(b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1-x)^{\frac{1}{4}}-1}{x}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\frac{1}{4}(1-x)\cdot -1}{1}$

$= \lim\limits_{x\to 0} -\dfrac{1-x}{4}$

$= -\dfrac{1}{4}$

(c) $\lim\limits_{t\to 0} \left(t+\frac{1}{t}\right)\left((4-t)^{\frac{3}{2}}-8\right)$

$= \lim\limits_{t\to 0} t\left((4-t)^{\frac{3}{2}}-8\right) + \lim\limits_{t\to 0} \frac{1}{t}\left((4-t)^{\frac{3}{2}}-8\right)$

$= \lim\limits_{t\to 0} \dfrac{(4-t)^{\frac{3}{2}}-8}{t}$

$= \lim\limits_{t\to 0} \dfrac{-\frac{3}{2}(4-t)^{\frac{1}{2}}}{1}$

$= -3$

5.4.3

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x+\sin x}{x+1}$

$= \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1+\cos x}{1}$

$= \lim\limits_{x\to\infty} \cos x$

$=$ DNE

d. $\lim\limits_{t\to 0^+} \left(\frac{1}{t}+\frac{1}{\sqrt{t}}\right)\left(\sqrt{t+1}-1\right)$

$= \lim\limits_{t\to 0^+} \dfrac{\sqrt{t+1}-1}{t} + \lim\limits_{t\to 0^+} \dfrac{\sqrt{t+1}-1}{\sqrt{t}}$

$= \lim\limits_{t\to 0^+} \dfrac{1}{2\sqrt{t+1}} + \lim\limits_{t\to 0^+} \dfrac{\frac{1}{2\sqrt{t+1}}}{\frac{1}{2\sqrt{t}}}$

$= \lim\limits_{t\to 0^+} \dfrac{1}{2\sqrt{t+1}} + \lim\limits_{t\to 0^+} \dfrac{2\sqrt{t}}{2\sqrt{t+1}}$

$= \dfrac{1}{2} + 0$

$= \dfrac{1}{2}$

(e) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x-1}{x}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x}{1}$

$= \lim\limits_{x\to 0} e^x$

$= 1$

(f) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^{\frac{1}{4}}-1}{x}$

$= \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1-1}{1}$

$= 0$

(g) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3x^2+x+2}{x-4}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2}{0-4}$

$= -\dfrac{1}{2}$

(h) $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}-1}$

$= \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{(\sqrt{x+1}+1)^2}{x+1-1}$

$= \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{(\sqrt{x+1}+1)^2}{x}$

$= \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{2\sqrt{x+1}\cdot 1}{1}$

$= 2.$

(i) $\lim\limits_{x\to 1} (x+5)\left(\frac{1}{2x}+\frac{1}{x+2}\right)$

$= \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x}{2x} + \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x}{x+2} + \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{5}{2x} + \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{5}{x+2}$

$= \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} + \dfrac{5}{2} + \dfrac{5}{3}$

$= 5.$

(j) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3-6x-2}{x^3+4}$

$= \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{3x^2-6}{3x^2}$

$= \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{12-6}{12}$

$= \dfrac{1}{2}$

(i) $\lim\limits_{u\to 1} \dfrac{(u-1)^3}{\frac{1}{u}-u^2+\frac{3}{u}-3}$

$= \lim\limits_{u\to 1} \dfrac{(u-1)^3}{u^{-1}-u^2+3u^{-1}-3}$

$= \lim\limits_{u\to 1} \dfrac{3(u-1)^2}{-u^{-2}-2u-3u^{-2}}$

$= \lim\limits_{u\to 1} \dfrac{0}{-1-2-3}$

$= 0$

(j) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2+\frac{1}{x}}{3-\frac{2}{x}}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2+x^{-1}}{3-2x^{-1}}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{-x^{-2}}{2x^{-2}}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{-\frac{1}{x^2}}{\frac{2}{x^2}}$

$= -\frac{1}{2}$

(k) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$

$= \lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{-\sin x}{-1}$

$= 1$

(l) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$

$\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{-\sin x}{-1}$

$= 1$

(m) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2}{e^x-x-1}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x}{e^x-1}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2}{e^x}$

$= 2$

(n) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\ln x}{x-1}$

$= \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\frac{1}{x}}{1}$

$= 1$

(o) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(x^2+1)}{x}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\frac{2x}{x^2+1}}{1}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x}{x^2+1}$

$= 0$

(p) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x\ln x}{x^2-1}$

$= \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\frac{x}{x}\,1}{2x}$

$= \frac{1}{2}$

(q) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(2x)}{\ln(x+1)}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos 2x \cdot 2}{\frac{1}{x+1}}$

$= 2$

(r) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}$

$= \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{1}$

$= \frac{1}{2}$

(s) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+4}-2}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\frac{1}{2\sqrt{x+1}}}{\frac{1}{2\sqrt{x+4}}}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}}$

$= 2$

(t) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x+1}-1}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{\frac{1}{2\sqrt{x+1}}}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{0}{\frac{1}{2}}$

$= 0$

5.4.2

(a) $\lim\limits_{x\to 0^+} \sqrt{x}\ln x$ $\qquad t=\frac{1}{x}$, $x=\frac{1}{t}$

$= \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\ln x}{\frac{1}{\sqrt{x}}}$

$= \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\ln\frac{1}{t}}{\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{t}}}}$ $\qquad 1:\sqrt{t}$

$= \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\ln\frac{1}{t}}{\sqrt{t}}$ $\qquad 1:\sqrt{t}$

$= \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{-\frac{1}{t}}{\frac{1}{2\sqrt{t}}}$ $\qquad 1:\sqrt{t}$

$-\frac{1}{t}\times\frac{2\sqrt{t}}{1}$

$= -\frac{2}{\sqrt{t}}$