# 2013-2014第一学期期末考试试卷及答案

一.  判断选择题 (每题3分,共30分,答题请写在试卷上)：  
  
1.  设事件*A*,*B* 相互独立且*P*(*B*)=0.5 , *P*(*A*−*B*)=0.3 , 则*P*(*B*−*A*)=−−−−−−− .  
  
    (A) 0.1         (B) 0.2     (C) 0.3           (D) 0.4  
  
  
2.  设*A*,*B*,*C* 为三个事件,若*P*(*A*)=*p*,*P*(*B*)=2*p*,*P*(*C*)=3*p* 且 *P*(*AB*)=*P*(*BC*) , 则 *p* 的最大值为−−−−−−−−−−−− .  
  
     (A) 1/3  (B) 1/4 (C)  1/5      (D)  1/6  
  
  
3.  设*Xn*∼*B*(*n*,*p*), 0<*p*<1 , 则当*n* 很大时, 下列叙述不正确的是−−−−−−−− .  
  
    (A) *Xnn* 依概率收敛到*p*          (B) 若*np*≈5 , 则*Xn* 近似服从参数为5的泊松分布  
  
    (C) *Xnn* 近似服从*N*(*p*,*p*(1−*p*)*n*)        (D) *Xn*−*npp*(1−*p*)√ 近似服从*N*(0,1)   
  
4.  袋中有10个球, 里面有0个, 1个, 2个,\ldots, 10个白球是等可能的. 今向袋中放入一个白球, 然后随机从袋中取出一个球，则这个球为白球的概率是−−−−−−−−−−−− .  
  
    (A)  5/10   (B) 6/11  (C) 5/11   (D) 4/11  
  
  
5. 设随机变量(*X*,*Y*) 服从二元正态分布, 且有*Var*(*X*)=1,*Var*(*Y*)=4 . 令*W*=*X*−*aY*,*V*=*X*+*aY* , 则当*a*=−−−−−−−−−−−− 时*W* 和*V* 相互独立.  
  
  
     (A) 1  (B) 1/2√    (C) 1/2     (D) 1/4  
  
6.  假设*θ* 的一个无偏估计量为*θ*^ , 其在一组样本下的值为1.2 , 则下述描述正确的是−−−−−− .  
  
(A)  *Eθ*^=1.2   (B)  *θ*=1.2   (C)  估计量*θ*^ 不存在系统性误差   (D) *θ*^ 是*θ* 的相合估计  
  
  
  
7.  考虑假设检验问题*H*0:*θ*=0↔*H*1:*θ*=−1 , 若*T*=*T*(*X*) 为*θ* 的估计量, 则该假设的拒绝域有形式−−−−−−−− (其中*c* 为合适的常数).  
  
(A)  *T*>*c*    (B) *T*<*c*     (C) |*T*|>*c*   (D) |*T*|<*c*   
  
8.  某电子计算机有100个终端, 每个终端有15\%的可能处于闲置状态, 若各终端被使用与否是相互独立的, 则至少有15个终端空闲的概率约为  
−−−−−−−− .  
  
(A) 0.3  (B) 0.4   (C)  0.5  (D) 0.6  
  
9.  设*X*1,*X*2,*X*3 为来自正态分布*N*(0,*σ*2) 的样本, 则*S*=*X*1−*X*22√|*X*3| 服从分布−−−−−−−− .  
  
(A)  *F*(1,1)     (B)   *F*(2,1)   (C)  *t*(1)      (D) *t*(2)   
  
10.  *X*1,…,*Xn* 为来自正态总体*N*(*μ*,1) 的样本, 若要求*μ* 的95%置信区间长度不超过0.2, 则样本量*n* 至少为−−−−−−−− .  
  
    (A) 382  (B)  383   (C)  384   (D) 385  
  
二.(10分)  假设某种品牌的饮料做促销活动, 消费者每买一瓶该饮料可获得奖品A和B之一, 且获得奖品A和B的概率分别为0.2和0.8. 若某人既想获得A又想获得B, 问他平均要买几瓶该品牌的饮料?  
三.(15分) 设随机变量*X* 的概率分布为*P*(*X*=1)=*P*(*X*=2)=0.5 , 随机变量*Y* 在给定*X*=*k* 时服从均匀分布*U*(0,*k*) , (*k*=1,2 ). 试  
(1) 求随机变量*Y* 的分布函数*FY*(*y*) .  
(2) 求*X* 和*Y* 的相关系数.  
  
四.(20分)  
*X*1,…,*Xn* 和*Y*1,…,*Ym* 为分别抽自正态总体*N*(*θ*,1) 和*N*(*θ*,4) 中抽取的独立样本, 记*X*¯=∑*ni*=1*Xi*/*n* , *Y*¯=∑*mj*=1*Yj*/*m* .  
试  
(1)   证明*θ* 的最大似然估计为*θ*^=4*n*4*n*+*mX*¯+*m*4*n*+*mY*¯ .  
(2)   证明*θ*^ 在一切形如*cX*¯+*dY*¯ 的无偏估计里方差最小.  
(3)   基于*θ*^ , 作出*θ* 的置信系数为1−*α* 的置信区间.  
五. (15分) 装配一个部件可以采用不同的方法. 现在关心的是哪一种方法的效率更高. 从使用两种装配方法装配的部件中各独立随机的抽取12件, 记录它们的装配时间(单位:分钟), 得到  
  
    甲方法: 30 34 34 35 34 28 34 26 31 31 38 26  
    乙方法: 26 32 22 26 31 28 30 22 31 26 32 29

若假设两种装配方法的装配时间均服从正态分布, 则  
(1)  两种装配方法装配时间的方差有无显著差异? (*α*=0.05 ).  
(2)   两种装配方法的平均装配时间有无显著差异? (*α*=0.05 ).  
  
六. (10分) 袋中有8个球, 其中红球数未知. 在其中任取3个, 记录红球的个数*X* , 然后放回再任取3个, 记录红球个数, 然后放回. 如此反复进行了112次, 得到结果如下:

*X*    次数    0  1131255325  
试在*α*=0.05 水平下检验假设*H*0: 红球的个数为5.

一. 1. (B) 2. (B) 3. (D)  4. (B)  5. (C) 6. (C) 7. (B) 8. (C) 9. (C) 10. (D)  
  
二. 设需要买*X* 瓶才能即得到*A* 又得到*B* , 则对*n*≥2 有

*P*(*X*=*n*)=0.2*n*−1×0.8+0.8*n*−1×0.2.

于是  
*EX*=∑∞*n*=2*n*×0.2*n*−1×0.8+*n*×0.8*n*−1×0.2=5.25.   
  
或者  
*EX*=0.2*E*(*X*|*A*)+0.8*E*(*X*|*B*)=0.2(1+1/0.8)+0.8(1+1/0.2)=5.25 .  
  
三.  (1). 当*y*≥0 时有

*FY*(*y*)=⎧⎩⎨⎪⎪⎪⎪⎪⎪0,0.75*y*,0.5+0.25*y*,1,*y*<0;0≤*y*≤1;1<*y*<2;*y*≥2.

(2). 容易得出  
*EX*=1.5,*EX*2=0.5(1+4)=2.5,*EY*=*E*(*Y*|*X*=1)*P*(*X*=1)+*E*(*Y*|*X*=2)*P*(*X*=2)=0.5(0.5+1)=0.75,  *EY*2=56,*E*(*XY*)==1.25.   
进而  
Var(*X*)=*EX*2−(*EX*)2=14,  Var(*Y*)=1348,  Cov(*X*,*Y*)=*EXY*−*EXEY*=18.   
最后

*ρ*(*X*,*Y*)=Cov(*X*,*Y*)Var(*X*)Var(*Y*)−−−−−−−−−−−−√=313−−−√.

四.  (1) 由对数似然函数

*l*(*θ*)∝−12∑(*Xi*−*θ*)2−18∑(*Yj*−*θ*)2

  看见其最大值为*θ*^=4*n*4*n*+*mX*¯+*m*4*n*+*mY*¯ .  
  
  (2) 由无偏性知*c*+*d*=1 , 再由方差

*Var*(*cX*¯+(1−*c*)*Y*¯)=*c*21*n*+(1−*c*)24*m*

      最小化该方差得到*c*=4*n*4*n*+*m* , 对比*θ*^ 从而得证.  
  
  (3) 由于*θ*^∼*N*(*θ*,44*n*+*m*) , 从而*θ* 的1−*α* 置信区间为  
       *θ*^∓*uα*/244*n*+*m*−−−−−√   
  
  
五.(1) 考虑假设: *H*0:*σ*21=*σ*22↔*H*1:*σ*21≠*σ*22 , 则使用*F* 检验, 易知

*F*0.975(11,11)=1*F*0.025(11,11)<*F*=*S*21/*S*22=14.02/12.63=1.11<*F*0.025(11,11)

    因此不能拒绝*H*0 , 可以认为两种方法装配时间的方差没有差异.  
  
(2)  考虑假设*H*0:*μ*1=*μ*2↔*H*1:*μ*1≠*μ*2 , 由题设和(1)中的结论知应使用两样本*t* 检验. 易知检验统计量值为 2.5722>*t*0.025(22) , 因此拒绝零假设, 认为两种方法的平均装配时间有差异.  
  
  
六.  在假设*H*0 下, 理论分布为

*P*(*X*=*i*)=*Ci*5*C*3−*i*3*C*38,*i*=0,1,2,3

即*P*(*X*=0)=1/56,*P*(*X*=1)=15/56,*P*(*X*=2)=30/56,*P*(*X*=3)=10/56 . 从而由拟合优度检验方法

*T*=∑(*O*−*E*)2*E*=2.2<*χ*20.05(3)

  因此不能拒绝零假设.