中山大學
SUN YAT-SEN UNIVERSITY

本科生毕业论文（设计）
Undergraduate Graduation Thesis（Design）

题目 Title: **Lotka-Volterra 模型在基因调控网络与竞争型神经网络中的应用**

院 系
School (Department): 工学院

专 业
Major: 生物医学工程

学生姓名
Student Name: 曾 子 奕

学 号
Student No.: 14312056

指导教师（职称）
Supervisor (Title): 唐承佩 教授

时间：二〇一八年四月二十日
Date: April 20th 2018

表一　毕业论文（设计）开题报告

Form 1: Research Proposal of Graduation Thesis (Design)

论文 (设计) 题目: Thesis (Design) Title: Lotka-Volterra 模型在基因调控网络与竞争型神经网络中的应用
(简述选题的目的、思路、方法、相关支持条件及进度安排等) (Please briefly state the research objective, research methodology, research procedure and research schedule in this part.) **选题目的:** **思路:** **方法:** **相关支持条件:** **进度安排:** Student Signature: Date:
指导教师意见: Comments from Supervisor: 1. 同意开题 2. 修改后开题 3. 重新开题 1. Approved( ) 2. Approved after Revision( ) 3. Disapproved( ) Supervisor Signature: Date:

表二　毕业论文（设计）过程检查记录表

Form 2: Process Check-up Form

指导教师分阶段检查论文的进展情况（要求过程检查记录不少于 3 次）
The supervisor should check up the working process for the thesis（design）and fill up the following check-up log. At least three times of the check-up should be done and kept on the log.

第一次检查（First Check-up）：

学生总结
Student Self-Summary:

在这一阶段，XXX 工作基本完成，主要在如下几个方面：

1) 完成了第一项。
2) 完成了第二项
3) 完成了第三项。

指导教师意见
Comments of Supervisor:

论文完成情况良好。

第二次检查（Second Check-up）：

学生总结
Student Self-Summary:

...

指导教师意见
Comments of Supervisor:

...

第三次检查（Third Check-up）：

学生总结
Student Self-Summary:

...

指导教师意见
Comments of Supervisor:

...

第四次检查（Fourth Check-up）：

学生总结
Student Self-Summary:

...

指导教师意见
Comments of Supervisor:

...

学生签名（Student Signature）：　　　　日期（Date）：

指导教师签名（Supervisor Signature）：　　　　日期（Date）：

总体完成情况 **(Overall Assessment)**	指导教师意见 Comments from Supervisor: 1、按计划完成，完成情况优（Excellent）：（　） 2、按计划完成，完成情况良（Good）：（　） 3、基本按计划完成，完成情况合格（Fair）：（　） 4、完成情况不合格（Poor）：（　） 指导教师签名（Supervisor Signature）： 日期（Date）：

表三　毕业论文（设计）答辩情况登记表

Form 3: Thesis Defense Performance Form

答辩人 **Student Name**	曾 子 奕 Ziyi Zeng	**专业** Major	生物医学工程 Biomedical Engineering
论文 (设计) 题目 **Thesis（Design）Title**	Lotka-Volterra 模型在基因调控网络与竞争型神经网络中的应用		
答辩小组成员 **Committee Members**			

答辩记录
Records of Defense Performance:

记录人签名（Clerk Signature）:　　　　　　　　　　日期（Date）:

学术诚信声明

本人所呈交的毕业论文，是在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果，所有数据、图片资料均真实可靠。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他人或集体已经发表或撰写过的作品或成果。对本论文的研究作出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确的方式标明。本毕业论文的知识产权归属于培养单位。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

本人签名:　　　　　　　　　　　　　　日期:

Statement of Academic Integrity

I hereby acknowledge that the thesis submitted is a product of my own independent research under the supervision of my supervisor, and that all the data, statistics, pictures and materials are reliable and trustworthy, and that all the previous research and sources are appropriately marked in the thesis, and that the intellectual property of the thesis belongs to the school. I am fully aware of the legal effect of this statement.

Student Signature:　　　　　　　　　　　　Date:

Lotka-Volterra 模型在基因调控网络与竞争型神经网络中的应用

[摘　要]　摘要内容应概括地反映出本论文的主要内容，主要说明本论文的研究目的、内容、方法、成果和结论。要突出本论文的创造性成果或新见解，不要与引言相混淆。语言力求精练、准确，以 300—500 字为宜。在摘要的下方另起一行，注明本文的关键词（3—5 个）。关键词是供检索用的主题词条，应采用能覆盖论文主要内容的通用技术词条 (参照相应的技术术语标准)。按词条的外延层次排列（外延大的排在前面）。摘要与关键词应在同一页。

[关键词]　本科毕业论文；LaTeX 模板；中山大学

Application of Lotka-Volterra Model in Gene Regulation Network and Competitive Neural Network

[Abstract] 英文摘要内容与中文摘要相同，以 250—400 个实词为宜。摘要下方另起一行注明英文关键词（Keywords3—5 个）。

[Keywords] undergraduate thesis, LaTeX template, Sun Yat-Sen University

目录

插图目录

表格目录

第一章 引言

1.1 选题背景与意义

引言是论文正文的开端，应包括毕业论文选题的背景、目的和意义；对国内外研究现状和相关领域中已有的研究成果的简要评述；介绍本项研究工作研究设想、研究方法或实验设计、理论依据或实验基础；涉及范围和预期结果等。要求言简意赅，注意不要与摘要雷同或成为摘要的注解。

现代应用数学在向着“纯粹”和”应用“两大方向发展。即在最为抽象的领域中不断取得到优美定理的同时，又不断提供给应用科学和工程领域以解决问题的强有力的现代工具。将最新的抽象模型与计算成果应用于实际问题而得到具有指导意义的结果，是现代应用数学的一大特征。十分明显的，应用数学已经在生命科学，工程学以及计算机科学方面发挥着越来越重要的作用，抽象代数的引入为这些交叉学科问题不断提供着创新的解法和令人耳目一新的模型。

其中，Lotka-Volterra 方程便是一个极为经典的例子。Lotka-Volterra 方程的本质是 n 维空间上的微分方程与动力学建模。基于 Lotka-Volterra 方程的推导，定理，模型甚至一些猜想从第一次世界大战后直到今天一直都在蓬勃发展。

Lotka-Volterra 方程其实并不是 Lotka 和 Volterra 合作提出的。而是最初由 Alfred J. Lotka 在 1925 年提出的，最初是描述植物物种和食草动物物种的种群关系。同样的方程组在 1926 年由数学物理学家 Vito Volterra 发表。Volterra 的成果很大一部分是与海洋生物学家 Umberto D’Ancona 的共同实验得出的。D’Ancona 研究了 Adriatic 海区的渔获量，并注意到在第一次世界大战期间捕获的掠食性鱼的比例有所增加 (1914-1918)。这使他感到困惑，因为在战争期间，捕鱼的工作已经大大减少了。Volterra 独立于 Lotka 开发了种群模型。有趣的是 D’Ancona 当时正在追求 Volterra 的女儿，公式发表之后 D’Ancona 迎娶了 Volterra 的女儿。

在 1998 年国际数学家大会召开时，Lotka-Volterra 模型又迎来了一个里程碑式的进展。奥地利数学家 J.Hofbauer 和 Karl.Sigmund 将 Lotka-Volterra 微分方程与动力系统理论结合，提出了平均 Liapunov 函数方法。K.Sigmund 以此为主题，在国际数学家大会上做了一小时全会报告。此后在 1998 到 2010 年间，基于 Liapunov 函数的 Lotka-Volterra 模型在应用数学领域得到了极大的发展。应用数学家们致力于研究基于 Lotka-Volterra 模型的常微系统的整体稳定性与持续生存性等问题，以及 n 维模型解析解的分析和讨

论。比如最近提出的实根分离算法应用于三种群竞争系统极限环的算法化构造，得到了三个极限环的存在性证明。

可以说，最近十年里，以 Lotka-Volterra 方程为核心的应用数学分支发展突飞猛进，在生态学，博弈学，经济学，乃至社会科学都有很多应用。这种交叉学科的应用也很好解释：利用动力学的手段建模是非常合理的，真实生活行为的每种形式都是经过反复实验而成型的；这种逐步的适应性和通过个体的学习甚至自然选择都可以通过微分方程与动力学模拟。用数学语言表达即是：用未知量表征系统内每个对象，通过在连续时间上建立相互关系方程组，理论上就可以计算出任何时间的全部对象的状态。

Lotka-Volterra 方程组及其衍生数学模型描述了系统中竞争，合作等不同模式的相互关系。有趣的是，当方程组的维数 n=3 时，已经没有解析解，我们只能通过分析解的性态

1.2 国内外研究现状和相关工作

对国内外研究现状和相关领域中已有的研究成果的简要评述；

1.3 本文的论文结构与章节安排

本文共分为五章，各章节内容安排如下：

第一章引言。

第二章动力学模型，稳定性分析与分岔理论。

第三章两种群的捕食方程，竞争方程，解的性态。

第四章 n 种群的捕食方程，竞争方程，解的性态。

第五章应用一：基因调控网络

第六章应用二：竞争型神经网络与医学图像处理

第七章是本文的最后一章，总结与展望。是对本文内容的整体性总结以及对未来工作的展望。

第二章 动力学模型，稳定性分析与分岔理论

2.1 动力学模型

本章主要目的是解释动力学的各个方面（长期的行为，平衡点，吸引盆，规则和不规则的振荡等等）。简单的单种群动力学模型可以表现出包括分岔和混沌在内的非常复杂的性态。

2.2 系统中的相互作用

任何一个系统中都存在研究对象之间的相互作用。生态系统更是如此。在很多生态系统中，上千类不同物种以复杂的模式相互作用。从一次近似的角度来看，我们可以抽象出三种不同的基本类型：（a）竞争：两个物种利用相同的资源，一个物种数量越多，对另一个物种就越不利。（b）互惠：物种之间彼此相互受益。真菌和藻类之间的共生，海葵和寄居蟹就属于这一类。（c）宿主-寄生关系：这是一种非对称关系。寄生物从宿主获利但对宿主无利。

由于竞争模式

2.3 指数增长的离散与连续模型

当然这是一种无限制增长，也是最简单的种群增长模型。设R为一个离散世代的种群增长率，即是说

$$x' = Rx \tag{2.1}$$

x为某一世代的密度，而x'为下一世代密度。如果R为常数，则t世代后的密度为$R^t x$，当$R > 1$时，表示爆炸式增长至无穷大。

当种群世代是连续的而不是离散的时候，我们设$x(t)$为t时刻的种群数量，则：

$$\frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

为时间区间$[t, t+\Delta t]$ 的平均增长率。

$$\frac{dx(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} \tag{2.2}$$

在应用数学中，我们将其表示为$\dot{x}(t)$，将$\frac{\dot{x}}{x} = log\, x'$ 视为种群（单位）增长率。其含义为个体对种群增长率的平均贡献。本文统一用这一种表达记号。

指数增长中，其变化率为常数，即：

$$\dot{x} = rx \tag{2.3}$$

$$x(t) = x(0)e^{rt} \tag{2.4}$$

至此，对于离散和连续模型，我们都得到了指数增长。

2.4 连续模型的 Logistic 增长

在资源有限的情况下，$r > 1$ 的增长率都意味着种群随时间世代增加; 较大的种群意味着较少的资源，又隐含了较少的增长率。此时增长率r 为x 的单调递减线性函数。即为形式$r(1-\frac{x}{k})$，其中r, k 为正常数。这就给出了 Logistic 方程

$$\dot{x} = rx\left(1 - \frac{x}{k}\right) \tag{2.5}$$

通过线性代数与常微分方程的知识我们可以求解出 (2.5) 的通解为：

$$x(t) = \frac{Kx(0)e^{rt}}{K + x(0)(e^{rt}-1)} \tag{2.6}$$

根据通解，我们可以看出解的性态是容易分析的：如果$x=0$ 或$x=K$，则为 0; 在这两种情况下，密度不会发生变化。当$0<x<K$ 时，密度增加; $x>K$ 时，密度减少。

2.5 离散模型的递归关系

某些昆虫可以视为世代不重叠种群。我们用y 和y' 分别表示某一代及下一代的种群量。类似上文我们用$\frac{y'-y}{y}$ 表示其内禀单位增长率。类比 Logistic 增长公式，设其实际增

长率为 y 的线性递减函数，则有：

$$y' = Ry\left(1 - \frac{y}{K}\right) \tag{2.7}$$

对于这个离散模型，y' 与y 均不能超过其种群容纳量 K，否则方程无意义。我们可以求解出当$R > 4$ 而$y \to \frac{K}{2}$，则$y' > K$，模型失去意义。因此我们限制$R \in (0, 4)$。

这个有明显的缺陷的方程是否值得继续在本文中讨论呢？答案是肯定的。而推动接下来的讨论不是其生物学意义，而是这个简单动力学方程的解的性态有助于解释之后要引入的数学概念。

利用换元法，令$x = \frac{y}{K}, x' = \frac{y'}{K}, r = \frac{R}{K}$，我们可以得到差分方程$x' = F(x)$,

$$F(x) = Rx(1 - x)$$

接下来一节，我们通过这个最简单的非线性递归关系解的性态讨论其复杂的动力学性态，并引入三个重要的概念：稳定点，分岔与混沌。

2.6　稳定和不稳定不动点

我们考虑R 在 0 到 4 之间，映射

$$x \to Rx(1 - x) \tag{2.8}$$

在区间$[0, 1]$ 定义了一个动力系统。当$R \leqslant 1$，对所有x 都有$x' < x$，x 的轨道单调减小趋于 0. 所以我们仅讨论$x > 1$。

此时F 为一抛物线与x 轴交于 0 和 1, 在$\frac{1}{2}$ 处达到其最大值。显然 0 是一个不动点。F 与对角线$y = x$ 定义域中交于唯一点P，横坐标$p = \frac{R-1}{R}$.

我们可以计算看看 P 的性态：

由均值定理

$$F(x) - p = F(x) - F(p) = (x - p)\frac{\mathrm{d}F(c)}{\mathrm{d}x}$$

即$\exists c \in [x, p]$ 使上式成立。

如果$\left|\frac{\mathrm{d}F(p)}{\mathrm{d}x}\right| < 1$，则$\left|\frac{\mathrm{d}F(c)}{\mathrm{d}x}\right| < 1$，在$x \to c$（从而 c）的时候成立。即有

$$|F(x)-p|<|x-p|$$

即x' 比x 更接近P，即x 在合适的邻域收敛于p。我们称此时P 是渐近稳定的。

类似的，如果$\left|\frac{\mathrm{d}F(p)}{\mathrm{d}x}\right|>1$，则

$$|F(x)-p|>|x-p|$$

即x 的轨道离开不动点，此时P 不是稳定点。

求解方程$F(x)=Rx(1-x)$ 得$\frac{\mathrm{d}F(p)}{\mathrm{d}x}=2-R$. 即当$1<R<3$，$P$ 为渐近稳定; 但当$3<R<4$ 是为不稳定。

2.7 分岔

当问题变成两个世代的时候，即x 的映射为$F(F(x))=F^{(2)}(x)$. 此时$F^{(2)}(x)$ 为四次多项式，其局部极小在$\frac{1}{2}$ 处，两个局部极大值对称地在$\frac{1}{2}$ 的左右。对角线$y=x$ 与$F^{(2)}(x)$ 仍然交于p。此时p 处的导数为$(2-R)^2$。我们称此时

如果$1<R<3$，即P 是渐近稳定的，则对角线与$F^{(2)}(x)$ 唯一交点即为P; 如果$3<R<4$，P 斜率大于 1，则可以得到另外两个交点。这两个交点对应于周期 2 点$p1,p2$。

接下来利用解的性态看一下周期的解的性态:

如果存在$k>1$ 使得$T^kx=x$，整数k 称为x 的周期。

研究周期解与稳定点可以得到很多有趣的性质：在模型（2.8）中，增长的变化具有一个世代的滞后。这种“滞后”导致的行为过渡，比如从不动点的一端跳到另一端，产生振荡而不能稳定下来。

第三章 研究方法

第四章　实验与结果

第五章　总结与展望

5.1　工作总结

5.2　研究展望

致谢

四年时间转眼即逝，青涩而美好的本科生活快告一段落了。回首这段时间，我不仅学习到了很多知识和技能，而且提高了分析和解决问题的能力与养成了一定的科学素养。虽然走过了一些弯路，但更加坚定我后来选择学术研究的道路，实在是获益良多。这一切与老师的教诲和同学们的帮助是分不开的，在此对他们表达诚挚的谢意。

首先要感谢的是我的指导老师林F教授。我作为一名本科生，缺少学术研究经验，不能很好地弄清所研究问题的重点、难点和热点，也很难分析自己的工作所能够达到的层次。林老师对整个研究领域有很好的理解，以其渊博的知识和敏锐的洞察力给了我非常有帮助的方向性指导。他严谨的治学态度与辛勤的工作方式也是我学习的榜样，在此向林老师致以崇高的敬意和衷心的感谢。

最后我要感谢我的家人，正是他们的无私的奉献和支持，我才有了不断拼搏的信息的勇气，才能取得现在的成果。

陈冠英

2018 年 4 月 20 日

附录 A 补充更多细节

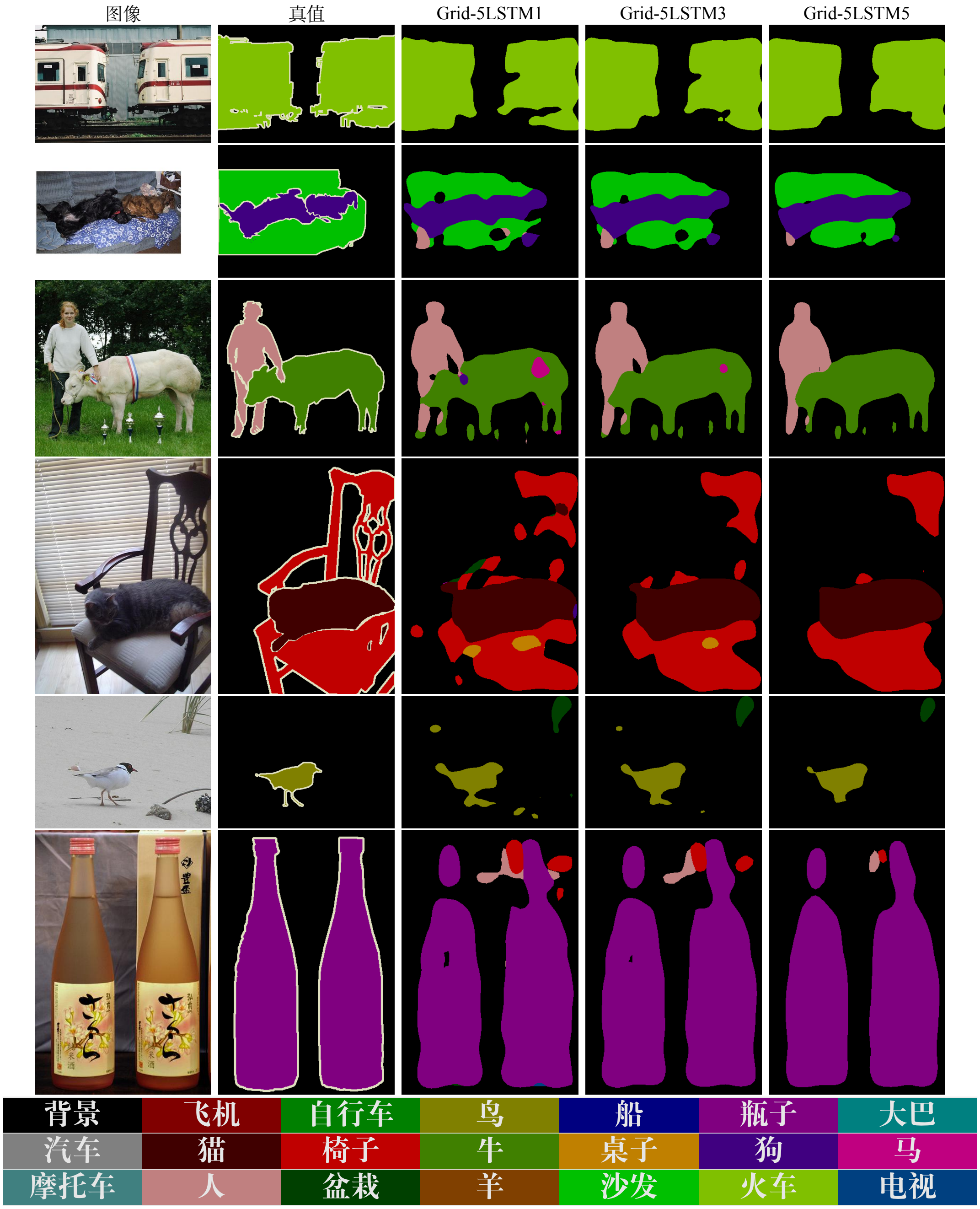

图 A-1 一个配有彩色表格的插图

毕业论文(设计)成绩评定记录

Grading Sheet of the Graduation Thesis (Design)

指导教师评语

Comments of Supervisor:

某某同学针对什么问题研究了什么算法/实现了什么系统/针对这个系统做了什么测试,本文选题合理,实验结果表明技术路线……论文写作规范，引用文献充分，符合中山大学本科论文的规范，是篇优秀/良好/中等/合格的论文。

成绩评定

Grade:

指导教师签名

Supervisor Signature: Date:

答辩小组或专业负责人意见

Comments of the Defense Committee:

成绩评定

Grade:

签名: Date:

Signatures of Committee Members

院系负责人意见

Comments of the Academic Chief of School:

成绩评定

Grade:

签名 院系盖章

Signature: Stamp: Date: