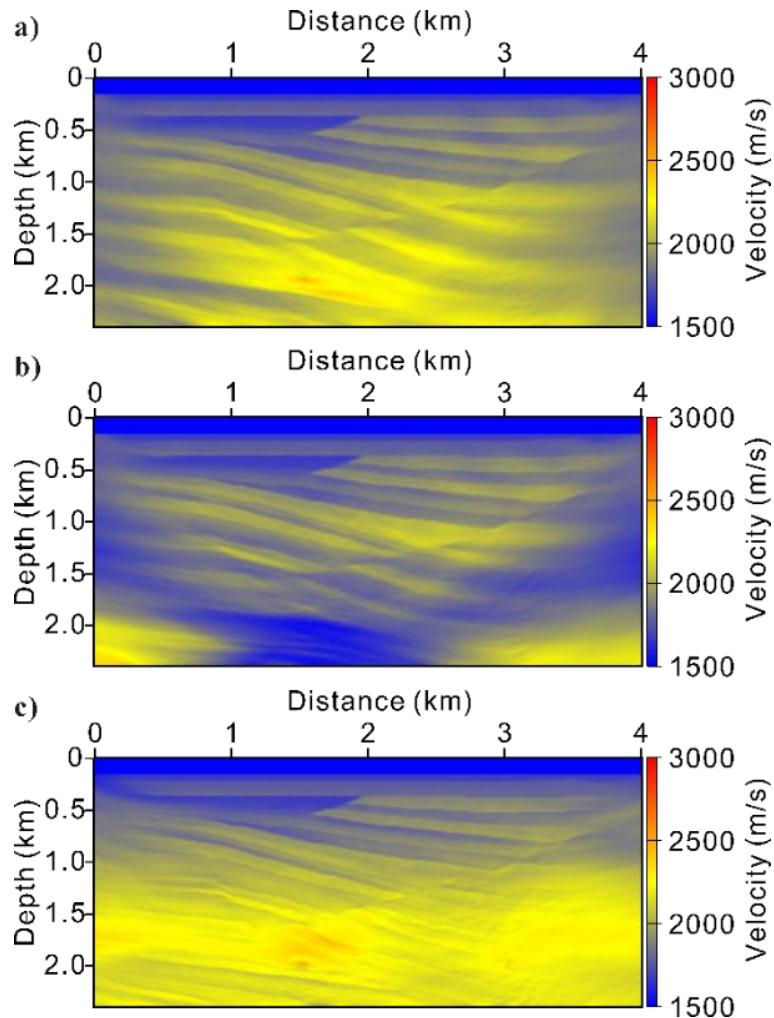


图 5.20 以(a)0.7Hz 和(b)1.0Hz 为初始频率的以梯度模型为初始模型的常规 FWI 反演结果;  
(c)以 7Hz 为初始频率的以 CRWI 结果为初始模型的常规 FWI 反演结果

需要强调的是，两组试验均是只采用了常规的频率延拓多尺度策略。引入频率阻尼策略会使反演结果更为稳健，但也会增加相应的计算量。为了比较在同样的反演策略下两组试验所获得的 11 个反演结果的精度，图 5.21 展示了它们的归一化后的目标函数。红色的虚线为第一组试验（三个模型）的反演结果的目标函数值，并以它们作为参考线，来衡量第二组试验结果的精确性，并将第二组试验的反演结果的目标函数值被投影到三条参考线内。可以看出，以 CRWI 的反演结果作为初始模型并从 7.0Hz 开始常规频率域 FWI 得到的结果，与以梯度模型作为初始模型并从 0.7Hz 开始常规频率域 FWI 得到的结果精度相当。众所周知的是，数据中缺乏低频信息是限制 FWI 应用的主要因素之一，这是因为基于波形匹配的目标函数的强非线性，进而需要低频信息来克服跳周问题。而 CRWI 利用

了反射波的相位信息，不易受跳周问题困扰。所以，即使数据中缺乏低频，CRWI 仍然可以获得稳定的背景速度估计。在这组试验的反演结果表明，即使地震数据中不包含 7Hz 以下的信息，CRWI 仍然可以为后续的常规 FWI 提供很好的初始模型。

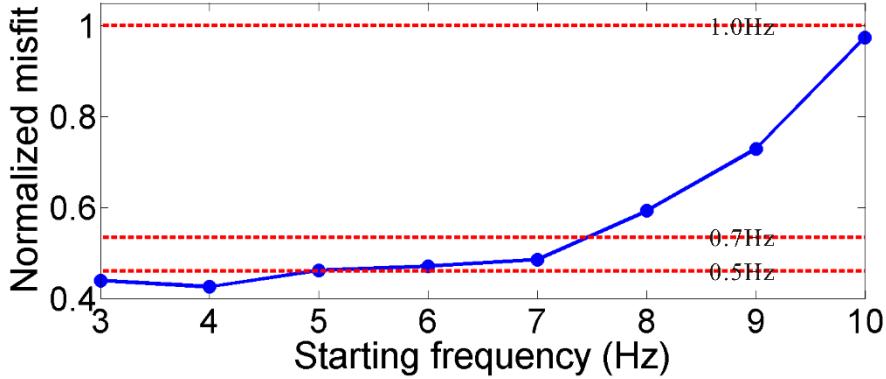


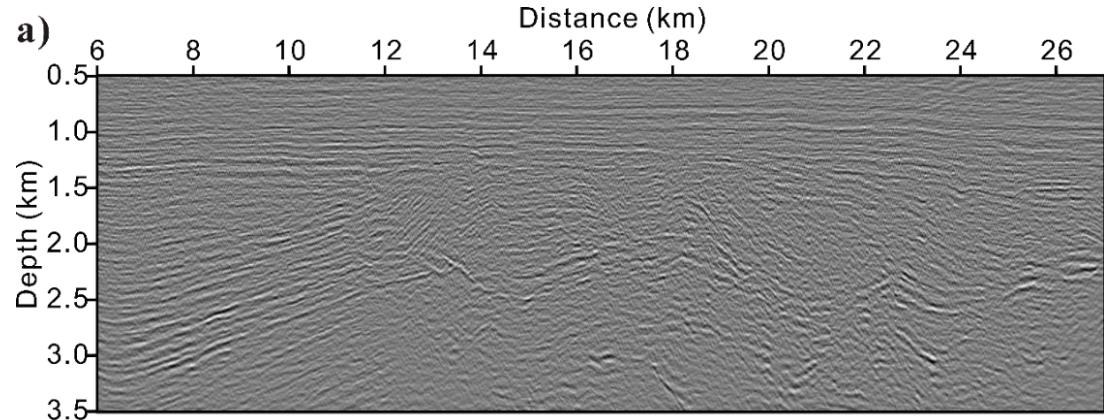
图 5.21 11 个反演结果的归一化目标函数

## 5.5 实际资料应用

### 5.5.1 南海测线

采用一套采集于南海的实际地震数据来测试 CRWI 方法的应用效果。完整的二维海洋拖缆数据包含 240 炮，炮间距为 100 米。每炮共有 300 个检波点，检波点间隔为 12.5 米，最大偏移距是 3.875 千米。反演试验前，该数据经过前期的去噪和去多次波处理。

反演采用的初始模型为 NMO 速度分析得到的模型并转换到深度域。基于初始模型的高斯束叠前深度偏移结果如图 5.22a 所示。为了更好的表明初始速度模型的不精确性，第 120 炮数据的空间上的相关函数展示在图 5.23a。可以看到，强能量并没有聚焦在中心处，表明了初始速度具有一定的误差。



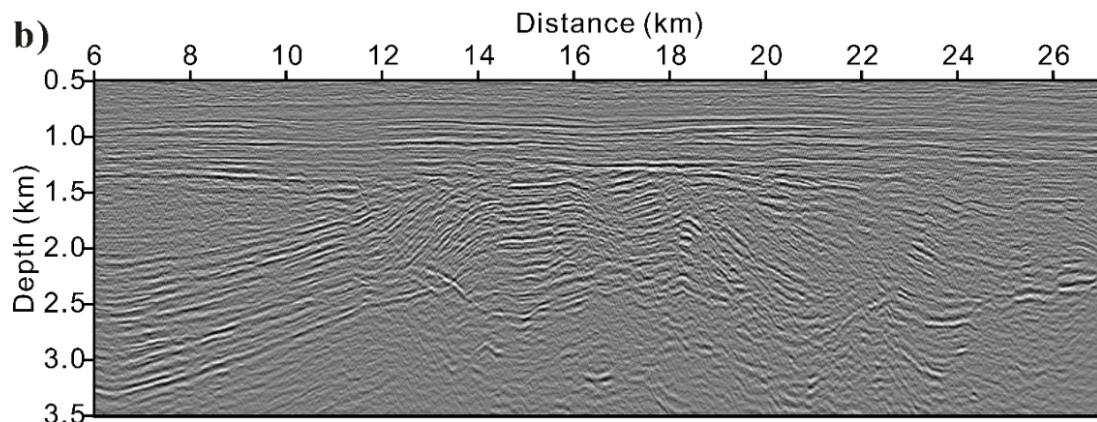


图 5.22 (a) 初始模型和(b)CRWI 模型的偏移结果

经过 CRWI 方法反演后，相应的偏移结果如图 5.22b 所示，初始模型和反演模型的偏移结果是在同样的色标下显示的。可以发现经过 CRWI 更新模型后，地下的成像质量有了明显的改进。基于 CRWI 模型的偏移结果给出了地下结构的更为细致的成像，相比于图 5.22a，从图 5.22b 中可以更好的识别出断层。相应空间上的相关函数也变得在  $\lambda=0$  更为聚焦（图 5.23b）。

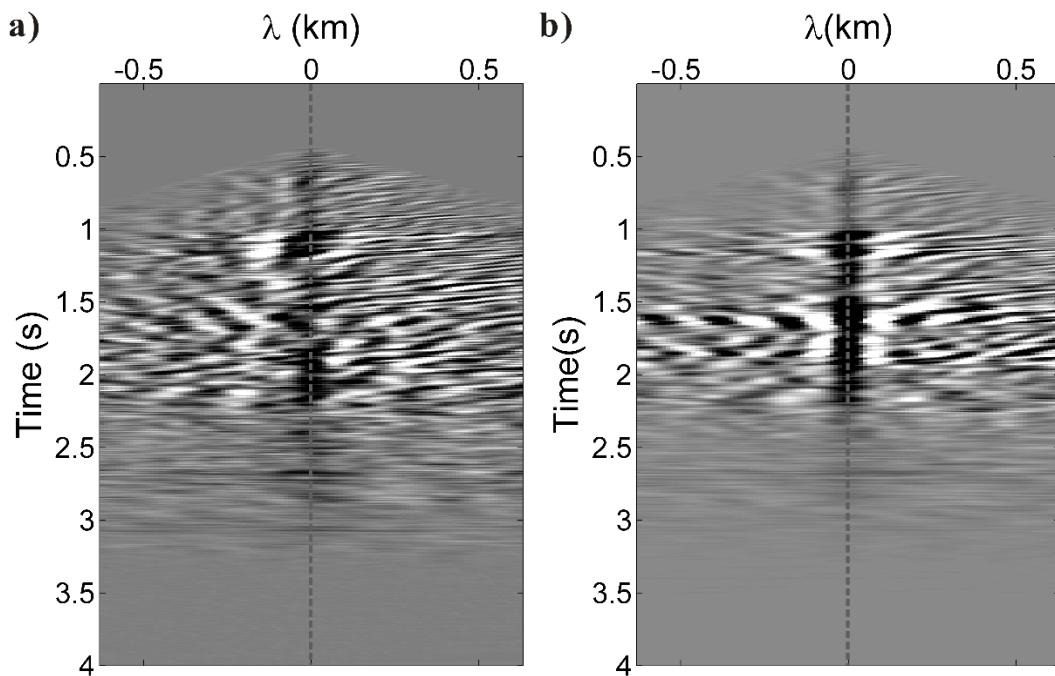


图 5.23 (a) 初始模型和(b)CRWI 模型的第 120 炮数据的空间上的相关函数

为了进一步证明反演结果的精确性，图 5.24 展示了初始模型和 CRWI 模型下的角度域共成像点道集。初始模型下的角度域共成像点道集中存在较大的时差，表明初始模型的不准确性。然而，CRWI 更新模型后，角度域共成像点道集拉平效果明显改进，说明了速度模型变得更为精确。

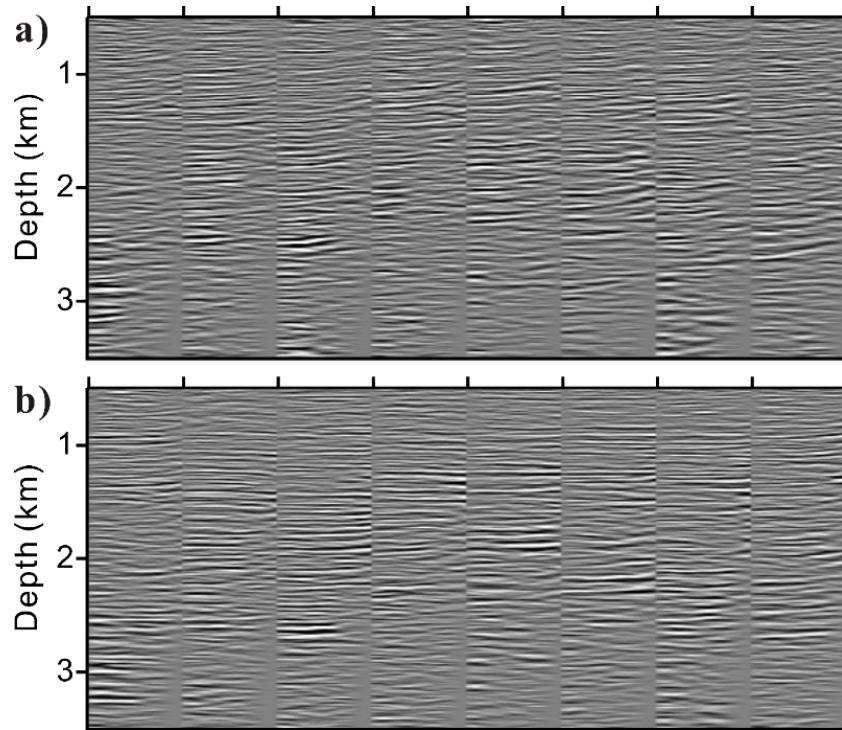
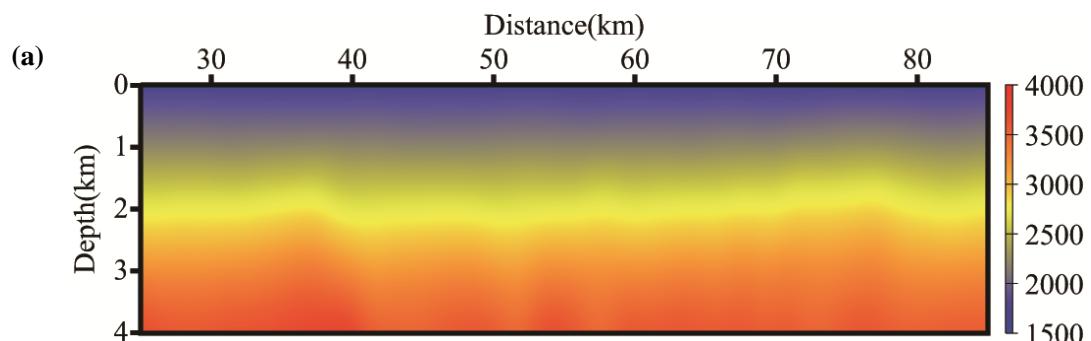


图 5.24 基于(a)初始模型和(b)CRWI 模型的角度域共成像点道集

### 5.5.2 东海测线

对中国东海一条二维拖缆经过前期的去噪和去多次波处理的地震数据，平滑后的叠前时间偏移速度分析结果如图 5.25a 所示，对应的高斯束叠前深度偏移结果见图 5.26。以图 5.25a 作为初始模型，通过 CRWI 算法后，速度模型的更新量见图 5.25b，利用更新后得到的模型的高斯束叠前深度偏移结果如图 5.27 所示。可以看到，成像质量较 CRWI 反演前的图 5.26 得到了大幅度提高，同相轴连续性显著改善，许多断层更加清晰，尤其是 2 千米深度处的上超以及削截等沉积现象在图 5.25 上更加清晰。在 CRWI 反演后的角度域共成像点道集上（图 5.28），同相轴基本拉平，说明了波形反演得到的速度模型较初始模型更加准确。



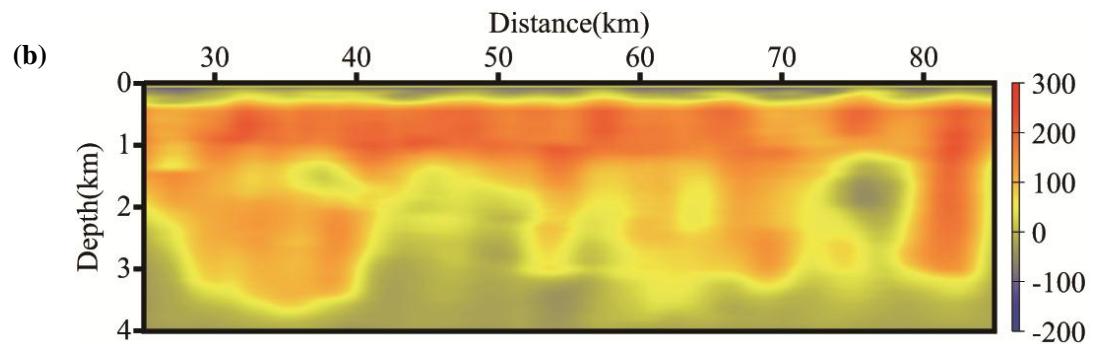


图 5.25 (a) 初始模型和(b)CRWI 算法模型更新量

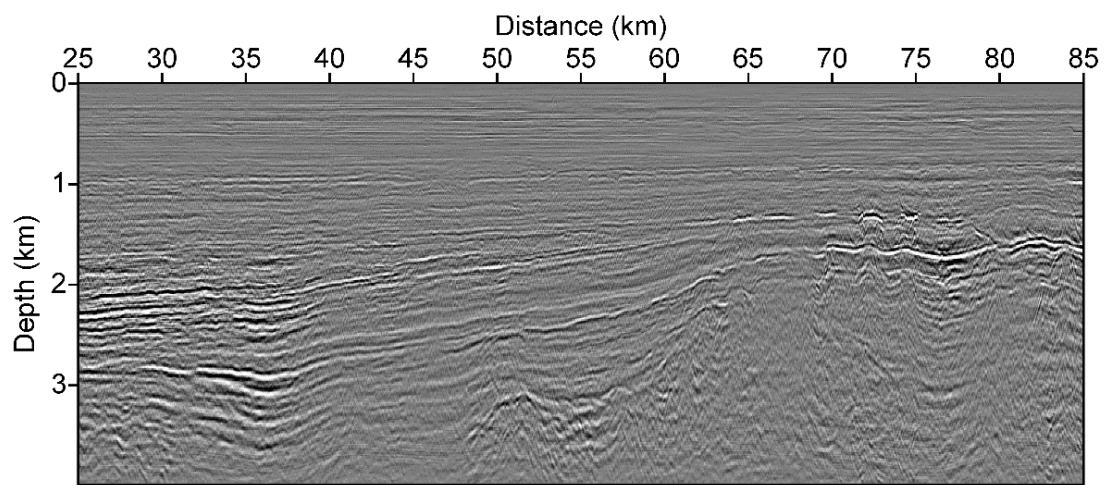


图 5.26 基于初始模型的叠前深度偏移结果

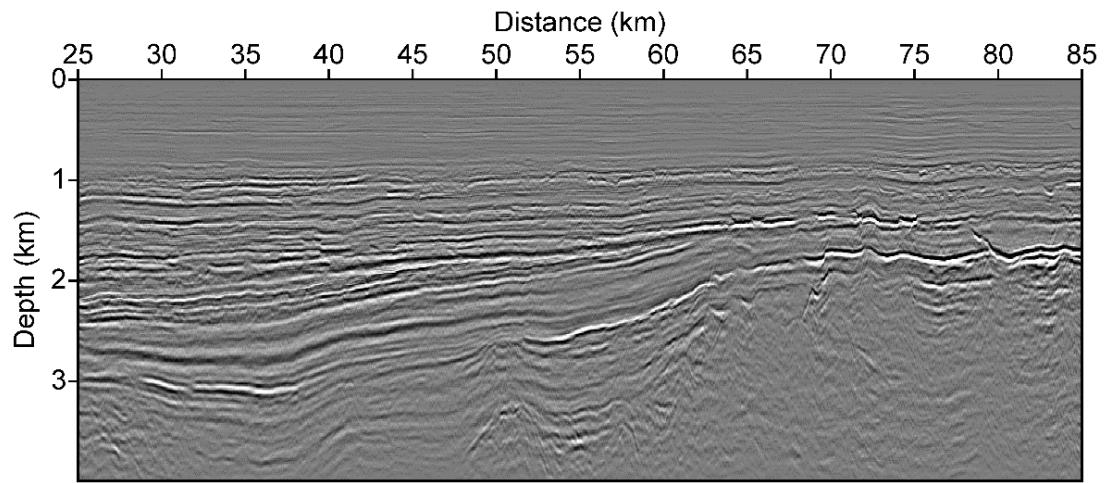


图 5.27 基于 CRWI 反演模型的叠前深度偏移结果

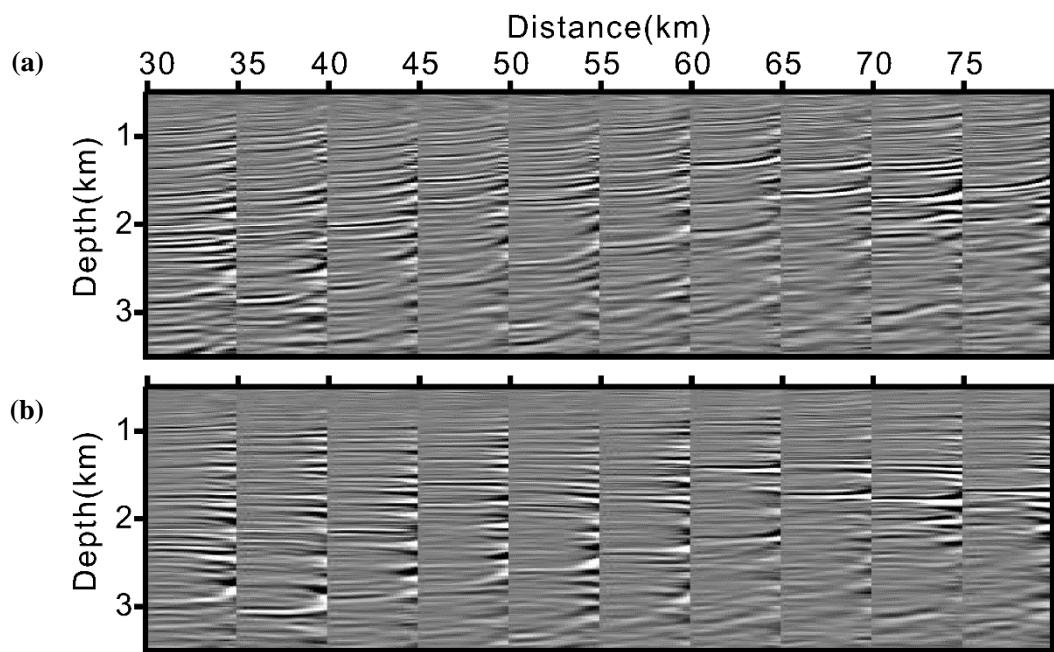


图 5.28 CRWI 前(a)和后(b)的角度域共成像点道集

## 5.6 小结

本章提出的基于相关的反射波波形反演方法,可以利用反射波数据来全自动地更新中深层模型的背景速度。通过核函数分解后得到的反射波核函数(兔耳朵波路径),加强了波形反演中的层析效应。不同于常规的波形残差泛函,基于相关的目标函数具有更好的线性特征,并且对数据的频率成分不敏感。同时,CRWI对数据的振幅信息也并不敏感。因此,CRWI可以更好的克服跳周问题,这在常规RWI中缺乏可靠的低频数据时是难以克服的。将CRWI和常规FWI结合起来,可以很好地恢复模型的低波数和高波数成分。在本章的数值试验中,对于接下来的常规FWI,在以CRWI的反演结果作为初始模型的情况下,数据的最小频率限制可以被拓展到7.0Hz。数值试验和实际资料的成功应用,证明了本章所提出的CRWI方法的有效性。

## 第6章 不依赖振幅的反射波波形反演方法研究

在第五章中,利用基于相关目标函数的反射波波形反演方法得到的反演结果,通常可以满足常规构造像的要求,但反演的速度模型较为光滑,分辨率不高,一般不能满足最小二乘偏移以及地质解释的要求。为了利用 RWI 得到更高精度的速度反演结果,在基于地震数据子集的反演思路下,需要利用更多的反射波的波形信息。但是,鉴于观测地震数据中振幅信息的难以预测性,需要在 RWI 中摆脱对真振幅偏移的过度依赖。

为此,本章开展了不依赖振幅的高效的反射波波形反演方法的研究。首先,研究不依赖振幅(纯相位匹配)的目标函数构建方法,并在理论和数值上分析其有效性。其次,数值上实现不依赖振幅的反射波波形反演方法,并在理论模型上进行测试。最终,通过实际海洋资料速度反演验证了所提出的方法的有效性。

### 6.1 引言

在 RWI 中,如何更加合理地利用反射波中的波形信息来恢复其模型中深部的低波数成分,尤其是在观测数据中缺乏低频信息、且当背景模型相对较差时,如何避免周期跳跃现象,防止其陷入局部极值,有效的降低非线性程度,提高其有效反演深度,是 RWI 能否成功应用于实际中的关键问题。

第五章中提出的基于相关的反射波波形反演方法,一定程度上避免了周期跳跃。即使在观测数据中缺乏有效低频信息、背景模型相对较差时,利用该方法也较好地恢复了模型中深部的低波数成分,为传统的 FWI 提供了良好的初始模型。

在利用 CRWI 解决了跳周问题的基础上,为了得到更高精度的反射波反演结果,应尽可能地利用更多的反射波信息。但是, RWI 中基于偏移和反偏移方法预测的反射波数据(Zhou et al., 2012),在与观测的反射波进行波形匹配时,强烈地依赖于真振幅偏移技术。否则,由于反射系数估计的不准确,即使当背景速度非常准确时,预测的反射波与观测的反射波在波形上也难以做到精确匹配。

因此,本章在上一章的 CRWI 方法基础上,提出了不依赖振幅的反射波波形反演方法,旨在得到更高精度的反演结果。以 CRWI 反演结果作为初始模型,可以摆脱常规 RWI 中跳周问题的困扰,而构建不依赖振幅(纯相位)匹配的目标函数,则可以利用更多的反射波波形中的信息,并摆脱对真振幅偏移的依赖。相比于常规 RWI 和 CRWI,不依赖振幅的反射波波形反演方法既能保证反演的效率,又可以提高反演的精度。理论模型试验和实际资料反演结果证明了方法的有效性。

## 6.2 方法原理

首先，介绍不依赖振幅（纯相位匹配）目标函数的构建方法，并从理论和数值试验角度分析其有效性。之后，给出不依赖振幅的 RWI 的梯度求取公式。

### 6.2.1 目标函数的定义及物理意义

理论上，在 Born 近似假设下，当准确的背景速度与反射系数为已知时，可以精确地预测一次反射波。在反射系数已知时，利用反偏移得到的反射波和观测的反射波之间的差异，可以用来更新模型的背景速度。但是，在实际中，真实的反射系数往往很难获得，或者说获得相对精确的反射系数需要很高的计算代价（例如使用最小二乘偏移），并且对背景速度精度要求很高。

因此，实际应用中只能使用偏移结果对反射系数进行近似。但利用偏移结果近似反射系数时，会出现以下问题：即使背景速度准确时，反偏移得到的反射波与观测的反射波也难以做到精确的波形匹配。但是，这时二者的运动学特征是完全一致，即相位信息一致。因此，构造纯相位匹配类的目标函数，可以用来衡量背景速度是否准确，并且在每一步迭代时，并不需要做真振幅偏移，相比于常规的反射波波形反演方法，计算量大大减小，效率大为提高。

常规 RWI 目标函数为：

$$E_0(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \sum_{ns} \sum_{nr} \int [u(t) - d(t)]^2 dt, \quad (6.1)$$

其中  $u(t)$  为模拟反射波， $d(t)$  为观测反射波， $ns$  和  $nr$  分别为炮点和检波点的个数。为了克服目标函数(6.1)对真振幅偏移的强烈依赖，可以将目标函数修正为全局能量正则化目标函数：

$$E_1(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \sum_{ns} \sum_{nr} \int \left[ \frac{u(t)}{\|\mathbf{u}\|} - \frac{d(t)}{\|\mathbf{d}\|} \right]^2 dt. \quad (6.2)$$

其中， $\|\mathbf{u}\|$  和  $\|\mathbf{d}\|$  为能量正则化因子，满足

$$\|\mathbf{u}\| = \sqrt{\int [u(t)]^2 dt} \quad \|\mathbf{d}\| = \sqrt{\int [d(t)]^2 dt}. \quad (6.3)$$

通过能量正则化因子校正后，模拟与观测的反射波能量匹配在同一量级，可以进行波形匹配。理论上，在单震相条件下，全局能量正则化目标函数为纯相位匹配的目标函数：

$$E_1(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \sum_{ns} \sum_{nr} [\exp(i\omega t_u) - \exp(i\omega t_d)]^2 dt. \quad (6.4)$$

其中， $t_u$  和  $t_d$  分别为模拟和观测反射波的到达时。

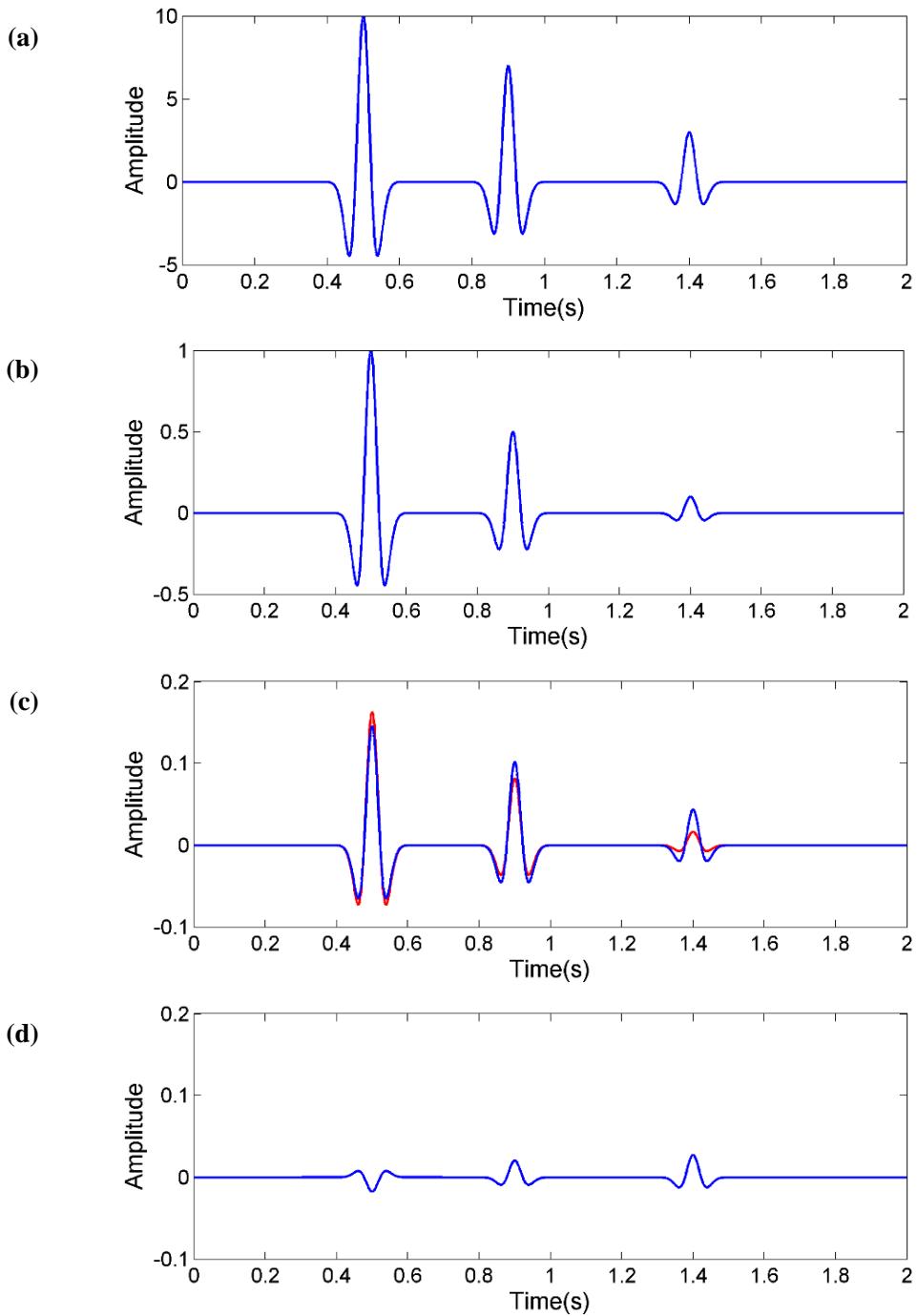


图 6.1 (a)和(b)为含有多个震相的理论合成数据,(c)为两个数据经全局能量正则化后的比较,(d)为两个全局能量正则化数据的残差

通过能量正则化消除绝对振幅的误差，在单震相情况下，采用这种目标函数近似等价于相位匹配反演。但是，随着数据中震相的增加，这种近似带来的误差也越来越大。例如，图 6.1a 和图 6.1b 中含有三个震相的理论数据，对于每个震相，两个数据的走时（相位）信息一致，但振幅信息不同，因此难以用常规 RWI 中所用的波形残差泛函来衡量二者的相似程度。经全局能量正则化后，可以看到，二者的振幅位于同样的量级后（图 6.1c），可以进行二者的波形信息比较。但是，

如图 6.1d 所示, 即使两组数据的走时信息完全一致, 经全局能量正则化后, 两个数据的振幅信息仍然存在较大的差异。这是因为全局能量正则化目标函数, 仅当数据中包含单个震相时, 才是进行纯相位误差的匹配。当处理多个震相时, 用常数因子(全局能量)难以校正不同震相间的振幅差异。因此, 即使相位信息完全一致, 仍然存在较大的数据残差, 并且这种误差最终将会严重影响反演的精度和收敛程度。

另外, 将全局能量正则化目标函数进一步展开, 可以得到

$$\begin{aligned} E_1(\mathbf{m}) &= \frac{1}{2} \sum_{ns} \sum_{nr} \int \left[ \frac{u(t)}{\|\mathbf{u}\|} - \frac{d(t)}{\|\mathbf{d}\|} \right]^2 dt \\ &= \frac{1}{2} \sum_{ns} \sum_{nr} \int \left[ \frac{u(t)^2}{\|\mathbf{u}\|} - 2 \frac{u(t)}{\|\mathbf{u}\|} \frac{d(t)}{\|\mathbf{d}\|} + \frac{d(t)^2}{\|\mathbf{d}\|} \right] dt. \\ &= \sum_{ns} \sum_{nr} \left[ 1 - \int \frac{u(t)}{\|\mathbf{u}\|} \frac{d(t)}{\|\mathbf{d}\|} dt \right] \end{aligned} \quad (6.5)$$

6.5 式表明, 最小化全局能量正则化目标函数等价于最大化反偏移的和观测的反射波间的零延迟互相关函数。当反偏移的和观测的反射波间的走时(相位)差为零时, 全局能量正则化目标函数会达到最小化。但是, 这种利用全局互相关函数来衡量走时(相位)差的做法, 在处理具有多个观测震相的地震数据时, 仅能获得一个全局时差, 不能分辨出时差究竟是来源于哪个震相。从这个角度来讲, 全局能量正则化目标函数在处理多震相的反射数据时, 难以保证反演的精度。

为了摆脱 RWI 中对真振幅偏移的依赖, 且确保反演的精度, 除了用全局能量因子进行正则化外, 还可以构建包络正则化目标函数:

$$E_2(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \sum_{ns} \sum_{nr} \int \left[ \frac{u(t)}{E_u(t)} - \frac{d(t)}{E_d(t)} \right]^2 dt, \quad (6.6)$$

其中,  $E_u(t)$  和  $E_d(t)$  分别为模拟和观测反射波的包络。通过 Hilbert 变换, 在时间域构建解析信号, 进而可以分离信号的振幅和相位信息, 得到信号在任意时刻的包络和瞬时相位信息, 满足:

$$\begin{aligned} \tilde{u}(t) &= E_u(t) e^{i\varphi_u(t)} \\ \tilde{d}(t) &= E_d(t) e^{i\varphi_d(t)}. \end{aligned} \quad (6.7)$$

其中,  $\varphi_u(t)$  和  $\varphi_d(t)$  分别为模拟和观测数据的瞬时相位。此时, 包络正则化目标函数可变为:

$$E_2(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \sum_{ns} \sum_{nr} \left[ \operatorname{Re} \left[ e^{i\varphi_u(t)} \right] - \operatorname{Re} \left[ e^{i\varphi_d(t)} \right] \right]^2 dt. \quad (6.8)$$

相比于全局能量正则化因子(常数), 包络函数是时间的连续函数, 因而包络正

则化后，目标函数变得与振幅信息无关的纯相位匹配，并且可以衡量任意时刻的相位差异。

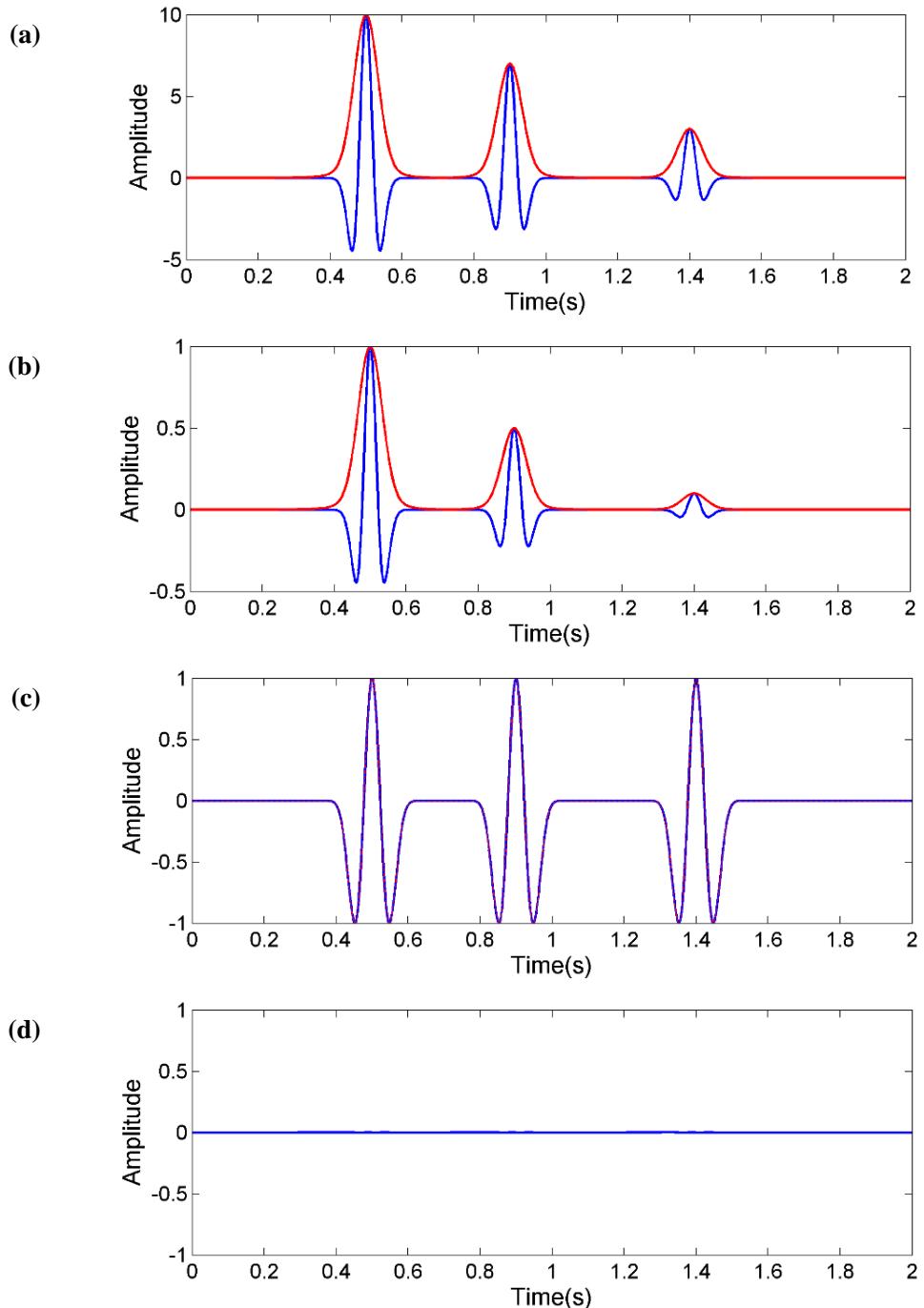


图 6.2 (a)和(b)为含有多个震相的理论合成数据及其包络, (c)为两个数据经包络正则化后的比较, (d)为两个包络正则化数据的残差

图 6.2a 和图 6.2b 为含有多个震相的理论合成数据及其包络。由于两个数据的走时（相位）信息一致，振幅信息不同，所以经包络正则化后，可以发现二者基本一致（图 6.2c 中的红线与蓝线几乎完全重合），包络正则化后两个数据的残差为零（图 6.2d）。这个简单的例子说明，包络正则化目标函数可以在不依赖数

据的振幅特征的情况下，很好地衡量数据的相位差异，并且可以处理多震相的情况，因此在 RWI 中将会有很好的应用潜力。

### 6.2.2 梯度计算

对于全局能量正则化目标函数（6.2 式）的构建后，其梯度可以通过伴随状态法计算，具体推导过程请见附录 D，这里只给出梯度和伴随震源的计算形式。

伴随震源为目标函数对状态变量的导数，形式为：

$$g_1(t) = \frac{u(t)}{\|\mathbf{u}\|^2} \int \frac{u(t)d(t)}{\|\mathbf{u}\|\|\mathbf{d}\|} dt - \frac{d(t)}{\|\mathbf{u}\|\|\mathbf{d}\|}. \quad (6.9)$$

伴随震源沿“兔耳朵”波路径进行反投影，即可得到梯度的计算形式：

$$\nabla E_1 = \frac{\partial E_1}{\partial \mathbf{m}} = \sum_{s,g} \int_t f(t) * K_{ref} * g_1(t) dt. \quad (6.10)$$

其中，反射波波路径  $K_{ref}$  定义为

$$K_{ref} = \frac{1}{v^3(\mathbf{x})} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ G^0(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s) G^s(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}) + G^s(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s) G^0(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}) \right]. \quad (6.11)$$

在 Born 近似假设下，散射场满足

$$\begin{aligned} G^s(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s) &= \int d\mathbf{x}' G^0(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}') * \Delta v(\mathbf{x}') G^0(\mathbf{x}', t; \mathbf{x}_s) \\ G^s(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}) &= \int d\mathbf{x}' G^0(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}') * \Delta v(\mathbf{x}') G^0(\mathbf{x}', t; \mathbf{x}) \end{aligned} \quad (6.12)$$

其中，模型的高波数扰动  $\Delta v(\mathbf{x})$  用逆时偏移成像结果  $I(\mathbf{x})$  代替。

类似的，包络正则化目标函数的伴随震源为：

$$g_2(t) = \left( \frac{u(t)}{E_u(t)} - \frac{d(t)}{E_d(t)} \right) \left( \frac{1}{E_u(t)} - \frac{u(t)^2}{E_u^3(t)} \right) + H \left\{ \left( \frac{u(t)}{E_u(t)} - \frac{d(t)}{E_d(t)} \right) \left( \frac{u(t)\tilde{u}(t)}{E_u^3(t)} \right) \right\}, \quad (6.13)$$

其中， $\tilde{u}(t)$  为  $u(t)$  的 Hilbert 变换， $H\{\}$  为 Hilbert 变换。

相应的梯度为：

$$\nabla E_2 = \frac{\partial E_2}{\partial \mathbf{m}} = \sum_{s,g} \int_t f(t) * K_{ref} * g_2(t) dt. \quad (6.14)$$

包络正则化目标函数的伴随震源和梯度的具体推导过程，请见附录 D。

为了方便起见，在对目标函数  $E_1$  和  $E_2$  的最小化迭代过程中，采用的是最速下降算法。每一步迭代，更新模型满足

$$\mathbf{m}_{n+1} = \mathbf{m}_n - \alpha_n \cdot \nabla E. \quad (6.15)$$

其中  $\nabla E$  依赖于选择何种目标函数。通过线性搜索算法可以获得一个优化的步长，但是为了方便起见，本章采用固定步长算法。

### 6.3 数值实验

数值试验利用的 Sigsbee2A 模型中的一部分（图 5.10a），反演采用的初始模型为上一章中 CRWI 的反演结果（图 5.11b）。模型水平和垂直方向的网格大小均为 16 米。炮点与检波点均位于地表，炮间距为 80 米，最大偏移距为 2.8 千米。模拟采用的子波为主频为 13Hz 的 Ricker 子波，并且在反演过程中假设震源函数已知。

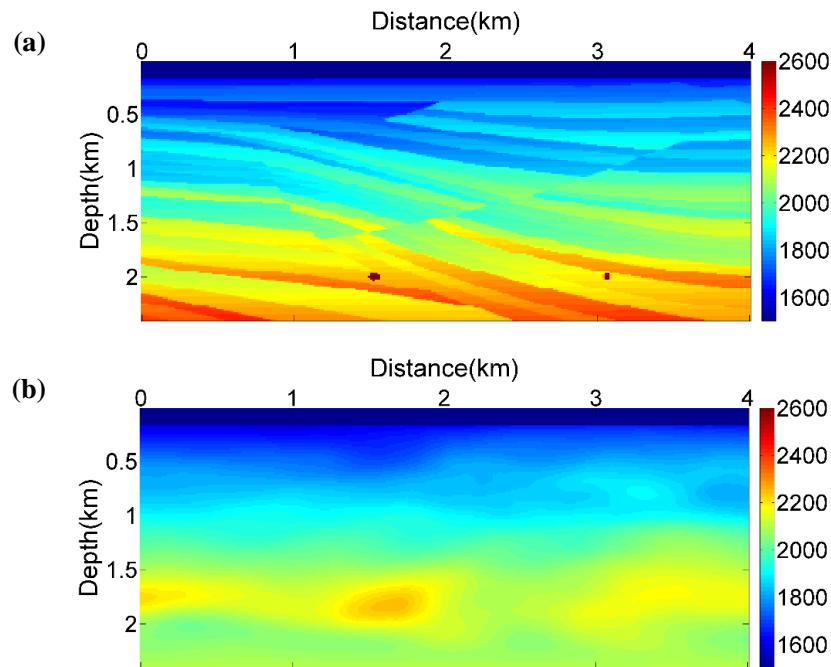
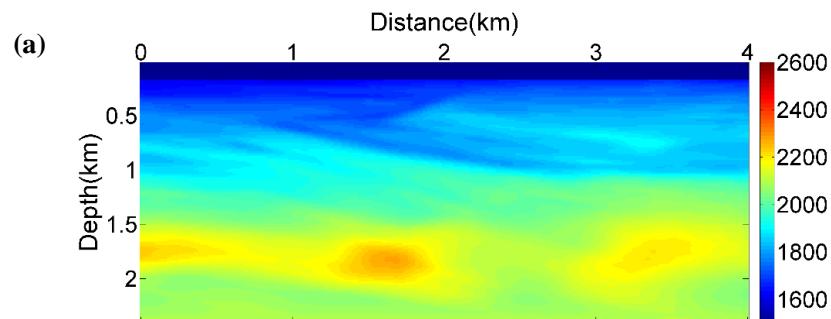


图 6.3 (a)Sigsbee2A 模型和(b)CRWI 反演结果作为初始速度模型

由于 CRWI 得到的反演结果较为光滑，分辨率不高，但是以此模型作为后续反演的初始模型，可以解决波形匹配类反演方法所面临的跳周问题。在此基础上，采用两种不依赖振幅的反射波波形反演方法，都可以利用更多的反射波波形中的信息，并摆脱对真振幅偏移的依赖，即每一步迭代均用偏移结果来替代模型扰动，最终得到了更高精度的速度反演结果（图 6.4a 和图 6.4b）。



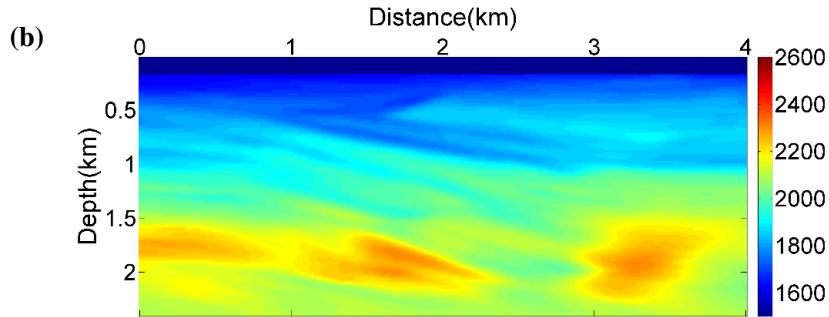


图 6.4 (a)全局能量正则化 RWI 反演结果, (b)包络正则化 RWI 反演结果

但是,由于全局能量正则化目标函数在处理多震相数据时并不是完全意义上的相位匹配,存在一定的误差,这部分误差会最终影响反演的精度和收敛程度,使得反演结果的分辨率不高,尤其是对深层模型更新较少(图 6.4a)。全局能量正则化本质上为零延迟相关目标函数,由于能量最大的震相对全局时差贡献最大,因此,使得来自深部的相对较弱的反射波对反演贡献较小,深部模型更新不明显。

而基于包络正则化目标函数的反射波波形反演却是完全意义下的相位匹配,因此在处理多反射震相数据时,并不会忽略来自深层弱小反射对目标函数的贡献,最终得到了更为精确的深层背景速度(图 6.4b)。明显可以看出,反演结果无论在精度和分辨率上,都要远远好于基于全局能量正则化目标函数的反射波波形反演结果。

然而,如果以常梯度模型作为初始模型,可以发现,包络正则化 RWI 的反演结果也会陷入局部极值,不能正确的恢复模型的背景速度(图 6.5)。这也说明包络正则化 RWI 只能在更新背景速度模型时摆脱对真振幅偏移的依赖,并不能解决跳周问题,需要利用第五章提出的 CRWI 反演得到的速度模型作为初始模型,在此基础上,进一步提高反演的精度和分辨率。从 1.2 千米和 2.4 千米处的速度模型深度剖面中,可以清楚的对比出不同反演方法的结果在精度和分辨率上的差异(图 6.6),两种不依赖于振幅的 RWI 的反演结果,较 CRWI 反演结果在精度上得到了明显提升。

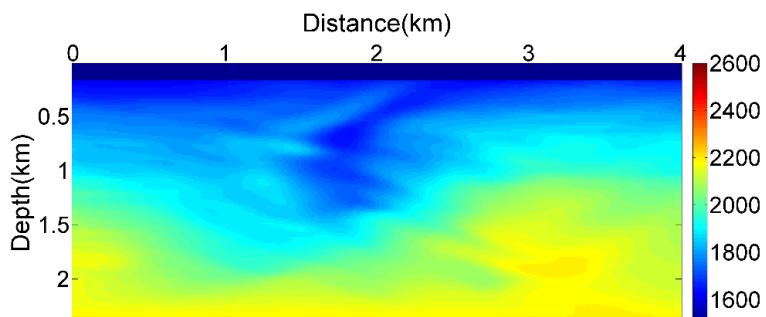


图 6.5 以梯度模型为初始模型的包络正则化 RWI 反演结果

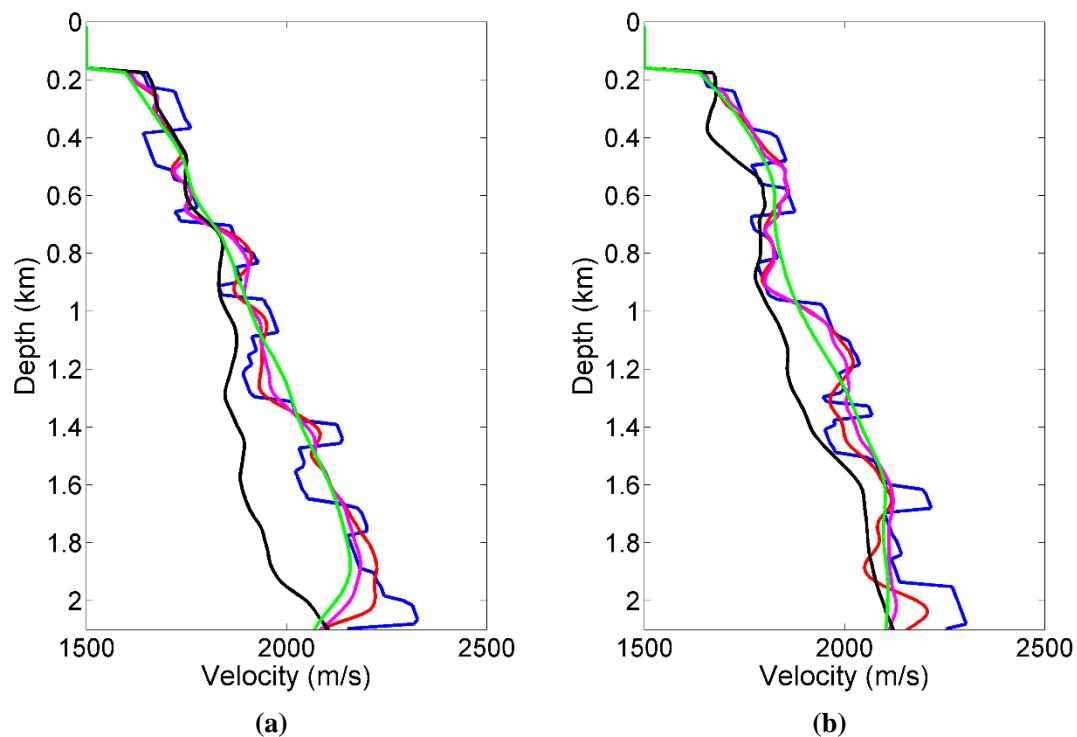


图 6.6 (a)1.2 千米和(b)2.4 千米处的垂向速度剖面  
 真实模型（蓝），CRWI 得到的初始模型（绿），全局能量正则化 RWI 结果（粉），包络正则化 RWI 结果（红），梯度模型为初始模型的包络正则化 RWI 结果（黑）

## 6.4 实际资料应用

利用一套采集于东海的实际地震数据来测试不依赖振幅 RWI 方法的应用效果。完整的二维海洋拖缆数据包含 360 炮，炮间距为 225 米。每炮共有 301 个检波点，检波点间隔为 12.5 米，最大偏移距是 4 千米。反演试验前，该数据经过前期的去噪和去多次波处理。

反演采用的初始模型为第五章的 CRWI 方法得到的光滑模型（图 6.7a），在经过不依赖振幅的包络正则化 RWI 方法对模型进行更新后，最终得到了如图 6.7b 所示的速度模型。同初始模型对比，可以发现，速度模型的分辨率得到了一定的提升，模型的横向连续性变得更好，模型的更新量（图 6.7c）与地下的构造信息基本一致。

由于该区域的构造信息并不复杂，并且采用的偏移方法为高斯束叠前深度偏移，所以，经过不依赖振幅的 RWI 更新模型后，虽然模型的分辨率有所提升，但是对成像的结果改进并不明显，基本与上一章的基于 CRWI 反演结果的成像质量一致。因此，对于不依赖振幅的 RWI 的反演结果，最好采用更高精度的逆时偏移来验证模型更新的有效性。

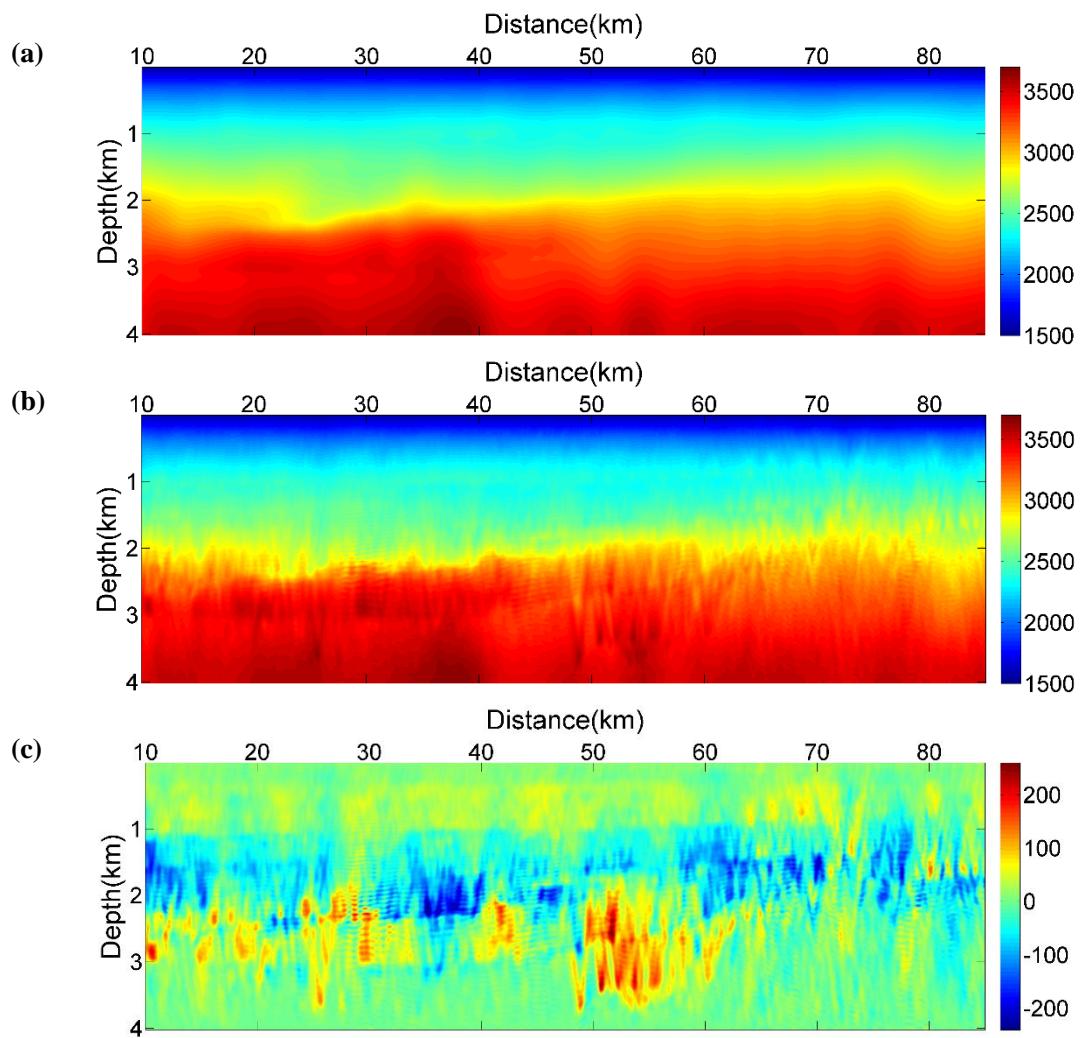
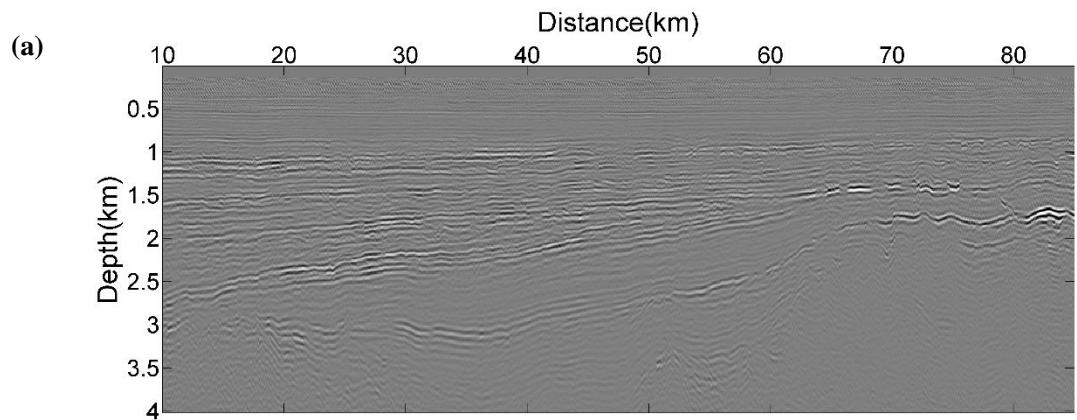


图 6.7 (a)CRWI 模型, (b)不依赖振幅 RWI 结果和(c)模型更新量



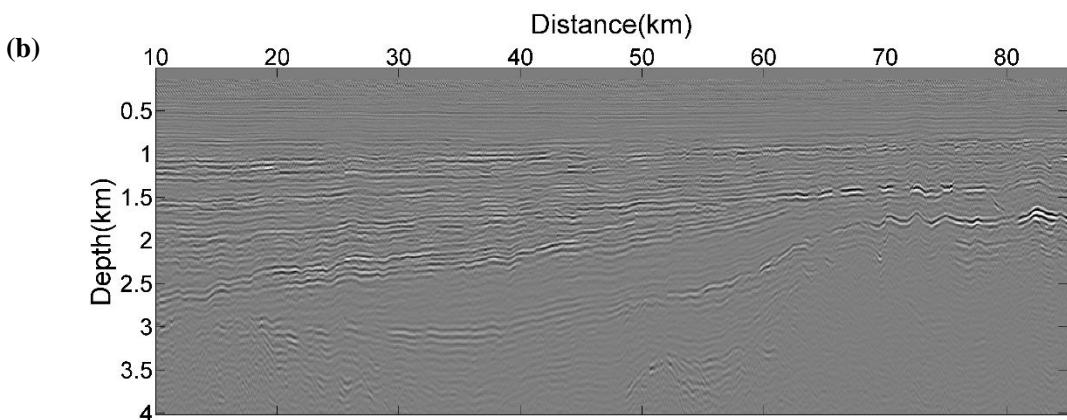


图 6.8 基于(a)CRWI 模型和(b)不依赖振幅的 RWI 反演模型的叠前深度偏移结果

## 6.5 小结

本章提出了两种不依赖振幅的高效的反射波波形反演方法，一种是基于包络正则化目标函数的 RWI 方法，另一种是基于全局能量正则化目标函数的 RWI 方法。两种方法都可以摆脱常规 RWI 对真振幅偏移的强烈依赖，在以 CRWI 反演结果作为初始模型的基础上，都可以利用更多的反射波的相位信息，在保证反演效率的基础上进一步提高了反演的精度和分辨率，数值试验结果证明了本章所提出的两种方法的有效性。

## 第7章 结论与展望

### 7.1 结论

由于地震数据与地下介质物性参数之间的关系过于复杂,因此全波形反演在理论方法上面临着强烈的非线性难题,在实际应用中受到多种因素的限制。论文根据实际地震数据的具体特点,在不同的反演阶段,选择不同的地震数据子集,有针对性地构造非线性程度更低的目标函数,以实现分步骤、分尺度的全波形反演,其中每个步骤的反演都可以称之为基于地震数据子集的全波形反演方法。这是为了满足地震数据和地下参数之间复杂关系的客观要求,也是地震数据处理与解释中的不同阶段不同目标的客观要求。

通过论文的研究,主要得到了以下几点结论和认识:

(1) 对地震记录全部信息的匹配这是地震反演的最高理想,但在不同的反演阶段、面对诸多现实的困难,明智而现实的作法是根据实际情况适当降低反演的标准,不再刻意追求对地震记录全部信息的匹配,而是把对地震数据的部分信息进行匹配看作反演的阶段目标,这也就是基于地震数据子集的波形反演的思路。

(2) 不同数据子集与不同模型参数成分之间的这种复杂关系,决定了不同数据子集具有不同的反演能力,这就要求对它们之间的关系要进行具体分析,从而降低 FWI 的非线性程度。基于地震数据子集的思想和核函数分解的手段,论文着重分析了数据子集和子核函数间的关系和性态,进而得出,当采用伴随状态法时,需将特定的地震数据子集残差沿着特定的子核函数进行反投影,得到模型中的特定的波数成分在特定的空间分布下的更新的认识。

(3) 通过 Hilbert 变换实现地震数据的振幅与相位信息的分离,并基于包络目标函数的波形反演方法为常规的 FWI 提供长波长的速度模型。利用伴随状态法可以有效求解该反问题,与常规 FWI 比,并没有增加额外的计算量。包络信号代表了数据的整体宏观特征并且变化不剧烈,基于包络匹配的目标函数具有更好的凸性,因此该方法不易受跳周现象影响。即使原始地震数据中并不包含低频,通过非线性变换得到的包络数据中会包含丰富的低频信息,进而使得伴随震源包含低频,从而更加有利于背景速度的反演。当初始模型严重偏离真实模型并且数据中缺乏低频信息时,基于包络目标函数的波形反演方法可以为常规 FWI 提供更为精确的初始模型。

(4) 为了解决瞬时相位反演时遇到的严重的相位折叠问题,采用快速而有效的非折叠的瞬时相位计算方法,并利用得到的非折叠的瞬时相位构造 FWI 的目标函数,进而提出了非折叠的瞬时相位 FWI 反演方法,该方法可以用于反演

模型的背景速度。基于 Hilbert 变换，实现振幅和相位信息的非线性混合的分离，既降低了反演的非线性程度，又摆脱了反演对数据振幅信息的敏感性。基于理论信号的分析，得出非折叠的瞬时相位与地震走时之间存在的定量关系。这种关系使得反演更为稳健，非线性程度更低。数值试验证明了这种方法的有效性。

(5) 提出的基于相关目标函数的反射波波形反演方法(CRWI)，可以更新速度模型的低波数成分，避免常规 RWI 的跳周问题。这是由于基于相关目标函数衡量数据的运动学信息差异，因此相比于常规的数据残差目标函数，其非线性程度大大降低。将反射波残差沿着反射波核函数（“兔耳朵”波路径）进行反投影，可以得到中深层模型的背景速度更新量。同时，CRWI 方法对数据的频率成分和振幅信息并不敏感，因此可以在不需要低频信息和全物理模拟的情况下，得到可靠的背景速度反演结果。将 CRWI 和常规 FWI 结合起来，可以很好的恢复模型的低波数和高波数成分。以 CRWI 的反演结果作为初始模型的情况下，可以将常规 FWI 对数据的最小频率限制进一步拓展。

(6) CRWI 的反演结果较为光滑，分辨率不高，但以 CRWI 反演结果作为初始模型，可以摆脱常规 RWI 中跳周问题的困扰。进一步提出的两种不依赖振幅的高效的反射波波形反演方法（基于包络正则化目标函数的 RWI 方法和基于全局能量正则化目标函数的 RWI 方法），可以利用更多的反射波波形中的信息，并摆脱常规 RWI 对真振幅偏移的依赖，相比于常规 RWI 和 CRWI，既保证了反演的效率，又提高了反演的精度。

## 7.2 创新点

本论文的主要创新点有：

(1) 本文提出了基于地震数据子集进行波形反演的思路，并给出了在这种思路下的统一的反演框架。

(2) 在 Bozdağ 等给出包络和瞬时相位核函数的基础上，发展了基于包络目标函数的波形反演方法，当初始模型较差并且数据中缺乏低频信息时，利用包络 FWI 可以为常规 FWI 提供更好的初始模型。并将非折叠的瞬时相位作为 FWI 的输入数据，提出了基于非折叠的瞬时相位 FWI 方法，可有效用于背景速度反演。

(3) 提出了基于相关的反射波波形反演方法，解决了常规 RWI 面临的跳周问题，在低频成分缺失、初始模型较差的情况下，该方法得到可靠的背景速度模型。在此基础上，又提出了基于包络正则化目标函数的不依赖振幅（纯相位匹配的）的反射波波形反演方法，在利用更多的反射波波形信息的同时，有效摆脱了常规 RWI 对真振幅偏移的依赖，在保证反演效率的基础上进一步提高了反演的精度和分辨率。

(4) 将所提出的方法成功应用在我国东海与南海实际地震资料反演中，并取得了较好的应用效果。

### 7.3 不足与展望

通过对基于地震数据子集的波形反演方法研究和对实际应用的思考，作者认为今后还应在以下几方面进行深入研究：

(1) 本文所讨论的核函数分解仅仅考虑了直达波、折射波和一次反射波，但是实际海洋数据中往往包含丰富的多次波，多次波数据提供了更大角度的照明，既可以用来成像也可以用来做速度反演。因此，核函数分解也应该考虑多次波的贡献，进而发展基于多次波数据的速度反演方法。

(2) 本文对如何利用反射波进行背景速度建模进行了大量的研究，但是并没有涉及如何同时利用折射波与反射波进行背景速度反演。因此，今后应将进一步如何折射波核函数与反射波核函数统一起来，进行基于全部观测震相（折射+反射）的背景速度建模。

(3) 基于非折叠的瞬时相位的 FWI 仅仅应用在透射数据中，但是理论上非折叠的瞬时相位可以很好的考虑多震相问题，如何将非折叠的瞬时相位应用在反射波甚至全部震相（折射+反射）中，即实现全相位反演，值得进一步研究。

(4) 在 CRWI 解决跳周问题和不依赖振幅的 RWI 提高反演精度的基础上，是否可以将最小二乘偏移与常规 RWI 更好的有机的结合在一起，进一步提高背景速度的反演精度，同时获得相对准确的模型扰动估计，需要进行深入的研究和探讨。

## 致谢

时光荏苒，距 2006 年 9 月第一次踏入同济校园，转眼间我已在同济大学度过了十个春秋，回想十年的同济求学生涯，我心中满是感慨。

首先，我衷心的感谢我的导师董良国教授多年来对我的指导、关心、鼓励和支持。初识董老师是在本科大三时的地震波理论课程上，董老师对地震波传播理论深入浅出的讲解，对波传播物理现象的绘声绘色描述，对正演和反演问题展示的魔力般的结果，无不都深深的吸引了我。在有幸跟从董老师攻读博士学位后，更加为董老师严谨的求学态度和认真仔细的做事方式所影响着。然而科学研究并不是一帆风顺的，当我对论文迷茫时，董老师以其渊博的学识和敏锐的洞察力为我指明方向。当我的研究停滞不前时，董老师不断的鼓励和一如既往的关怀助我挺过难关。除了学业上，董老师在生活上的无微不至的关怀也使得我少走了很多弯路，特别是他用自己的人生经历给了年少轻狂的我更多的指引。

特别感谢刘玉柱副教授对我的关心和帮助。作为本科阶段的班主任，刘老师一直像兄长一样的指导和帮助我的研究和生活。同时，他也一直用锲而不舍的钻研精神和高效科学的研究方法深深影响着我。

感谢地震组的王华忠教授传授的地震反演成像方面知识，感谢耿建华教授讲解的储层地球物理方面的课程，程玖兵教授在地震各向异性方面的指导，杨锴教授在地震数据处理方面的指导，钟广法教授在地震解释和刘堂宴教授在测井方面的指导。各位老师的悉心指导将使我受益终生，在此对尊敬的各位老师表达我衷心的谢意！

感谢美国加利福尼亚大学圣克鲁兹分校的吴如山教授、沙特阿卜杜拉国王科技大学的 Tariq Alkhalifah 教授和沙特阿美石油公司的骆毅博士对我申请博后职位时的帮助。

感谢美国科罗拉多矿业学院的伍新明博士和沙特阿卜杜拉国王科技大学的伍泽东博士，与你们的讨论使我在科研和未来的发展上都受益匪浅。

感谢赵峦啸讲师在地震岩石物理和储层参数反演等方面对我的指导，与你的讨论使我收获颇丰。

感谢地震组的李晓波博士、王义博士、王毓伟博士、杨积忠博士、黄超博士、孙敏傲博士、冯波博士、李辉博士、刘少勇博士和袁亚楠硕士、朱金平硕士、薛昭硕士、陶继霞硕士对我学习和生活上的帮助。感谢康玮硕士在逆时偏移和层析反演方面的诸多讨论，感谢王腾飞博士在实际地震资料偏移和角度道集提取上的帮助。特别感谢本科和博士阶段一路上，共同奋斗的孙维蔷博士。

最后，感谢我的父母对我的多年养育之恩，是你们一直理解和支持我的每一个选择，才使得我一直拥有前进下去的动力。你们所有的付出，我会牢记于心，努力前行，谨以此文送给你们。

迟本鑫

二〇一六年六月于同济大学

## 附录 A 包络 FWI 伴随震源与梯度推导

基于  $L_2$  范数的包络残差目标函数的反演方法比较的是模拟和观测数据的包络差异，其目标函数为

$$J_{e1}(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \sum_{s,r} \int_0^T [E(t) - E_0(t)]^2 dt, \quad (\text{A1})$$

其中， $E(t)$  是  $u(t)$  的包络，定义为  $E(t) = \sqrt{u^2(t) + \tilde{u}^2(t)}$ ，而  $\tilde{u}(t)$  是  $u(t)$  的 Hilbert 变换。模拟数据  $u(t)$  满足波动方程

$$\left( \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) u(t) = f(t), \quad (\text{A2})$$

目标函数 (A1) 对模型参数的导数为

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{e1}}{\partial \mathbf{m}} &= \sum_{s,r} \int_0^T [E(t) - E_0(t)] \frac{\partial E(t)}{\partial \mathbf{m}} dt \\ &= \sum_{s,r} \int_0^T [E(t) - E_0(t)] \frac{\partial \sqrt{u^2(t) + \tilde{u}^2(t)}}{\partial \mathbf{m}} dt \\ &= \sum_{s,r} \int_0^T \frac{E(t) - E_0(t)}{E(t)} \left[ \frac{u(t) \partial u(t)}{\partial \mathbf{m}} + \frac{\tilde{u}(t) \partial \tilde{u}(t)}{\partial \mathbf{m}} \right] dt \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

由于存在以下关系(Bozdağ et al., 2011):

$$\int_0^T g(t) \delta \tilde{u}(t) dt = - \int_0^T H\{g(t)\} \delta u(t) dt, \quad (\text{A4})$$

其中  $H\{\cdot\}$  为 Hilbert 变换。因此梯度可以表达为，

$$\frac{\partial J_{e1}}{\partial \mathbf{m}} = \sum_{s,r} \int_0^T \left[ \frac{E(t) - E_0(t)}{E(t)} u(t) - H \left\{ \frac{E(t) - E_0(t)}{E(t)} \tilde{u}(t) \right\} \right] \frac{\partial u(t)}{\partial \mathbf{m}} dt. \quad (\text{A5})$$

定义伴随震源为

$$f_s(t) = \frac{E(t) - E_0(t)}{E(t)} u(t) - H \left\{ \frac{E(t) - E_0(t)}{E(t)} \tilde{u}(t) \right\}. \quad (\text{A6})$$

同理，基于  $L_2$  范数的包络平方残差目标函数的伴随震源为

$$f_{s2}(t) = u(t) \{E^2(t) - E_0^2(t)\} - H \{[E^2(t) - E_0^2(t)] \tilde{u}(t)\}, \quad (\text{A7})$$

对于  $L_2$  范数的包络对数残差目标函数

$$f_{s3}(t) = - \left[ \ln \frac{E_0(t)}{E(t)} \right] \frac{u(t)}{E^2(t)} + H \left\{ \left[ \ln \frac{E_0(t)}{E(t)} \right] \frac{\tilde{u}(t)}{E^2(t)} \right\}. \quad (\text{A8})$$

利用伴随状态法求取  $\frac{\partial u(t)}{\partial \mathbf{m}}$ , 三种目标函数的梯度都可以表达为

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{m}} = \sum_s \sum_r \int dt \frac{1}{v^3(\mathbf{x})} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} u_s(\mathbf{x}, t), \quad (\text{A9})$$

其中伴随波场  $u_s(\mathbf{x}, t)$  满足伴随方程

$$\left( \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right)^* u_s(t) = f_s(t). \quad (\text{A10})$$

## 附录 B 瞬时相位 FWI 伴随震源与梯度推导

瞬时相位 FWI 比较的是模拟和观测数据的瞬时相位，其目标函数为

$$E_\varphi(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \sum_{s,g} \int_t [\varphi(t) - \varphi_0(t)]^2 dt, \quad (\text{B1})$$

其中  $\varphi(t)$  是模拟数据  $u(t)$  的瞬时相位，定义为  $\varphi(t) = \arctan \frac{\tilde{u}(t)}{u(t)}$ ，而  $\tilde{u}(t)$  是  $u(t)$  的 Hilbert 变换。模拟数据  $u(t)$  满足波动方程

$$\left( \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) u(t) = f(t), \quad (\text{B2})$$

目标函数 (B1) 对模型参数的导数为

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_\varphi}{\partial \mathbf{m}} &= \sum_{s,r} \int_0^T [\varphi(t) - \varphi_0(t)] \frac{\partial \varphi(t)}{\partial \mathbf{m}} dt \\ &= \sum_{s,r} \int_0^T [\varphi(t) - \varphi_0(t)] \frac{\partial \arctan \frac{\tilde{u}(t)}{u(t)}}{\partial \mathbf{m}} dt \\ &= \sum_{s,r} \int_0^T [\varphi(t) - \varphi_0(t)] \frac{1}{1 + \left( \frac{\tilde{u}(t)}{u(t)} \right)^2} \frac{\partial \frac{\tilde{u}(t)}{u(t)}}{\partial \mathbf{m}} dt, \\ &= \sum_{s,r} \int_0^T [\varphi(t) - \varphi_0(t)] \frac{1}{E^2(t)} \left[ \frac{\partial \tilde{u}(t)}{\partial \mathbf{m}} u(t) - \frac{\partial u(t)}{\partial \mathbf{m}} \tilde{u}(t) \right] dt \end{aligned} \quad (\text{B3})$$

由于存在以下关系 (Bozdağ et al., 2011):

$$\int_0^T g(t) \delta \tilde{u}(t) dt = - \int_0^T H\{g(t)\} \delta u(t) dt, \quad (\text{B4})$$

其中  $H\{\}$  为 Hilbert 变换。因此梯度可以表达为，

$$\frac{\partial J_\varphi}{\partial \mathbf{m}} = - \sum_{s,r} \int_0^T \left[ H \left\{ [\varphi(t) - \varphi_0(t)] \frac{u(t)}{E^2(t)} \right\} + [\varphi(t) - \varphi_0(t)] \frac{\tilde{u}(t)}{E^2(t)} \right] \frac{\partial u(t)}{\partial \mathbf{m}} dt. \quad (\text{B5})$$

定义伴随震源为

$$f_s(t) = - \left[ H \left\{ [\varphi(t) - \varphi_0(t)] \frac{u(t)}{E^2(t)} \right\} + [\varphi(t) - \varphi_0(t)] \frac{\tilde{u}(t)}{E^2(t)} \right]. \quad (\text{B6})$$

利用伴随状态法求取  $\frac{\partial u(t)}{\partial \mathbf{m}}$ ，目标函数的梯度都可以表达为

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{m}} = \sum_s \sum_r \int dt \frac{1}{v^3(\mathbf{x})} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} u_s(\mathbf{x}, t), \quad (\text{B7})$$

其中伴随波场  $u_s(\mathbf{x}, t)$  满足伴随方程

$$\left( \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right)^* u_s(t) = f_s(t). \quad (\text{B8})$$

## 附录 C 基于相关目标函数的 RWI 伴随震源与梯度推导

对于 CRWI 中时间上的相关函数

$$J_t = \frac{1}{2} \sum_{s,g} \|\Delta\tau\|^2, \quad (C1)$$

目标函数 (C1) 对模型参数的导数为

$$\frac{\partial J_t}{\partial \mathbf{m}} = \sum_{s,r} \int_0^T [\Delta\tau] \frac{\partial \Delta\tau}{\partial \mathbf{m}} dt. \quad (C2)$$

由于时间上的相关函数取得极值时的时移量  $\Delta\tau$  与模型参数间  $\mathbf{m}$  并不存在显示的联系，需要借助链接函数(Luo and Schuster, 1991)来推导梯度的表达式。在时间上的相关函数取得最大值时

$$C_t(\Delta\tau, h) = \max \{C_t(\tau, h) | \tau \in [-T, T]\}. \quad (C3)$$

其中， $T$  是计算相关函数时所取的最大时移量。链接函数定义为

$$\dot{C}_{\Delta\tau} = \left. \frac{\partial C_t}{\partial \tau} \right|_{\Delta\tau} = \int \dot{d}_{obs}(t + \Delta\tau, h) d_{cal}(t, h) dt. \quad (C4)$$

其中， $\cdot$  符号表示时间一阶导数。借助此链接函数，梯度的表达式可转换为

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_t}{\partial \mathbf{m}} &= \sum_{s,r} \int_0^T [\Delta\tau] \frac{\partial \dot{C}_{\Delta\tau}}{\partial \mathbf{m}} / \frac{\partial \dot{C}_{\Delta\tau}}{\partial \Delta\tau} dt \\ &= \sum_{s,r} \int_0^T [\Delta\tau] \frac{\partial \dot{C}_{\Delta\tau}}{\partial u} / \frac{\partial \dot{C}_{\Delta\tau}}{\partial \Delta\tau} \cdot \frac{\partial u}{\partial \mathbf{m}} dt \\ &= \sum_{s,r} \int_0^T [\Delta\tau] \frac{\dot{d}_{obs}(t + \Delta\tau, h)}{\int \ddot{d}_{obs}(t + \Delta\tau, h) d_{cal}(t, h) dt} \frac{\partial u}{\partial \mathbf{m}} dt \end{aligned} \quad (C5)$$

因此，伴随震源为

$$g_t(t) = \Delta\tau \frac{\dot{d}_{obs}(t + \Delta\tau, h)}{\int \ddot{d}_{obs}(t + \Delta\tau, h) d_{cal}(t, h) dt}. \quad (C6)$$

求取  $\frac{\partial u(t)}{\partial \mathbf{m}}$  时，利用伴随状态法将伴随震源沿核函数分解得到的“兔耳朵”反射波波路径进行反投影即可得到

$$\nabla J_t = \frac{\partial J_t}{\partial \mathbf{m}} = \sum_{s,g} \int_t f(t) * K_{ref} * g_t(t) dt, \quad (C7)$$

其中，反射波波路径  $K_{ref}$  定义为

$$K_{ref} = \frac{1}{v^3(\mathbf{x})} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ G^0(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s) G^s(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}) + G^s(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s) G^0(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}) \right]. \quad (\text{C8})$$

在 Born 近似假设下，散射场满足

$$\begin{aligned} G^s(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s) &= \int d\mathbf{x}' G^0(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}') * \Delta v(\mathbf{x}') G^0(\mathbf{x}', t; \mathbf{x}_s) \\ G^s(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}) &= \int d\mathbf{x}' G^0(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}') * \Delta v(\mathbf{x}') G^0(\mathbf{x}', t; \mathbf{x}) \end{aligned} \quad (\text{C9})$$

其中，模型的高波数扰动  $\Delta v(\mathbf{x})$  用逆时偏移成像结果  $I(\mathbf{x})$  代替。

类似的，空间上的目标函数的伴随震源为

$$g_h(t) = \Delta \lambda \frac{\dot{d}_{obs}(t, h + \Delta \lambda)}{\int \ddot{d}_{obs}(t, h + \Delta \lambda) d_{cal}(t, h) dh}, \quad (\text{C10})$$

相应的梯度为

$$\nabla J_h = \frac{\partial J_h}{\partial \mathbf{m}} = \sum_{s,g} \int_t f(t) * K_{ref} * g_h(t) dt. \quad (\text{C11})$$

## 附录 D 不依赖振幅 RWI 伴随震源与梯度推导

对于全局能量正则化目标函数：

$$E_1(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \sum_{ns} \sum_{nr} \int \left[ \frac{u(t)}{\|\mathbf{u}\|} - \frac{d(t)}{\|\mathbf{d}\|} \right]^2 dt. \quad (\text{D1})$$

其中， $\|\mathbf{u}\|$  和  $\|\mathbf{d}\|$  为能量正则化因子，满足

$$\|\mathbf{u}\| = \sqrt{\int [u(t)]^2 dt} \quad \|\mathbf{d}\| = \sqrt{\int [d(t)]^2 dt}. \quad (\text{D2})$$

由于目标函数 (D1) 等价于

$$E_1(\mathbf{m}) = \sum_{ns} \sum_{nr} \left[ 1 - \int \frac{u(t)}{\|\mathbf{u}\|} \frac{d(t)}{\|\mathbf{d}\|} dt \right]. \quad (\text{D3})$$

因此，目标函数对模型的梯度为：

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_1}{\partial \mathbf{m}} &= \sum_{ns} \sum_{nr} \int \left[ \frac{u(t)}{\|\mathbf{u}\|} - \frac{d(t)}{\|\mathbf{d}\|} \right] \frac{\partial \left[ \frac{u(t)}{\|\mathbf{u}\|} \right]}{\partial \mathbf{m}} dt \\ &= \sum_{ns} \sum_{nr} \int \left[ \frac{u(t)}{\|\mathbf{u}\|} - \frac{d(t)}{\|\mathbf{d}\|} \right] \frac{\left[ \frac{\partial u(t)}{\partial \mathbf{m}} \|\mathbf{u}\| - u(t) \frac{\partial \|\mathbf{u}\|}{\partial \mathbf{m}} \right]}{\|\mathbf{u}\|^2} dt \\ &= \sum_{ns} \sum_{nr} \int \left[ \frac{u(t)}{\|\mathbf{u}\|} - \frac{d(t)}{\|\mathbf{d}\|} \right] \frac{1}{\|\mathbf{u}\|} \frac{\partial u(t)}{\partial \mathbf{m}} dt - \int \left[ \frac{u(t)}{\|\mathbf{u}\|} - \frac{d(t)}{\|\mathbf{d}\|} \right] \frac{u(t)}{\|\mathbf{u}\|^2} dt \frac{\partial \|\mathbf{u}\|}{\partial \mathbf{m}} . \quad (\text{D4}) \\ &= \sum_{ns} \sum_{nr} \int \left\{ \left[ \frac{u(t)}{\|\mathbf{u}\|} - \frac{d(t)}{\|\mathbf{d}\|} \right] \frac{1}{\|\mathbf{u}\|} - \int \left[ \frac{u(t)}{\|\mathbf{u}\|} - \frac{d(t)}{\|\mathbf{d}\|} \right] \frac{u(t)}{\|\mathbf{u}\|^2} dt \frac{u(t)}{\|\mathbf{u}\|} \right\} \frac{\partial u(t)}{\partial \mathbf{m}} dt \\ &= \sum_{ns} \sum_{nr} \int \left\{ \left[ \frac{u(t)}{\|\mathbf{u}\|} - \frac{d(t)}{\|\mathbf{d}\|} \right] \frac{1}{\|\mathbf{u}\|} - \frac{u(t)}{\|\mathbf{u}\|^2} + \int \frac{u(t)d(t)}{\|\mathbf{u}\|\|\mathbf{d}\|} dt \frac{u(t)}{\|\mathbf{u}\|^2} \right\} \frac{\partial u(t)}{\partial \mathbf{m}} dt \\ &= \sum_{ns} \sum_{nr} \int \left\{ \int \frac{u(t)d(t)}{\|\mathbf{u}\|\|\mathbf{d}\|} dt \frac{u(t)}{\|\mathbf{u}\|^2} - \frac{d(t)}{\|\mathbf{u}\|\|\mathbf{d}\|} \right\} \frac{\partial u(t)}{\partial \mathbf{m}} dt \end{aligned}$$

因此，伴随震源为

$$g_1(t) = \frac{u(t)}{\|\mathbf{u}\|^2} \int \frac{u(t)d(t)}{\|\mathbf{u}\|\|\mathbf{d}\|} dt - \frac{d(t)}{\|\mathbf{u}\|\|\mathbf{d}\|}. \quad (\text{D5})$$

而对于包络正则化目标函数：

$$E_2(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \sum_{ns} \sum_{nr} \int \left[ \frac{u(t)}{E_u(t)} - \frac{d(t)}{E_d(t)} \right]^2 dt, \quad (\text{D6})$$

其梯度为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_2}{\partial \mathbf{m}} &= \sum_{ns} \sum_{nr} \int \left[ \frac{u(t)}{E_u(t)} - \frac{d(t)}{E_d(t)} \right] \frac{\partial}{\partial \mathbf{m}} \frac{u(t)}{E_u(t)} dt \\ &= \sum_{ns} \sum_{nr} \int \left[ \frac{u(t)}{E_u(t)} - \frac{d(t)}{E_d(t)} \right] \frac{\frac{\partial u(t)}{\partial \mathbf{m}} E_u(t) - \frac{\partial E_u(t)}{\partial \mathbf{m}} u(t)}{E_u^2(t)} dt, \quad (\text{D7}) \\ &= \sum_{ns} \sum_{nr} \int \left[ \frac{u(t)}{E_u(t)} - \frac{d(t)}{E_d(t)} \right] \frac{\frac{\partial u(t)}{\partial \mathbf{m}} E_u^2(t) - \left[ u^2(t) \frac{\partial u(t)}{\partial \mathbf{m}} + u(t) \tilde{u}(t) \frac{\partial \tilde{u}(t)}{\partial \mathbf{m}} \right]}{E_u^3(t)} dt \end{aligned}$$

由于存在以下关系(Bozdağ et al., 2011):

$$\int_0^T g(t) \delta \tilde{u}(t) dt = - \int_0^T H\{g(t)\} \delta u(t) dt, \quad (\text{D8})$$

所以(D7)式可变为

$$\frac{\partial E_2}{\partial \mathbf{m}} = \sum_{ns} \sum_{nr} \int \left\{ \left[ \frac{u(t)}{E_u(t)} - \frac{d(t)}{E_d(t)} \right] \frac{E_u^2(t) - u^2(t)}{E_u^3(t)} + H \left\{ \left[ \frac{u(t)}{E_u(t)} - \frac{d(t)}{E_d(t)} \right] \frac{u(t) \tilde{u}(t)}{E_u^3(t)} \right\} \right\} \frac{\partial u(t)}{\partial \mathbf{m}} dt, \quad (\text{D9})$$

其伴随震源为:

$$g_2(t) = \left( \frac{u(t)}{E_u(t)} - \frac{d(t)}{E_d(t)} \right) \left( \frac{1}{E_u(t)} - \frac{u(t)^2}{E_u^3(t)} \right) + H \left\{ \left( \frac{u(t)}{E_u(t)} - \frac{d(t)}{E_d(t)} \right) \left( \frac{u(t) \tilde{u}(t)}{E_u^3(t)} \right) \right\}. \quad (\text{D10})$$

## 参考文献

- [1] Al-Yahya, K., 1989. Velocity analysis by iterative profile migration. *Geophysics* 54, 718-729.
- [2] Alkhalifah, T., 2015. Scattering-angle based filtering of the waveform inversion gradients. *Geophysical Journal International* 200, 363-373.
- [3] Alkhalifah, T., 2016. Full-model wavenumber inversion: An emphasis on the appropriate wavenumber continuation. *Geophysics* 81, R89-R98.
- [4] Alkhalifah, T., Wu, Z., 2016. The natural combination of full and image - based waveform inversion. *Geophysical Prospecting* 64, 19-30.
- [5] Bae, H.S., Pyun, S., Shin, C., et al., 2012. Laplace - domain waveform inversion versus refraction - traveltimes tomography. *Geophysical Journal International* 190, 595-606.
- [6] Baeten, G., de Maag, J.W., Plessix, R.-E., et al., 2013. The use of low frequencies in a full-waveform inversion and impedance inversion land seismic case study. *Geophysical Prospecting* 61, 701-711.
- [7] Billette, F., Lambaré G., 1998. Velocity macro-model estimation from seismic reflection data by stereotomography. *Geophysical Journal International* 135, 671-690.
- [8] Bishop, T., Bube, K., Cutler, R., et al., 1985. Tomographic determination of velocity and depth in laterally varying media. *Geophysics* 50, 903-923.
- [9] Borisov, D., Singh, S.C., 2015. Three-dimensional elastic full waveform inversion in a marine environment using multicomponent ocean-bottom cables: a synthetic study. *Geophysical Journal International* 201, 1215-1234.
- [10] Bozdağ, E., Trampert, J., Tromp, J., 2011. Misfit functions for full waveform inversion based on instantaneous phase and envelope measurements. *Geophysical Journal International* 185, 845-870.
- [11] Brenders, A., Pratt, R., 2007. Full waveform tomography for lithospheric imaging: results from a blind test in a realistic crustal model. *Geophysical Journal International* 168, 133-151.
- [12] Brossier, R., Operto, S., Virieux, J., 2009. Seismic imaging of complex onshore structures by 2D elastic frequency-domain full-waveform inversion. *Geophysics* 74, WCC105-WCC118.
- [13] Brossier, R., Operto, S., Virieux, J., 2010. Which data residual norm for robust elastic frequency-domain full waveform inversion? *Geophysics* 75, R37-R46.
- [14] Brossier, R., Operto, S., Virieux, J., 2015. Velocity model building from seismic reflection data by full - waveform inversion. *Geophysical Prospecting* 63, 354-367.
- [15] Bube, K.P., Nemeth, T., 2007. Fast line searches for the robust solution of linear systems in the hybrid  $\ell^1/\ell^2$  and Huber norms. *Geophysics* 72, A13-A17.
- [16] Bunks, C., Saleck, F.M., Zaleski, S., et al., 1995. Multiscale seismic waveform inversion. *Geophysics* 60, 1457-1473.
- [17] Chauris, H., Donno, D., Calandra, H., 2012. Velocity estimation with the normalized integration method, 74th EAGE Conference and Exhibition incorporating EUROPEC 2012.

- [18] Chavent, G., Clément, F., Gómez, S., 1994. Automatic determination of velocities via migration-based traveltime waveform inversion: A synthetic data example. SEG Technical Program Expanded Abstracts 1994, 1179-1182.
- [19] Chen, P., Zhao, L., Jordan, T.H., 2007. Full 3D tomography for the crustal structure of the Los Angeles region. Bulletin of the Seismological Society of America 97, 1094-1120.
- [20] Chi, B., Dong, L., Liu, Y., 2013. Full waveform inversion based on envelope objective function: 75th EAGE Conference & Exhibition.
- [21] Chi, B., Dong, L., Liu, Y., 2014. Full waveform inversion method using envelope objective function without low frequency data. Journal of Applied Geophysics, 109, 36-46.
- [22] Chi, B., Dong, L., Liu, Y., 2015. Correlation-based reflection full-waveform inversion. Geophysics 80, R189-R202.
- [23] Choi, Y., Alkhalifah, T., 2012. Application of multi - source waveform inversion to marine streamer data using the global correlation norm. Geophysical Prospecting 60, 748-758.
- [24] Choi, Y., Alkhalifah, T., 2013. Frequency-domain waveform inversion using the phase derivative. Geophysical Journal International 195, 1904-1916.
- [25] Clément, F., Chavent, G., Gómez, S., 2001. Migration-based traveltime waveform inversion of 2-D simple structures: A synthetic example. Geophysics 66, 845-860.
- [26] Claerbout, J.F., 1985. Imaging the earth's interior.
- [27] Dahlen, F., Hung, S.-H., Nolet, G., 2000. Fréchet kernels for finite-frequency traveltimes—I. Theory. Geophysical Journal International 141, 157-174.
- [28] Dai, W., Huang, Y., Schuster, G.T., 2013. Least-squares reverse time migration of marine data with frequency-selection encoding. Geophysics 78, S233-S242.
- [29] Dai, W., Schuster, G.T., 2013. Plane-wave least-squares reverse-time migration. Geophysics 78, S165-S177.
- [30] Donno, D., Chauris, H., Calandra, H., 2013. Estimating the background velocity model with the normalized integration method, Eur. Ass. of Geoscientists and Engineers, p. Th 07 04.
- [31] Dutta, G., Schuster, G.T., 2014. Attenuation compensation for least-squares reverse time migration using the viscoacoustic-wave equation. Geophysics 79, S251-S262.
- [32] Fichtner, A., Kennett, B.L., Igel, H., et al., 2008. Theoretical background for continental and global scale full-waveform inversion in the time–frequency domain. Geophysical Journal International 175, 665-685.
- [33] Fichtner, A., Kennett, B.L., Igel, H., et al., 2010. Full waveform tomography for radially anisotropic structure: new insights into present and past states of the Australasian upper mantle. Earth and Planetary Science Letters 290, 270-280.
- [34] Gauthier, O., Virieux, J., Tarantola, A., 1986. Two-dimensional nonlinear inversion of seismic waveforms: Numerical results. Geophysics 51, 1387-1403.
- [35] Guitton, A., Symes, W.W., 2003. Robust inversion of seismic data using the Huber norm. Geophysics 68, 1310-1319.
- [36] Hardy, P., 2013. Ongoing R&D in ray based tomography: Well worth the effort, SEG Technical Program Expanded Abstracts 2013, pp. 4806-4810.
- [37] Hu, W., 2014. FWI without low frequency data - beat tone inversion, SEG Technical Program Expanded Abstracts 2014. pp. 1116-1120.

- [38] Huang, C., Dong, L.-G., Chi, B.-X., 2015. Elastic envelope inversion using multi-component seismic data with filtered-out low frequencies. *Applied Geophysics* 12, 362-377.
- [39] Jannane, M., Beydoun, W., Crase, E., et al., 1989. Wavelengths of earth structures that can be resolved from seismic reflection data. *Geophysics* 54, 906-910.
- [40] Lailly, P., 1983. The seismic inverse problem as a sequence of before stack migrations, Conference on inverse scattering: theory and application. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, pp. 206-220.
- [41] Liu, F., Zhang, G., Morton, S.A., et al., 2011. An effective imaging condition for reverse-time migration using wavefield decomposition. *Geophysics* 76, S29-S39.
- [42] Liu, J., Chauris, H., Calandra, H., 2012. The Normalized Integration Method-An Alternative to Full Waveform Inversion?, 25th Symposium on the Application of Geophysics to Engineering & Environmental Problems.
- [43] Liu, Y., Dong, L., Wang, Y., et al., 2009. Sensitivity kernels for seismic Fresnel volume tomography. *Geophysics* 74, U35-U46.
- [44] Liu, Y., Yang, J., Chi, B., et al., 2015. An improved scattering-integral approach for frequency-domain full waveform inversion. *Geophysical Journal International* 202, 1827-1842.
- [45] Luo, J., Wu, R.S., 2015. Seismic envelope inversion: reduction of local minima and noise resistance. *Geophysical Prospecting* 63, 597-614.
- [46] Luo, S., Hale, D., 2014. Least-squares migration in the presence of velocity errors. *Geophysics* 79, S153-S161.
- [47] Luo, Y., Schuster, G.T., 1991. Wave-equation traveltime inversion. *Geophysics* 56, 645-653.
- [48] Luo, Y., Yue, M., Yan, W., et al., 2016. Full travelttime inversion. *Geophysics*, in press.
- [49] Ma, Y., Hale, D., 2013. Wave-equation reflection travelttime inversion with dynamic warping and full-waveform inversion. *Geophysics* 78, R223-R233.
- [50] Montelli, R., Nolet, G., Dahlen, F., et al., 2004. Finite-frequency tomography reveals a variety of plumes in the mantle. *Science* 303, 338-343.
- [51] Mora, P., 1989. Inversion= migration+ tomography. *Geophysics* 54, 1575-1586.
- [52] Mulder, W., Plessix, R.E., 2008. Exploring some issues in acoustic full waveform inversion. *Geophysical Prospecting* 56, 827-841.
- [53] Nolet, G., 1987. Seismic wave propagation and seismic tomography, Seismic tomography. Springer, pp. 1-23.
- [54] Nolet, G., 2008. A breviary of seismic tomography. Imaging the Interior.
- [55] Operto, S., Miniussi, A., Brossier, R., et al., 2015. Efficient 3-D frequency-domain mono-parameter full-waveform inversion of ocean-bottom cable data: application to Valhall in the visco-acoustic vertical transverse isotropic approximation. *Geophysical Journal International* 202, 1362-1391.
- [56] Operto, S., Virieux, J., Dessa, J.X., et al., 2006. Crustal seismic imaging from multifold ocean bottom seismometer data by frequency domain full waveform tomography: Application to the eastern Nankai trough. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 111.
- [57] Peter, D., Komatsitsch, D., Luo, Y., et al., 2011. Forward and adjoint simulations of seismic wave propagation on fully unstructured hexahedral meshes. *Geophysical Journal International*

- International 186, 721-739.
- [58] Plessix, R.-E., 2006. A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications. *Geophysical Journal International* 167, 495-503.
- [59] Plessix, R.-E., Perkins, C., 2010. Thematic Set: Full waveform inversion of a deep water ocean bottom seismometer dataset. *First Break* 28, 71-78.
- [60] Poggiagliolmi, E., Vesnauer, A., 2014. Instantaneous phase and frequency derived without user-defined parameters. *Geophysical Journal International* 199, 1544-1553.
- [61] Pratt, R.G., Goultby, N.R., 1991. Combining wave-equation imaging with travelttime tomography to form high-resolution images from crosshole data. *Geophysics* 56, 208-224.
- [62] Pratt, R.G., Shin, C., Hick, G., 1998. Gauss–Newton and full Newton methods in frequency–space seismic waveform inversion. *Geophysical Journal International* 133, 341-362.
- [63] Qin, F., Fei, T.W., Luo, Y., 2013. Velocity model building from waveform tomography of band limited reflection seismic data, 2013 SEG Annual Meeting. Society of Exploration Geophysicists.
- [64] Ravaut, C., Operto, S., Imrota, L., et al., 2004. Multiscale imaging of complex structures from multifold wide-aperture seismic data by frequency-domain full-waveform tomography: application to a thrust belt. *Geophysical Journal International* 159, 1032-1056.
- [65] Sava, P., Biondi, B., 2004. Wave - equation migration velocity analysis. I. Theory. *Geophysical Prospecting* 52, 593-606.
- [66] Sears, T.J., Singh, S., Barton, P., 2008. Elastic full waveform inversion of multi - component OBC seismic data. *Geophysical Prospecting* 56, 843-862.
- [67] Shen, P., Symes, W.W., 2008. Automatic velocity analysis via shot profile migration. *Geophysics* 73, VE49-VE59.
- [68] Sheng, J., Leeds, A., Buddensiek, M., et al., 2006. Early arrival waveform tomography on near-surface refraction data. *Geophysics* 71, U47-U57.
- [69] Shin, C., Cha, Y.H., 2008. Waveform inversion in the Laplace domain. *Geophysical Journal International* 173, 922-931.
- [70] Shin, C., Cha, Y.H., 2009. Waveform inversion in the Laplace—Fourier domain. *Geophysical Journal International* 177, 1067-1079.
- [71] Shin, C., Min, D.-J., 2006. Waveform inversion using a logarithmic wavefield. *Geophysics* 71, R31-R42.
- [72] Shipp, R.M., Singh, S.C., 2002. Two - dimensional full wavefield inversion of wide - aperture marine seismic streamer data. *Geophysical Journal International* 151, 325-344.
- [73] Singh, S., West, G., Bregman, N., et al., 1989. Full waveform inversion of reflection data. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 94, 1777-1794.
- [74] Sirgue, L., Barkved, O., Dellinger, J., et al., 2010. Thematic set: Full waveform inversion: The next leap forward in imaging at Valhall. *First Break* 28, 65-70.
- [75] Sirgue, L., Etgen, J., Albertin, U., 2008. 3D frequency domain waveform inversion using time domain finite difference methods, 70th EAGE Conference and Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2008.
- [76] Sirgue, L., Pratt, R.G., 2004. Efficient waveform inversion and imaging: A strategy for

- selecting temporal frequencies. *Geophysics* 69, 231-248.
- [77] Stork, C., 1992. Reflection tomography in the postmigrated domain. *Geophysics* 57, 680-692.
- [78] Symes, W.W., 2008. Migration velocity analysis and waveform inversion. *Geophysical prospecting* 56, 765-790.
- [79] Tang, Y., Lee, S., Baumstein, A., et al., 2013. Tomographically enhanced full wavefield inversion, SEG Technical Program Expanded Abstracts 2013, pp. 1037-1041.
- [80] Tape, C., Liu, Q., Maggi, A., et al., 2010. Seismic tomography of the southern California crust based on spectral-element and adjoint methods. *Geophysical Journal International* 180, 433-462.
- [81] Tarantola, A., 1984. Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation. *Geophysics* 49, 1259-1266.
- [82] Tromp, J., Tape, C., Liu, Q., 2005. Seismic tomography, adjoint methods, time reversal and banana-doughnut kernels. *Geophysical Journal International* 160, 195-216.
- [83] Vigh, D., Jiao, K., Watts, D., et al., 2014. Elastic full-waveform inversion application using multicomponent measurements of seismic data collection. *Geophysics* 79, R63-R77.
- [84] Virieux, J., Operto, S., 2009. An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics. *Geophysics* 74, WCC1-WCC26.
- [85] Wang, F., Chauris, H., Donno, D., et al., 2013a. Taking Advantage of Wave Field Decomposition in Full Waveform Inversion, 75th EAGE Conference & Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2013.
- [86] Wang, S., Chen, F., Zhang, H., et al., 2013b. Reflection-based full waveform inversion (RFWI) in the frequency domain, SEG Technical Program Expanded Abstracts 2013, pp. 877-881.
- [87] Wang, Y., Rao, Y., 2009. Reflection seismic waveform tomography. *Journal of Geophysical research* 114, B03304.
- [88] Warner, M., Ratcliffe, A., Nangoo, T., et al., 2013. Anisotropic 3D full-waveform inversion. *Geophysics* 78, R59-R80.
- [89] Woodward, M.J., 1992. Wave-equation tomography. *Geophysics* 57, 15-26.
- [90] Woodward, M.J., Nichols, D., Zdraveva, O., et al., 2008. A decade of tomography. *Geophysics* 73, VE5-VE11.
- [91] Wu, R.-S., Luo, J., Wu, B., 2014. Seismic envelope inversion and modulation signal model. *Geophysics* 79, WA13-WA24.
- [92] Wu, Z., Alkhalifah, T., 2014. Spectral implementation of full waveform inversion based on reflections, 76th EAGE Conference and Exhibition 2014.
- [93] Xu, S., Wang, D., Chen, F., et al., 2012a. Inversion on Reflected Seismic Wave, SEG Technical Program Expanded Abstracts 2012, pp. 1-7.
- [94] Xu, S., Wang, D., Chen, F., et al., 2012b. Full waveform inversion for reflected seismic data, 74th EAGE Conference & Exhibition.
- [95] Yang, T., Shragge, J., Sava, P., 2013. Illumination compensation for image-domain wavefield tomography. *Geophysics* 78, U65-U76.
- [96] Yao, G., Warner, M., 2015. Bootstrapped Waveform Inversion: Long-wavelength Velocities

- from Pure Reflection Data, 77th EAGE Conference and Exhibition 2015.
- [97] Yao, G., Warner, M., Silverton, A., 2014. Reflection FWI for both reflectivity and background velocity, 76th EAGE Conference and Exhibition 2014.
- [98] Yu, H., Huang, Y., 2014. Frequency-wavenumber domain phase inversion along reflection wavepaths. *Journal of Applied Geophysics* 111, 14-20.
- [99] Zhang, S., Schuster, G., Luo, Y., 2011. Wave-equation Reflection Traveltime Inversion, 2011 SEG Annual Meeting.
- [100] Zhang, Y., Duan, L., Xie, Y., 2014. A stable and practical implementation of least-squares reverse time migration. *Geophysics* 80, V23-V31.
- [101] Zhao, L., Jordan, T.H., Olsen, K.B., et al., 2005. Fréchet kernels for imaging regional earth structure based on three-dimensional reference models. *Bulletin of the Seismological Society of America* 95, 2066-2080.
- [102] Zhou, H., Amundsen, L., Zhang, G., 2012. Fundamental Issues in Full Waveform Inversion, SEG Technical Program Expanded Abstracts 2012, pp. 1-5.
- [103] Zhu, H., Bozdağ, E., Peter, D., et al., 2012. Structure of the European upper mantle revealed by adjoint tomography. *Nature Geoscience* 5, 493-498.
- [104] 敦瑞德, 董良国, 迟本鑫, 2015. 不依赖子波、基于包络的 FWI 初始模型建立方法研究, 地球物理学报, 58(6): 1998-2010.
- [105] 曹书红, 陈景波, 2014. 频率域全波形反演中关于复频率的研究, 地球物理学报, 57(7): 2302-2313.
- [106] 董良国, 迟本鑫, 陶纪霞等, 2013. 声波全波形反演目标函数性态, 地球物理学报, 56(10): 3445-3460.
- [107] 董良国, 黄超, 迟本鑫等, 2015. 基于地震数据子集的波形反演思路、方法与应用, 地球物理学报, 58(10): 3735-3745.
- [108] 付继有, 李振春, 杨国权等, 2015. 声介质波动方程反射旅行时反演方法, 石油地球物理勘探, V50(6): 1140.
- [109] 胡光辉, 王立歆, 王杰等, 2015. 基于早至波的特征波波形反演建模方法, 石油物探, 54(1): 71-76.
- [110] 刘国峰, 刘洪, 孟小红等, 2012. 频率域波形反演中与频率相关的影响因素分析, 地球物理学报, 55(4): 1345-1353.
- [111] 刘璐, 刘洪, 张衡等, 2013. 基于修正拟牛顿公式的全波形反演, 地球物理学报, 56(7): 2447-2451.
- [112] 刘玉柱, 谢春, 杨积忠, 2014. 基于 Born 波路径的高斯束初至波波形反演, 地球物理学报, 57(9): 2900-2909.
- [113] 王义, 2015. 地震全波形反演优化方法研究, 同济大学博士论文.
- [114] 杨勤勇, 胡光辉, 王立歆, 2014. 全波形反演研究现状及发展趋势, 石油物探, 53(1): 77-83.
- [115] 张文生, 罗嘉, 滕吉文, 2015. 频率多尺度全波形速度反演, 地球物理学报, 58(1): 216-228.

## 个人简历、在读期间发表的学术论文与研究成果

### 个人简介

迟本鑫，男，汉族，1987年1月出生于黑龙江省大庆市。

2006年9月，考入同济大学海洋与地球科学学院，2010年6月获地球物理学学士学位。

2010年9月，免试直接攻读同济大学固体地球物理学博士学位至今。

### 论文发表

#### 期刊论文（已发表）：

- [1]. **Benxin Chi**, Liangguo Dong, Yuzhu Liu, 2015, Correlation-based reflection full waveform inversion, *Geophysics*, 80(4): R189–R202.
- [2]. Yuzhu Liu, Jizhong Yang, **Benxin Chi**, Liangguo Dong, 2015, An improved scattering-integral approach for frequency-domain full waveform inversion, *Geophysical Journal International*, 202(3): 1827-1842.
- [3]. Chao Huang, Liangguo Dong, **Benxin Chi**, 2015, Elastic envelope inversion for multicomponent seismic data with filtered-out low frequencies, *Applied Geophysics*, 12(3): 362-377.
- [4]. 董良国, 黄超, 迟本鑫, 刘玉柱, 2015, 基于地震数据子集的波形反演思路、方法与应用, *地球物理学报*, 58(10): 3735-3745.
- [5]. 敖瑞德, 董良国, 迟本鑫, 2015, 不依赖子波、基于包络的 FWI 初始模型建立方法研究, *地球物理学报*, 58(6): 1998-2010.
- [6]. **Benxin Chi**, Liangguo Dong, Yuzhu Liu, 2014, Full waveform inversion method using envelope objective function without low frequency data, *Journal of Applied Geophysics*, 109: 36–46.
- [7]. 董良国, 迟本鑫, 陶纪霞, 刘玉柱, 2013, 声波全波形反演目标函数性态, *地球物理学报*, 56(10): 3445-3460.

#### 期刊论文（已投稿）：

- [8]. **Benxin Chi**, Liangguo Dong, Yuzhu Liu, Amplitude independent reflection waveform inversion, submitted to *Geophysics*.
- [9]. **Benxin Chi**, Liangguo Dong, Yuzhu Liu, Source-independent full waveform

inversion using an amplitude semblance objective function, submitted to Journal of Applied Geophysics.

### **会议摘要:**

- [1]. Liangguo Dong, **Benxin Chi**, Yuzhu Liu, 2015, Reflection full waveform inversion using spatial correlation objective function: 2015 FWI Workshop, Extended Abstracts, SEG.
- [2]. Chao Huang, Liangguo Dong, Yuzhu Liu, **Benxin Chi**, 2015, Elastic envelope inversion using multicomponent seismic data without low frequency: 2015 FWI Workshop, Extended Abstracts, SEG.
- [3]. Yuzhu Liu, Jizhong Yang, **Benxin Chi**, 2015, Realization of Gauss-Newton direction for frequency-domain acoustic waveform inversion: 2015 FWI Workshop, Extended Abstracts, SEG.
- [4]. Yuzhu Liu, **Benxin Chi**, Jizhong Yang, Liangguo Dong, 2014, A flexible method to calculate directions in waveform inversion: 84th Annual International Meeting, SEG, Extended Abstracts.
- [5]. Jixia Tao, Liangguo Dong, **Benxin Chi**, Yuzhu Liu, 2014, The analysis of the objective function behavior and inversion strategy in acoustic wave full waveform inversion, CPS/SEG Beijing 2014 International Geophysical Conference.
- [6]. **Benxin Chi**, Liangguo Dong, Yuzhu Liu, 2013, Full waveform inversion based on envelope objective function: 75th Conference & Technical Exhibition, Extended Abstracts, EAGE.
- [7]. **Benxin Chi**, Yi Wang, Yuzhu Liu, Liangguo Dong, 2012, Hybrid Born and Rytov scattering series and its application in full waveform inversion: 82nd Annual International Meeting, SEG, Extended Abstracts.
- [8]. Yi Wang, Liangguo Dong, **Benxin Chi**, Zhao Xue, 2012, Hybrid iteration method for full waveform inversion: 82nd Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts.