# 线性规划

### ★ 问题描述

线性规划问题可表示为如下形式:

$$egin{aligned} \max \sum_{j=1}^n c_j x_j \ & \sum_{t=1}^n a_{it} x_t \leq b_i \quad (i{=}1,2,\cdots,m_1) \ & \sum_{t=1}^n a_{jt} x_t = b_j \quad (j{=}m_1{+}1,\cdots,m_1{+}m_2) \ & \sum_{t=1}^n a_{kt} x_t \geq b_k \quad (k{=}m_1{+}m_2{+}1,\cdots,m_1{+}m_2{+}m_3) \ & x_t \geq 0 \quad (t=1,2,\cdots,n) \end{aligned}$$

上面各式中, $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是 n 个独立变量。式中  $\sum_{j=1}^n c_j x_j$ 是线性规划问题的目标函数。 $\max$  是  $\max$  是  $\max$ 

写,表示求极大值。求目标函数极小值 min 的线性规划问题表示也是类似的,且容易转换为与之等价的求目标函数极大值的线性规划问题。

线性规划问题的约束条件为:有 $m_1$ 个 $\leq$ 不等式约束,有 $m_2$ 个等式约束,有 $m_3$ 个 $\geq$ 不等式约束,约束总个数为 $m=m_1+m_2+m_3$ 。约束条件中的系数 $a_i$ 可正可负,也可以是零。所有约束的右端项规定为非负数,即 $b_i\geq 0, i=1,2,\cdots,m$ 。

线性规划问题的一个具体例子如下:

$$egin{aligned} \max z &= x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 \ x_1 + 2x_3 &\le 18 \ 2x_2 - 7x_4 &\le 0 \ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 9 \ x_2 - x_3 + 2x_4 &\ge 1 \ x_i &\ge 0 \quad (i = 1, 2, 3, 4) \end{aligned}$$

此例中, 
$$n=4, m_1=2, m_2=m_3=1, m=m_1+m_2+m_3=4$$
。

这个问题的解为  $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0, 3.5, 4.5, 1)$ , 其最优值为 16。

# ★ 算法设计

对于给定的线性规划问题, 计算出其最优解。

# ★ 数据输入

输入文件名为clp.in。

每个文件有多组测试数据。每组测试数据的第一行有3个整数 x,m,n,其中,x 为 1 时,表示求目标函数的最大值,x 为 -1 时,表示求目标函数最小值。m 表示约束个数,n 表示变量个数。m 和 n 满足  $m \leq 2500, n \leq 50$ 。第二行有3个整数  $m_1,m_2,m_3$ ,分别表示  $\leq$  约束个数,等式约束个数,和  $\geq$  约束个数。接下来的 m 行,按照  $m_1,m_2,m_3$  的顺序,每行依次给出约束条件,其中,前 n 个数是系数  $a_i$ ,第 n+1 个数是右端参  $b_i$ 。每组测试数据的最后一行给出目标函数系数  $c_i$ 。

### ★ 结果输出

输出文件名为clp.out。

依次输出每组测试数据给出的线性规划问题的最优值,保留2位小数。当问题无解时输出6个\*号,即\*\*\*\*\*\*。

#### 输入示例

```
1 4 4
2 1 1
1 0 2 0 18
0 2 0 -7 0
1 1 1 1 9
0 1 -1 2 1
1.5 1.5 3 -1
-1 3 6
0 0 3
1 1 1 0 0 0 180
0 1 1 1 1 0 110
0 0 1 0 1 1 530
1 11 5 3 4 2
```

#### 输出示例

```
17.75
1460.00
```