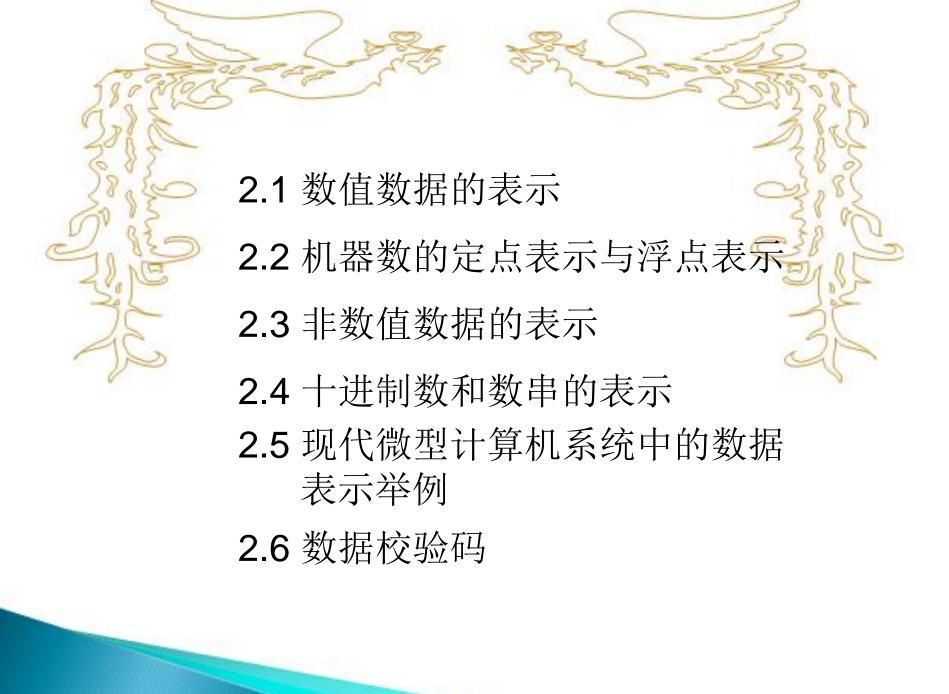
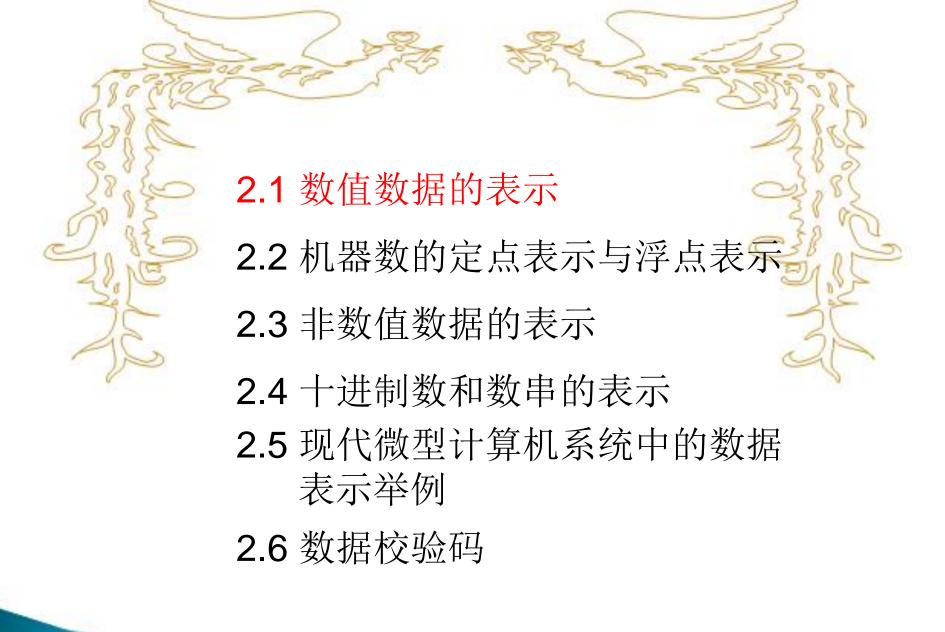


计算机组成原理

第二章 数据的机器层次表示





2.1.1 计算机中的数值数据

在计算机中常用后缀字母来表示不同的数制。

- 十进制数(D)
- 二进制数(B)
- 八进制数 (Q)
- 十六进制数(H)

在C语言中,八进制常数以前缀0开始,十六进制常数以前缀0x开始。

2.1.2 无符号数和带符号数

所谓无符号数,就是整个机器字长的全部二进制位均表示数值位(没有符号位),相当于数的绝对值。

N₁ =01001 表示无符号数9 N₂ =11001 表示无符号数25

00000000 6 如: 字太为8位,无符号数的表示范围是 0~255。

所谓带符号数,即正、负数。在日常生活中,我们用"+"、"-"号加绝对值来表示数值的大小,用这种形式表示的数值在计算机技术中称为"真值"。

对于数的符号"+"或"-",计算机是无法识别的,因此需要把数的符号数码化。通常,约定二进制数的最高位为符号位,"0"表示正号,"1"表示负号。这种在计算机中使用的表示数的形式称为机器数。

对于带符号数,最高位用来表示符号位,而不再表示数值位了,前例中的 N_1 、 N_2 在这里变为:

 N_1 = 01001 表示带符号数+9 N_2 = 11001 根据不同的机器数表示不同的值,如: 原码时表示带符号数-9, 补码则表示-7, 反码则表示-6。

2.1.3 原码表示法

原码表示法是一种最简单的机器数表示法,用最高位表示符号位,符号位为"0"表示该数为正,符号位为"1"表示该数为负,数值部分与真值相同。

若真值为纯小数,它的原码形式为 X_s . X_1X_2 ... X_n ,其中 X_s 表示符号位。

例1:
$$X_1$$
=0.0110, X_2 =-0.0110 $[X_1]_{\bar{\mathbb{R}}}$ =0.0110, $[X_2]_{\bar{\mathbb{R}}}$ =1.0110

若真值为纯整数,它的原码形式为 $X_sX_1X_2...X_n$,其中 X_s 表示符号位。

例2:
$$X_1=1101$$
, $X_2=-1101$ $[X_1]_{\bar{\mathbb{R}}}=0,1101$, $[X_2]_{\bar{\mathbb{R}}}=1,1101$ 在原码表示中,真值0有两种不同的表示形式: $[+0]_{\bar{\mathbb{R}}}=00000$ $[-0]_{\bar{\mathbb{R}}}=10000$

原码表示法的优点是直观易懂,机器数和真值间的相互转换很容易,用原码实现乘、除运算的规则很简单;缺点是实现加、减运算的规则较复杂。

2.1.4 补码表示法

为了克服原码在加、减运算中的缺点,引入了补码表示法,补码表示法的设想是:使符号位参加运算,从而简化加减法的规则;使减法运算转化成加法运算,从而简化机器的运算器电路。

1.模和同余

由于设备的原因,机器数是有字长限制的,不可能容纳无限大的任意数。当运算结果超出了机器的最大表示范围,就会发生溢出(丢失进位),此时所产生的溢出量称为模,用字母M表示。

模实际上是一个计量器的容量。例如:一个4位的计数器,它的计数值为0~15,当计数器计满15之后再加1,这个计数器就发生溢出,其溢出量为16,也就是模等于16。



- 一个字长为n+1位的纯整数的溢出量为 2^{n+1} ,即以 2^{n+1} 为模。
 - 一个纯小数的溢出量为2,即以2为模。

同余概念:即两整数A、B除以同一正整数M, 所得余数相同,则称A、B对模M同余。

A=B (mod M), 如23=13 (mod10)

对钟表而言, M=12。假设: 时钟停在8点, 而现在正确的时间是6点, 这时拨准时钟的方法有两种:

倒拨 正拨

时针倒着旋转2圈,等于分针正着旋转10圈。故有: -2=10 (mod 12),即 -2和10同余。

2.补码表示

补码的符号位表示方法与原码相同,其数值部分的表示与数的符号有关:对于正数,数值部分与真值形式相同;对于负数,其数值部分为真值形式按位取反,且在最低位加1。

若真值为纯小数,它的补码形式为 $X_s.X_1X_2...X_n$,其中 X_s 表示符号位。 例1: $X_1=0.0110$, $X_2=-0.0110$

 $[X_1]_{k} = 0.0110, \quad [X_2]_{k} = 1.1010$

若真值为纯整数,它的补码形式为 $X_sX_1X_2...X_n$,其中 X_s 表示符号位。

例2:
$$X_1$$
=1101, X_2 =-1101
$$[X_1]_{\dot{\gamma}} = 0,1101, [X_2]_{\dot{\gamma}} = 1,0011$$
 在补码表示中,真值0的表示形式是唯一的。
$$[+0]_{\dot{\gamma}} = [-0]_{\dot{\gamma}} = 00000$$

3.由真值、原码转换为补码 当X为正数时, $[X]_{h}=[X]_{g}=X$ 。 当X为负数时,由 $[X]_{g}$ 转换为 $[X]_{h}$ 的方法:

- ①[X]原除掉符号位外的各位取反加"1"。
- ②自低位向高位,尾数的第一个"1"及其右部的"0"保持不变,左部的各位取反,符号位保持不变。

2.1.5 反码表示法

反码的符号位表示方法与原码相同,但其数值部分的表示与数的符号有关:对于正数,数值部分与真值形式相同;对于负数,数值部分为真值形式按位取反。

若真值为纯小数,它的反码形式为 X_s . X_1X_2 ... X_n ,其中 X_s 表示符号位。

例1:
$$X_1=0.0110$$
, $X_2=-0.0110$ $[X_1]_{\overline{\bowtie}}=0.0110$, $[X_2]_{\overline{\bowtie}}=1.1001$

若真值为纯整数,它的反码形式为 $X_sX_1X_2...X_n$,其中 X_s 表示符号位。

例2:
$$X_1=1101$$
, $X_2=-1101$
$$[X_1]_{\nabla}=0,1101$$
, $[X_2]_{\nabla}=1,0010$

在反码表示中,真值0也有两种不同的表示形式:

$$[+0]_{\overline{\mathbb{Z}}} = 00000$$

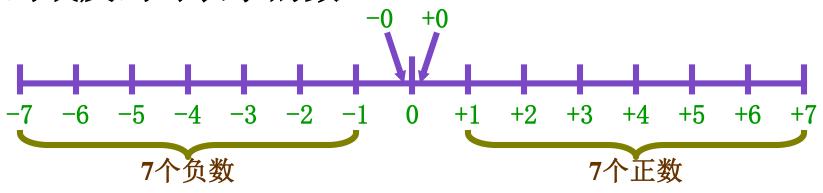
$$[-0]_{\overline{\mathbb{Q}}} = 11111$$

2.1.6 3种机器数的比较

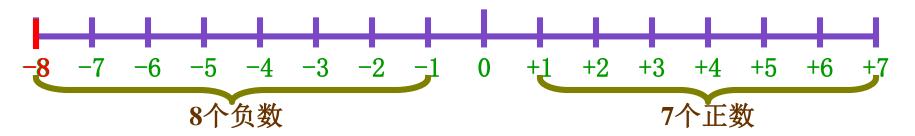
- (1) 对于正数它们都等于真值本身,而对于负数各有不同的表示。
- (2) 最高位都表示符号位,补码和反码的符号位可和数值位一起参加运算;但原码的符号位必须分开进行处理。

- (3) 对于真值0,原码和反码各有两种不同的表示形式,而补码只有唯一的一种表示形式。
- (4) 原码、反码表示的正、负数范围是对称的; 但补码负数能多表示一个最负的数(绝对值最大的负数),其值等于-2ⁿ(纯整数)或-1(纯小数)。

设机器字长4位(含1位符号位),以纯整数为例: 原码或反码可表示的数

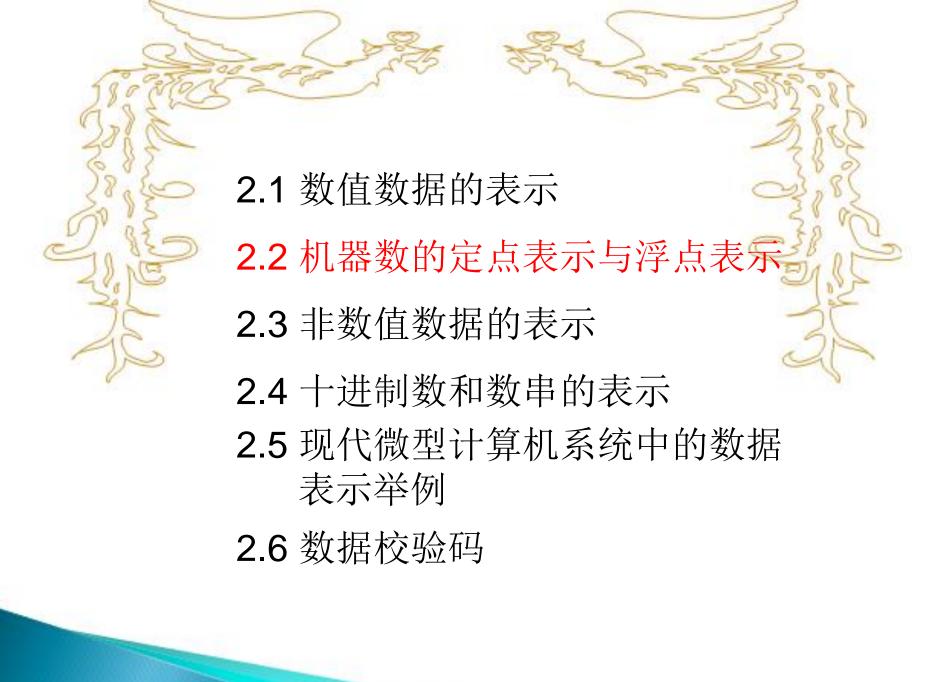


补码可表示的数(多表示一个负数)



真值与3种机器数间的对照

真值 X		[X] _原 [X] _补 [X] _反	真值 X		[X] _原	[X] _*	[X] _反
十进制	二进制		十进制	二进制			
+0	+000	0000	-0	-000	1000	0000	1111
+1	+001	0001	-1	-001	1001	1111	1110
+2	+010	0010	-2	-010	1010	1110	1101
+3	+011	0011	-3	-011	1011	1101	1100
+4	+100	0100	-4	-100	1100	1100	1011
+5	+101	0101	-5	-101	1101	1011	1010
+6	+110	0110	-6	-110	1110	1010	1001
+7	+111	0111	-7	-111	1111	1001	1000
+8	_	_	-8	-1000	_	1000	_

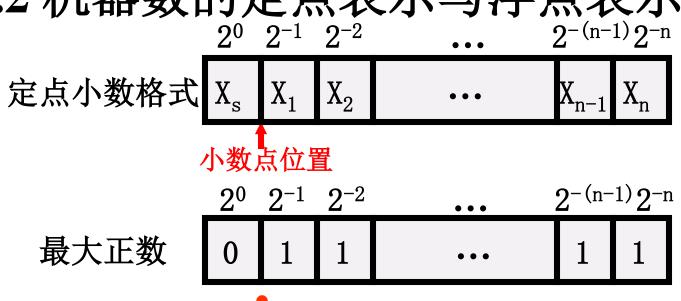


2.2.1 定点表示法

在定点表示法中约定:所有数据的小数点位置固定不变。通常,把小数点固定在有效数位的最前面或末尾,这就形成了两类定点数。

1.定点小数

小数点的位置固定在最高有效数位之前,符号位之后,记作 $X_s.X_1X_2...X_n$,这个数是一个纯小数。定点小数的小数点位置是隐含约定的,小数点并不需要真正地占据一个二进制位。



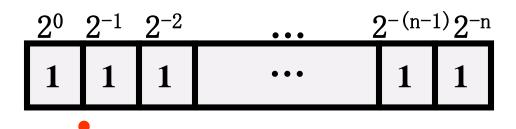
当 $X_s=0$, $X_1\sim X_n=1$ 时,X为最大正数,即: $X_{\text{最大正数}}=(1-2^{-n})$ 。

2.2 机器数的定点表示与浮点表示 定点小数格式 X_s X₁ X₂ ... X_{n-1} X_n 小数点位置 20 2-1 2-2 ... 2⁻⁽ⁿ⁻¹⁾2-n 最小正数 0 0 0 ... 0 1

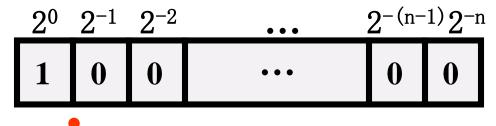
当
$$X_n=1$$
, $X_s\sim X_{n-1}=0$ 时, X 为最小正数,即: $X_{\mathrm{最小正数}}=2^{-n}$ 。

当X_s=1,表示X为负数,此时情况要稍微复杂一些,这是因为在计算机中带符号数可用补码表示,也可用原码表示。如前所述,原码与补码所能表示的绝对值最大的负数是有区别的,所以原码和补码的表示范围有一些差别。

原码表示的绝对值最大负数 1 1 1



X绝对值最大负数(原码表示时) =-(1-2-n)



X绝对值最大负数(补码表示时)=-1

综上所述:

若机器字长有n+1位,则:

原码定点小数表示范围为: -(1-2-n)~(1-2-n)

补码定点小数表示范围为: -1~(1-2-n)

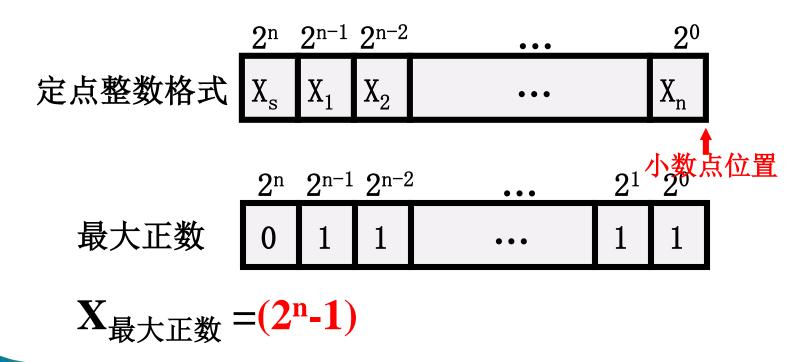
若机器字长有8位,则:

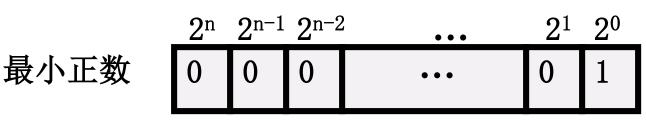
原码定点小数表示范围为: -(1-2-7)~(1-2-7)

补码定点小数表示范围为: -1~(1-2-7)

2.定点整数

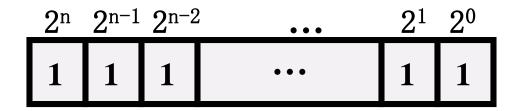
小数点位置隐含固定在最低有效数位之后,记作 $X_sX_1X_2...X_n$,这个数是一个纯整数。





X最小正数 =1

原码表示的绝对值最大负数



X绝对值最大负数(原码表示时)=-(2^{n} -1)

补码表示的绝 对值最大负数

X绝对值最大负数(补码表示时)=-2n

综上所述:

若机器字长有n+1位,则:

原码定点整数的表示范围为: -(2n-1)~(2n-1)

补码定点整数的表示范围为: -2ⁿ ~(2ⁿ-1)

若机器字长有8位,则:

原码定点整数表示范围为: -127~127

补码定点整数表示范围为: -128~127

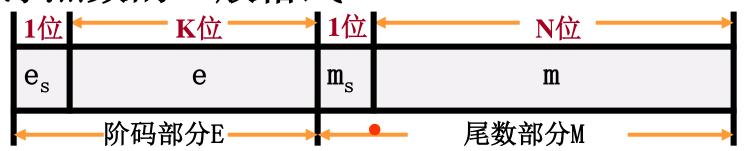
2.2.2 浮点表示法

小数点的位置根据需要而浮动,这就是浮点数。例如:

 $N=M\times r^{E} = M\times 2^{E}$

式中:r为浮点数阶码的底,与尾数的基数相同,通常r=2。E和M都是带符号数,E叫做阶码,M叫做尾数。在大多数计算机中,尾数为纯小数,常用原码或补码表示;阶码为纯整数,常用移码或补码表示。

2.2 机器数的定点表示与浮点表示 浮点数的一般格式:

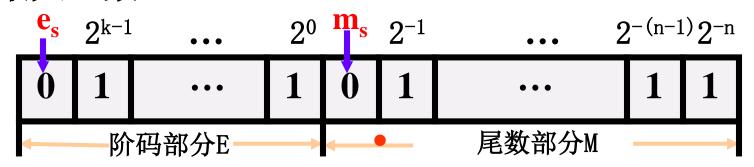


浮点数的底是隐含的,在整个机器数中不出现。阶码的符号位为e_s,阶码的大小反映了在数N中小数点的实际位置;尾数的符号位为m_s,它是整个浮点数的符号位,反映了该浮点数的正负。

假设阶码和尾数部分均用补码表示。

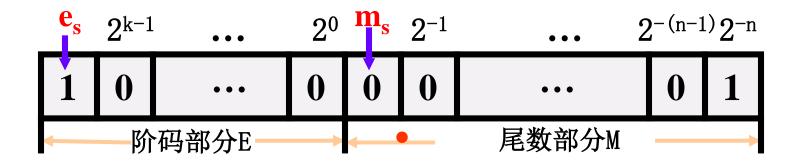
1.浮点数的表示范围

当 \mathbf{e}_s = $\mathbf{0}$, \mathbf{m}_s = $\mathbf{0}$,阶码和尾数的数值位各位全为 $\mathbf{1}$ (即阶码和尾数都为最大正数)时,该浮点数为最大正数。

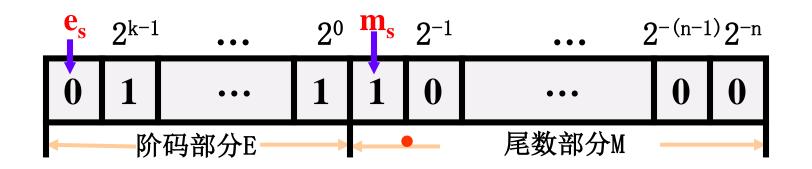


$$X_{最大正数} = (1-2-n) \times 2^{2k-1}$$

当 e_s =1, m_s =0,尾数的最低位 m_n =1,其余各位为0(即阶码为绝对值最大负数,尾数为最小正数)时,该浮点数为最小正数。



当 e_s =0,阶码的数值位为全1; m_s =1,尾数的数值位为全0(即阶码为最大正数,尾数为绝对值最大的负数)时,该浮点数为绝对值最大负数。



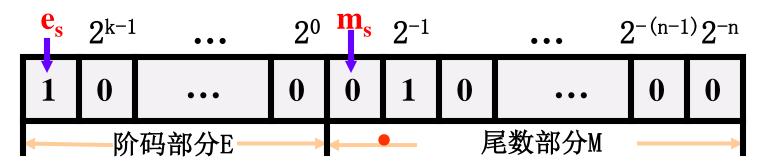
$$X$$
绝对值最大负数=- $1 \times 2^{2^{k}-1}$

2.规格化的浮点数

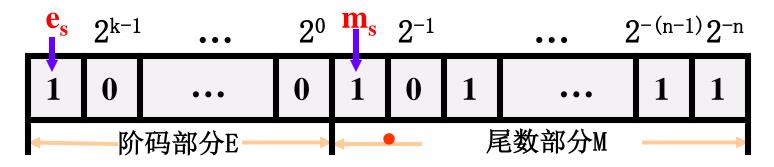
为了提高运算的精度,需要充分地利用尾数的有效数位,通常采取规格化的浮点数形式,即规定尾数的最高数位必须是一个有效值。

1/r ≤|M| < 1 如果r=2,则有1/2≤|M|<1。

在尾数用原码表示时,规格化浮点数的尾数 的最高数位总等于1。在尾数用补码表示时,规格 化浮点数应满足尾数最高数位与符号位不同 $(m_c \oplus m_1 = 1)$,即当 $1/2 \le M < 1$ 时,应有0.1xx...x形式, 当-1<M<-1/2时, 应有1.0xx...x形式。需要 注意的是当M=-1/2,对于原码来说,是规格化数, 而对于补码来说,不是规格化数; 当M=-1时,对 于原码来说,这将无法表示,而对于补码来说, 这是一个规格化数。



X规格化的最小正数= $2^{-1} \times 2^{-2^k}$



$$X$$
规格化的绝对值最小负数= -(2-1+2-n) \times 2-2k

	浮点	数代码	\$40 ENGESTED	
	阶码	尾数	真值	
最大正数	01…1	0.11…11	$(1-2^{-n})\times 2^{2^{k}-1}$	
绝对值最大负数	01…1	1.00…00	-1×2 ^{2*-1}	
最小正数	10…0	0.00…01	2-n×2 ^{-2*}	
规格化的最小正数	10…0	0.10…00	2-1×2 ^{-2*}	
绝对值最小负数	10…0	1.1111	-2-n×2 ^{-2*}	
规格化的绝对值最小负数	10…0	1.0111	$(-2^{-1}-2^{-n}) \times 2^{-2^{*}}$	

2.2.3 浮点数阶码的移码表示法

移码就是在真值X上加一个常数(偏置值),相当于X在数轴上向正方向平移了一段距离,这就是"移码"一词的来由,移码也可称为增码或偏码。

 $[X]_{8}$ =偏置值+X 字长n+1位定点整数的移码形式为 $X_{0}X_{1}X_{2}...X_{n}$ 。

最常见的移码的偏置值为2ⁿ。当字长8位时,偏置值为2⁷。

例1: X=1011101
$$[X]_{\mathcal{B}}=2^{7}+X=10000000+1011101=11011101$$
$$[X]_{\stackrel{}{\mathcal{N}}}=01011101$$
 例2: X=-1011101
$$[X]_{\mathcal{B}}=2^{7}+X=10000000-1011101=00100011$$
$$[X]_{\stackrel{}{\mathcal{N}}}=10100011$$

真值X(十进制)	真值X(二进制)	[X]*	[X]&
-128	-10000000	10000000	00000000
-127	-1111111	10000001	00000001
i i		i i	1
-1	-0000001	11111111	01111111
0	0000000	00000000	10000000
1	0000001	00000001	10000001
127	1111111	01111111	11111111

偏置值为2n的移码具有以下特点:

- (1) 在移码中,最高位为"0"表示负数,最高位为"1"表示正数。
- (2)移码为全0时,它所对应的真值最小,为全 1时,它所对应的真值最大。
- (3) 真值0在移码中的表示形式是唯一的,即 $[+0]_{8}=[-0]_{8}=100...0$ 。
- (4) 移码把真值映射到一个正数域,所以可将 移码视为无符号数,直接按无符号数规则比较大小。

(5) 同一数值的移码和补码除最高位相反外,其他各位相同。

浮点数的阶码常采用移码表示最主要的原因有:

- 便于比较浮点数的大小。阶码大的,其对应的 真值就大,阶码小的,对应的真值就小。
- 。简化机器中的判零电路。当阶码全为0,尾数也 全为0时,表示机器零。

2.2.4 实用浮点数举例

大多数计算机的浮点数采用IEEE 754标准,其格式如下,IEEE754标准中有三种形式的浮点数。

$\mathbf{m}_{\mathbf{s}}$	E	m

类型	数符 ms	阶码 E	尾数 m	总位数	偏置值	
短浮点数	1	8	23	32	7FH	127
长浮点数	1	11	52	64	3FFH	1023
临时浮点数	1	15	64	80	3FFFH	16383

以短浮点数为例讨论浮点代码与其真值之间的关系。最高位为数符位;其后是8位阶码,以2为底,阶码的偏置值为127;其余23位是尾数。为了使尾数部分能表示更多一位的有效值,IEEE754采用隐含尾数最高数位1(即这一位1不表示出来)的方法,因此尾数实际上是24位。应注意的是,隐含的1是一位整数(即位权为20),在浮点格式中表示出来的23位尾数是纯小数,并用原码表示。

例1:将(100.25)10转换成短浮点数格式。

- (1) 十进制数→二进制数 (100.25)₁₀=(1100100.01)₂
- (2) 非规格化数→规格化数 1100100.01=1.10010001×2⁶
- (3) 计算移码表示的阶码(偏置值+阶码真值) 1111111+110=10000101

短浮点数代码为

<u>0;100</u> <u>0010</u> <u>1;100</u> <u>1000</u> <u>1000</u> <u>0000</u> <u>0000</u> <u>0000</u>

表示为十六进制的代码: 42C88000H。

例2: 把短浮点数C1C90000H转换成为十进制数。

(1)十六进制→二进制形式,并分离出符号位、阶码和尾数。

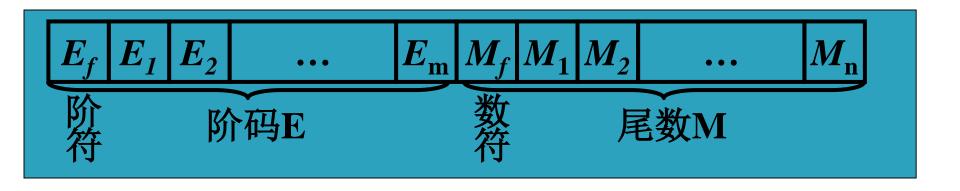
C1C90000H =

<u>1;10000011;1001001000000000000000</u>

符号位阶码

尾数

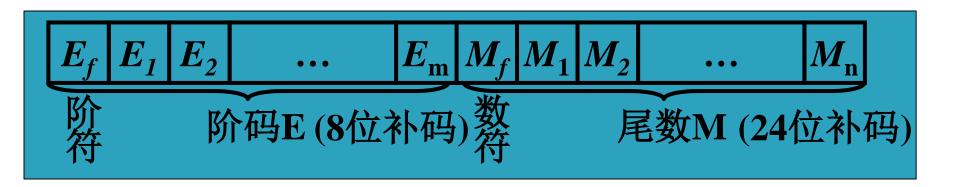
- (2) 计算出阶码真值(移码一偏置值) 10000011-1111111=100
- (3) 以规格化二进制数形式写出此数 1.1001001×2⁴
- (4) 写成非规格化二进制数形式 11001.001
- (5) 转换成十进制数,并加上符号位。 $(11001.001)_2$ = $(25.125)_{10}$ 所以,该浮点数=-25.125



例1 某浮点数格式如图示,字长32其中阶码8位,含一位阶符,补码表示,以2为底;尾数24位,含一位数符,补码表示,规格化。若浮点数代码为(A3680000)₁₆ 求其真值。

$$(A3680000)_{16} = (10100011, 01101000000...0)_{2}$$

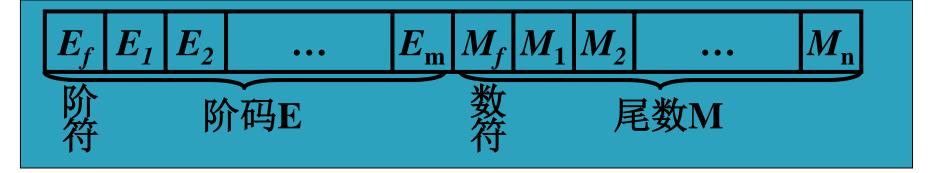
 $E = -(1011101)_{2} = -(93)_{10}$
 $M = (0.11010...0)_{2} = (0.8125)_{10}$
 $N = 2^{-93} \times 0.8125$



例2 按上述浮点格式将一(1011.11010...0)₂写成浮点数代码。

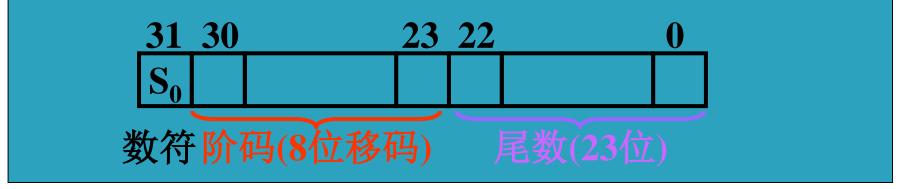
$$N=-$$
 (1011.11010...0) $_2$ $=-$ (0.101111010...0) $_2 \times 2^4$ $E=$ (4) $_{10}=$ (0000100) $_2$ $E_{\uparrow h}=00000100$ $M_{\uparrow h}=$ (1.010000110...0) $_2$ 浮点数代码为(00000100,1010000110...0) $_2$ $=$ (04A18000) $_{16}$

例3 按上述浮点格式将-2⁶×0.4375写成浮点数代码。



例4 某浮点数格式如图示,字长32,其中阶码8位,含一位阶符,移码表示,以2为底;尾数24位,含一位数符,补码表示,规格化。若浮点数代码为(BDB40000)₁₆ 求其真值。

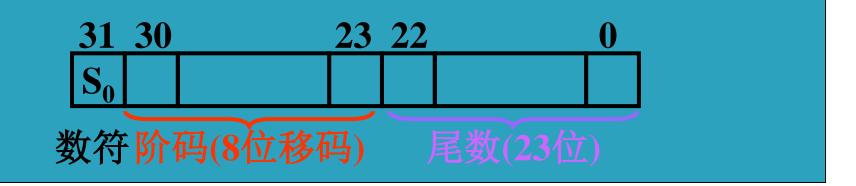
(BDB40000)
$$_{16}$$
= (1011 1101, 1011 0100 0000...00) $_{2}$
(E) $_{8}$ = (1011 1101) $_{2}$
 $=2^{7}+E$
E= (111101) $_{2}$ = (61) $_{10}$
(M) $_{1}$ =1.011010...0
M=- (0.100110...0) $_{2}$ =- (0.59375) $_{10}$
N=- (0.59375) $\times 2^{61}$



例5: 写出下列十进制数的IEEE754短浮点数编码 (1)0.15625;(2)-5

解:

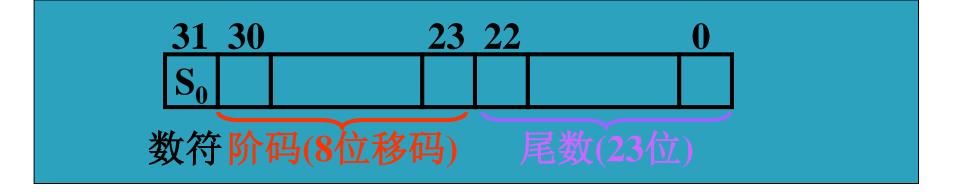
$$(1)(0.15625)_{10} = (0.00101)_2,$$
 $1.01 \times 2^{-3},$
 $E_{5} = 127 - 3 = (124)_{10}$
 $= (011111100)_2$
 $0 011111100 010000...00$

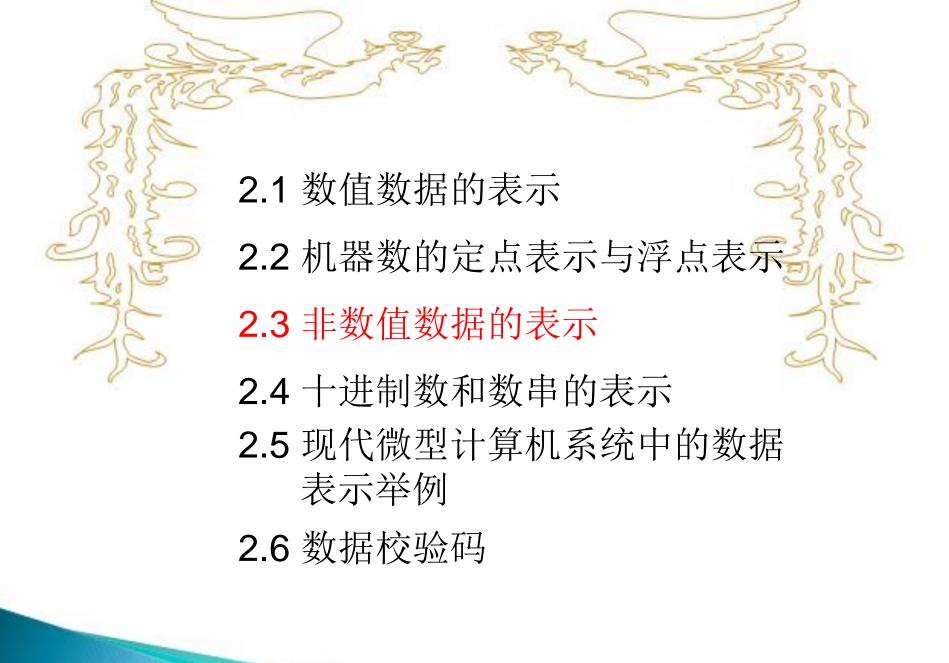


例6: 写出下列十进制数的IEEE754短浮点数编码 (1)0.15625; (2)-5

解:

$$(2)$$
- $(5)_{10}$ =- $(101)_2$,
 $-(1.01 \times 2^2)$,
 $E_{\cancel{8}}$ =127+2= $(129)_{10}$
= $(10000001)_2$
 $11000000101000...00$





2.3.1 字符和字符串的表示方法

1.ASCII字符编码

常见的ASCII码用七位二进制表示一个字符,它包括10个十进制数字(0~9)、52个英文大写和小写字母(A~Z,a~z)、34个专用符号和32个控制符号,共计128个字符。

在ASCII码表中,数字和英文字母都是按顺序排列的,只要知道其中一个的二进制代码,不要查表就可以推导出其他数字或字母的二进制代码。

b ₆ b ₅ b ₄ b ₃ b ₂ b ₁ b ₀	000	001	010	011	100	101	110	111
0000	NUL	DLE	SP	0	@	P	- 5	р
0001	SOH	DC1	1	1	A	Q	a	q
0010	STX	DC2	11	2	В	R	ь	r
0011	ETX	DC3	#	3	С	S	c	s
0100	EOT	DC4	\$	4	D	T	d	t
0101	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
0110	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
0111	BEL	ETB	E	7	G	W	g	w
1000	BS	CAN	(8	Н	X	h	х
1001	HT	EM)	9	I	Y	i	у
1010	LF	SUB	*	:	J	Z	j	Z
1011	VT	ESC	+	;	K	[k	{
1100	FF	FS	,	<	L	1	1	
1101	CR	GS	12 <u>0</u>	=	M	1	m	}
1110	RO	RS		>	N	1	n	~
1111	SI	US	1	?	0	10 <u>010</u>	0	DEL

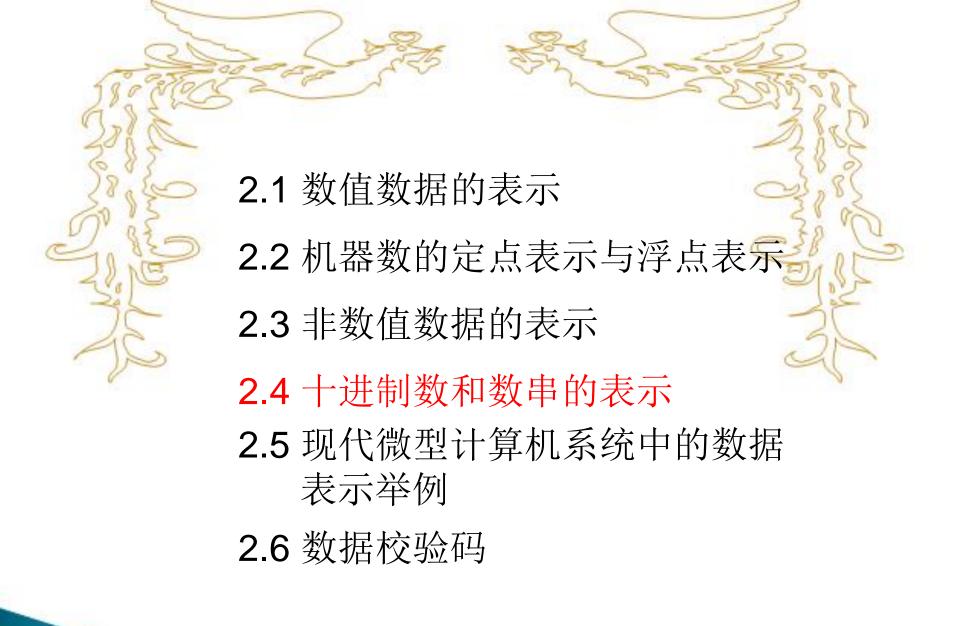
2.字符串的存放

2.3.2 汉字的表示

- 1.汉字国标码
- 2.汉字区位码
- 3.汉字机内码
- 4.汉字字形码

2.3.3 统一代码 (Unicode)

随着国际间的交流与合作的扩大,信息处理应用对字符集提出了多文种、大字量、多用途的要求,解决问题的最佳方案是设计一种全新的编码方法,这种方法必须有足够的能力来表示任意一种语言里使用的所有符号,这就是统一代码(Unicode)。



2.4 十进制数和数串的表示

2.4.1 十进制数的编码(二一十进制编码)

用四位二进制数来表示一位十进制数,称为二进制编码的十进制数,简称BCD码。

四位二进制数可以组合出16种代码,能表示16种不同的状态,我们只需要使用其中的10种状态,就可以表示十进制数的0~9十个数码,而其他的六种状态为冗余状态。由于可以取任意的10种代码来表示十个数码,所以就可能产生多种BCD编码。BCD编码既具有二进制数的形式,又保持了十进制数的特点。



2.4 十进制数和数串的表示

几种常见的BCD码

十进制数	8421码	2421码	余3码	Gray码
0	0000	0000	0011	0000
1	0001	0001	0100	0001
2	0010	0010	0101	0011
3	0011	0011	0110	0010
4	0100	0100	0111	0110
5	0101	1011	1000	1110
6	0110	1100	1001	1010
7	0111	1101	1010	1011
8	1000	1110	1011	1001
9	1001	1111	1100	1000