分数的意义和性质

分数的意义

知识要点归纳

1.分数的产生

把一个物体平均分后，每份不能得到一个整数；量一个物体的长度时，得不到一个整数……这时，需要把一个整体（或者单位“1”）平均分成若干份，用它的一份或几份来表示，这就产生了分数。

2.分数的意义

（1）分数的意义：把单位“1”平均分成若干份，表示这样的一份或者几份的数，叫做分数。

（2）分数单位的意义：把单位“1”平均分成若干份，表示这样的1份的数，叫做分数单位。分数都是由几个分数单位组成的。

3.利用分数的意义解答问题

根据分数的意义，先找出分母，再找出分子，最后用分数表示。也就是说先找出把什么量看作单位“1”，把单位“1”平均分成多少份，另一个量占（或相当于）其中的几份。

练习

1. 表示把单位“1”平均分成（ ）份，表示其中的（ ）份；的分数单位是（ ），有（ ）个这样的分数单位。也表示（ ）÷（ ）的商。

2. 的分数单位是（ ），它里面有（ ）个这样的分数单位。

3. 3米的是（ ）米，7吨的是（ ）吨。

4. 把2米长的绳子平均截成3段，每段是全长的（ ），每段长（ ）米，每段长是1米的（ ）。

5.先画出10个1cm²的正方形，把这10个正方形当作一个整体。将这个整体的画成阴影部分。

分数与除法

知识要点归纳

分数与除法的关系

（1）两个数相除不能整除时，它们的商可以用分数表示。

1）被除数÷除数=

2）在除法中，除数不能是0；在分数中，分母也不能是0。

用a表示被除数，b表示除数，就是：a÷b=（b≠0）

（2）运用分数与除法的关系，解决有关问题。如：把低级单位的名数换成高级单位的名数时，如果低级单位上的数不能被进率整除时，商就可以用分数表示。

练习

1.判断题。

（1）在整数除法中，除数不能是0，但在分数中分母可以是0. （ ）

（2）分米=2厘米 （ ）

（3）把两块蛋糕平均分给4个人，每人分得块。 （ ）

（4）一百个百分之一是一万分之一。 （ ）

（5）3米的和1米的一样长。 （ ）

2.填空题，用分数表示

20秒=（ ）分 250cm³=（ ）dm³

200ml=（ ）L 1m5cm=（ ）m

3.小新家养鹅7只，养鸡8只。养鹅的只数是鸡的几分之几？养鹅的只数是全部的几分之几？养鸡的只数是全部的几分之几？

真分数和假分数

知识要点归纳

1.真分数、假分数的意义和特征

（1）真分数：分子比分母小的分数叫做真分数。特征：真分数小于1。

（2）假分数：分子比分母大或者分子和分母相等的分数，叫做假分数。特征：假分数大于1或者等于1。

假分数分为两种情况：

1 分子恰好是分母的倍数的假分数，实际上是整数。如：=2。

2 分子不是分母的倍数的假分数，可以写成整数和真分数合成的数，通常叫做带分数。如：=2，=2 。

2.把假分数化成整数或带分数的方法

（1）把假分数化成整数或者带分数，要用分子除以分母。能整除的，所得的商就是整数。如：=12÷4=3

（2）用分子除以分母时，不能整除的，商就是带分数的整数部分，余数是分数部分的分子，分母不变。用式子表示为：

=分子÷分母=商 如：=12÷5=2

练习

1.把下面的假分数化成整数或带分数。

=

2. a为大于0的自然数，当a（ ）时，是真分数；当a（ ）是，是假分数；当a（ ）时，可化为整数。

3.用3,7,11组成一个真分数，一个假分数，一个最小的带分数，一个最大的带分数。

4.一个分数的分子和分母的和是30，如果分子减去2，这个分数就等于1。求这个分数是多少？

分数的基本性质

知识要点归纳

1.分数的基本性质

分数的基本性质：分数的分子和分母同时乘或者除以相同的数（0除外），分数的大小不变。

在分数的性质里，0除外的原因是：如果分数的分子、分母都乘0，则分数成为,分数的分母不能为0，所以分数的分子、分母不能同时乘0；又因为在除法里0不能作除数，所以，分数的分子、分母也不能同时除以0。

2.分数的基本性质的初步应用

应用分数的基本性质可以把一个数化成分母不同而大小不变的分数。

练习

1.填空题

（1）把的分母扩大为原来的4倍，要使分数的大小不变，它的分子应该（ ）。

（2）把一个分数的分子扩大为原来的4倍，分母缩小为原来的，则这个分数的值（ ）。

（3）的分子增加6，要使分数的大小不变，分母应该增加（ ）。

（4）6÷（ ）===（ ）（填小数）

2.括号内填上适当的数。

== ==

====

3.把下面的分数化成分母是24而大小不变的分数。

4.写出等于而分母小于24的所有分数。

5.把和化成分母是12而大小不变的分数。

6.一个分数是，如果将它的分子加上9，要使这个分数的大小不变，分母应该怎么办？

7.写出等于而分母小于30的所有分数。

约分

知识要点归纳

1.公因数和最大公因数

（1）几个数公有的因数，叫做这几个数的公因数

（2）几个数的公因数中最大的一个，叫做这几个数的最大公因数。

2.求两个数的最大公因数的方法

（1）列举法：先分别写出两个数的所有因数，再从中找到它们的公因数和最大公因数。

（2）筛选法：先写出较小数的所有因数，再从中找出哪些也是较大数的因数，即它们的公因数，再确定最大公因数。

（3）分解质因数法：先把两个数分别分解质因数，再找出它们共有的质因数，公有的质因数的乘积就是它们的最大公因数。

（4）短除法。

3.约分的意义

（1）把一个分数化成同它相等，但分子、分母都比较小的分数，叫做约分。

（2）分子、分母只有公因数1的分数，叫做最简分数。如：、、等。

4.约分的方法

用分子和分母的公因数（1除外）去除分子、分母，通常要除到得出最简分数为止。

练习

1.下面的每组数中，有没有公因数2？有没有公因数3？有没有公因数5？

（1）15和18 （2）50和60 （3）30和48

（4）30和45 （5）72和120 （6）75和105

2.把下列分数化成最简分数。

3.找出下面每组数的最大公因数。

（1）12和42 （2）18和27 （3）28和70

（4）16和32 （5）35和36 （6）48和120

4.在下面的括号内填上适当的分数。（能约分的要约分，是假分数的化成带分数）

（1）130千克=（ ）吨 （2）160分=（ ）小时

（3）1280米=（ ）千米 （4）60厘米=（ ）米

（5）500平方厘米=（ ）平方米 （6）500立方厘米=（ ）立方米

（7）500毫升=（ ）升 （8）500毫升=（ ）立方米

5.贝贝想用一张长18cm，宽12cm的长方形纸剪成若干个同样大小、边长是整厘米数且没有剩余的正方形拼版。

（1）有几种剪法？

（2）剪最大的正方形拼版，可剪多少块？

6.明明、亮亮和强强三人比赛竞走，明明4小时走了26km，亮亮3小时走了19km，强强2小时走了13km。按每小时走得路程，请排出他们三人的名次。

通分

知识要点归纳

1.公倍数和最小公倍数

（1）几个数公有的倍数叫做这几个数的公倍数。

（2）几个数的公倍数中最小的一个，叫做这几个数的最小公倍数。

2.求两个数最小公倍数的方法

（1）枚举法。

（2）筛选法。

（3）分解质因数法。

（4）短除法。

3.求两个数最小公倍数的两种特殊情况。

（1）如果较大数是较小数的倍数，那么较大数就是这两个数的最小公倍数，如：12和6的最小公倍数是12.

（2）如果两个数的公因数只有1，那么这两个数的积就是它们的最小公倍数。如：4和5的最小公倍数是4×5=20。

4.通分

（1）通分的意义：把异分母分数分别化成和原来分数相等的同分母分数，叫做通分。

（2）通分的方法：先求出原来几个分母的最小公倍数，然后把各数分别化成用这个最小公倍数作分母的分数。

练习

1.把下表中各数50以内的倍数填入表中，然后回答问题。

|  |  |
| --- | --- |
| 4 |  |
| 6 |  |
| 9 |  |
| 12 |  |
| 18 |  |

4和6的最小公倍数是 ；4和9的最小公倍数是 ；

6和12的最小公倍数是 ；9和18的最小公倍数是 ；

9和12的最小公倍数是 ；4和18的最小公倍数是 。

2.求下列每组数的最小公倍数。

24和36 5和35 8和9

20和60 20和15 30和60

分数和小数的互化

知识要点归纳

1.小数化成分数的方法

小数化分数，原来有几位小数，就在后面写几个零作分母，把原来的小数去掉小数点作分子。能约分的要约分。

2.分数化成小数的方法

分数化小数，要用分子除以分母，除不尽时，可以根据需要按“四舍五入”法保留几位小数。如：=1÷3=0.33（保留两位小数）。

3.判断一个最简分数能否化成有限小数的方法

一个最简分数，如果分母中除了2和5以外，不含有其他的质因数，这个分数就能化成有限小数；如果分母中含有2和5以外的质因数，这个分数就不能化成有限小数。

练习

1.填空题。

（1）0.25里面有25个（ ）分之一，表示（ ）分之（ ），化成分数是（ ）。

（2）3.54表示（ ）又（ ）分之（ ）。

（3）5厘米=米 25克=千克 35厘米=米

（4）用小数表示是（ ），用小数表示是（ ）。

（5）0.42用分数表示是（ ），0.45用分数表示是（ ）。

2.把下面的分数化成小数。（不能化成有限小数的，保留三位小数）

3.把下面的数化成分数。

0.25 0.375 0.48 2.4

0.75 0.35 0.36 5.2

4.在○里填上“＞”“＜”或“＝”。

2○2.875 0.009○ ○0.3

0.91○ 3○3.34 0.11○

5.把0.8、、0.25、、这5个数从小到大的顺序排列显示。

6.分数可以化成循环小数，这个循环小数的小数部分第14位上的数是几？这14个数字的和是多少？

7.解决问题。

（1）李叔叔家种粮食作物公顷，种油料作物0.25公顷，种经济作物公顷。哪种作物的种植面积最大？哪种作物的种植面积最小？

（2）三名学生百米赛跑的成绩分别是：甲为0.2分钟，乙为分钟，丙为分钟。谁是冠军？谁是第三名？

（3）修路队6天修完一段长5km的路，平均每天修这段路的几分之几？平均每天修多少千米？

（4）两根铁丝分别长65dm和39dm，现在要把它们截成长度相等的若干段，最少可以截成多少段？

（5）下表是三种油料榨油的情况。

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 种类 | 原料重量（kg） | 榨油的重量（kg） | 油的重量占原料的几分之几 |
| 芝麻 | 125 | 56 |  |
| 大豆 | 160 | 76 |  |
| 花生 | 50 | 26 |  |

先把表填写完整，并说明哪种原料含油量最高。

（6）质检员王叔叔对两批产品进行检测，情况如下：

第一批，抽查300个，检验合格200个；

第二批，抽查200个，检验合格140个。

哪批产品的质量好些呢？

（7）张师傅买回一根50dm长的铁丝和一根43dm长的铜丝，将他们截成同样长的小段，结果铁丝剩余2dm，铜丝剩余3dm。所截成的小段最长是多少分米？分别能截成多少段这样最长的小段？