土地状况 / 收益 / 备选方案	有石油	干涸
开采石油	700	-100
出售土地	90	90

			乐观准则	悲观准则	等可能准则	乐观系数法（系数0.7）
	有石油	干涸				
开采	700	-100	700	-100	300	700*0.7+（-100）*0.3=460
出售	90	90	90	90	90	90
最优方案			开采	出售	开采	开采

	有石油	干涸
开采	700	-100
出售	90	90

后悔值表

	有石油	干涸	后悔值准则
开采石油	0	190	190
出售土地	610	0	610

课堂练习

课堂练习2-2.（风险型决策问题）

某企业有一新产品投放市场，在生产方面面临三种方案可以选择：扩建、新建和外包。新产品的市场需求量有四种可能：需求量大、需求量适中、需求量小和失败，而新产品投放市场后需求量状况本企业还一无所知，只知道五年内总的收益情况如下表：

	市场需求量			
	大	中	小	失败
扩建	50	25	10	-15
新建	70	30	-10	-40
外包	30	15	-5	-10

若4种市场需求量发生的可能性分别为0.1、0.3、0.2、0.4，请用期望值准则进行决策。

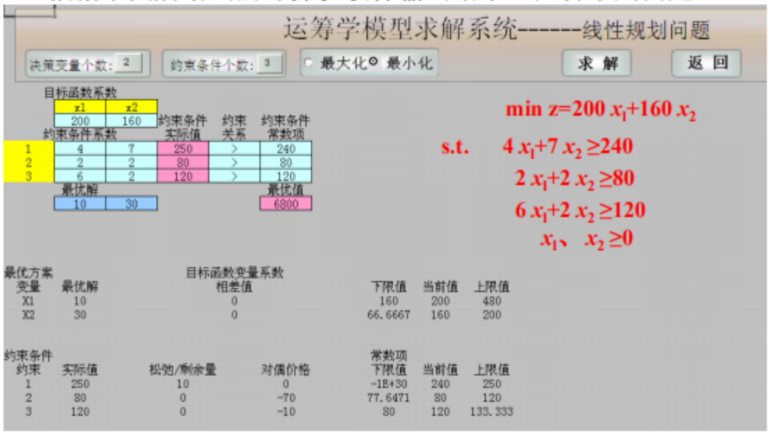
	大	中	小	失败	
	0.1	0.3	0.2	0.4	
扩建	50	25	10	-15	8.5
新建	70	30	-10	-40	-2
外包	30	15	-5	-10	2.5

题目：

某生产基地每天需从 A、B 两仓库中提取原材料 用于生产，需要提取的原材料有：原材料甲不少于 240 件，原材料乙不少于 80 公斤，原材料丙不少于 120 吨。已知每辆车从 A 仓库能运回甲 4 件、乙 2 公斤、 丙 6 吨，运费为每车 200 元；从 B 仓库辆车能运回甲 7 件、乙 2 公斤、丙 2 吨，运费为每车 160 元。为满足生 产需要，基地每天应发往 A、B 两仓库多少辆车，使 总的运费为最低。

计算机计算结果：

根据下图所给出的计算机软件输出结果，回答下列问题：



问题：

1. 该问题的最优解和最优目标函数值；

答：该问题的最优解为（10，30），最优目标函数值 6800。

也就是最优解是发往 A 仓库 10 辆车，发往 B 仓库 30 辆车，总的运费为 6800 元。

2. 目标函数中 X1 的系数 c1 的最优范围；

答：最优范围为（160，480）

也就是发往 A 仓库单辆车的运费为 160 元至 480 元时，最优的方案（发往 A 仓库 10 辆车，发往 B 仓库 30 辆车）不变。

3. 目标函数中 X2 的系数 c2 的最优范围；

答：最优范围为（66.6667，200）

也就是发往 B 仓库单辆车的运费为 66.6667 元至 200 元时，最优的方案（发往 A 仓库 10 辆车，发往 B 仓库 30 辆车）不变。

4. 如果 c1 从 200 减少到 180，最优解是多少？

答：因 C1 的最优范围为（160，480），当 C1 从 200 减少到 180 时，并未超过其最优范围的上下限值，故最优解不变，最优解仍为（10，30），最优目标函数值为 180*10+160*30=6600

也就是发往 A 仓库单辆车的运费由 200 元降低至 180 元时，未超过 C1 系数的最优范围，最优的方案（发往 A 仓库 10 辆车，发往 B 仓库 30 辆车）不变，此时花费的总运费为 6600 元。

5. 如果 c2 从 160 增加到 170，最优解是多少？

答：因 C2 的最优范围为（66.6667，200），当 C2 从 160 增加到 170 时，并未超过其最优范围的上下限值，故最优解不变，最优解仍为（10，30），最优目标函数值为 200*10+170*30=7100

6. 如果条件 4 和 5 同时发生，最优解是多少？

答：

列表计算：

增加/减少	实际改变量		允许改变量			百分比
	当前值	改变后	下限	当前值	上限	
减少	200	180	160	200	480	（200-180）/（200-160）
增加	160	170	66.6667	160	200	（170-160）/（200-160）

百分比=20/40+10/40=3/4<100%

结论：最优解不变，仍为（10，30），最优值为 180x1+170x2=180*10+170*30=6900

批注 [YE1]: 【注意事项：减少是与下限对比】

批注 [YE2]: 【注意事项：增加是与上限对比】

7. 计算约束条件的对偶价格，并解释其决策意义；
B1、B2 和 b3 的对偶价格分别为 0、-70 和-10
当 b1 增加一个单位时，目标函数单位值不变；
当提取的甲材料增加 10 公斤以内时，总的运费不变
当 b2 增加一个单位时，目标函数单位值增加 70 个单位值；
当提取的乙材料增加 1 公斤时，总的运费增加 70 元；
当 b3 增加一个单位时，目标函数单位值增加 10 个单位值；
当提取的丙材料增加 1 公斤时，总的运费增加 10 元；
甲材料的运输容量目前还没达到最大化，相对而言，乙材料的增加对单位值的成本增加额最多，所以应当强化对乙材料的过程控制，避免乙材料的不充分使用。

8.若 c1 从 200 减少到 180，同时 c2 从 160 增加到 180，对该问题的最优解有无影响？
答
列表计算：

增加/减少	实际改变量		允许改变量			百分比
	当前值	改变后	下限	当前值	上限	
减少	200	180	160	200	480	（200-180）/（200-160）
增加	160	180	66.6667	160	200	（180-160）/（200-160）

百分比=20/40+20/40=1=100%
结论：最优解不变，最优值为 180x1+180x2=180*10+180*30=7200

批注 [YE3]: 当存在两个系数及以上系数变化时，无法直接判断，可采用“百分之百法则”进行解题。当计算出来的即结果≤100%时，最优解不变，当超过 100%时，则不能确定最优解是否改变。

批注 [YE4]: 【注意事项：减少是与下限对比】

批注 [YE5]: 【注意事项：增加是与上限对比】

9.若 b1 从 240 变到 243，b2 从 80 变到 90，b3 从 120 变到 110，对该问题的对 偶价格有无影响？
列表计算：

增加/减少	实际改变量		允许改变量			百分比
	当前值	改变后	下限	当前值	上限	
增加	240	243	-∞	240	250	（243-240）/（250-240）
增加	80	90	77.6471	80	120	（90-80）/（120-80）
减少	120	110	80	120	133.333	（120-110）/（120-80）

百分比=3/10+10/40+10/40=12/40+10/40+10/40=32/40<100%
结论：三个约束条件的对偶价格不变，最优值变为=6800+0*3+70*10+10*（-10）=7400

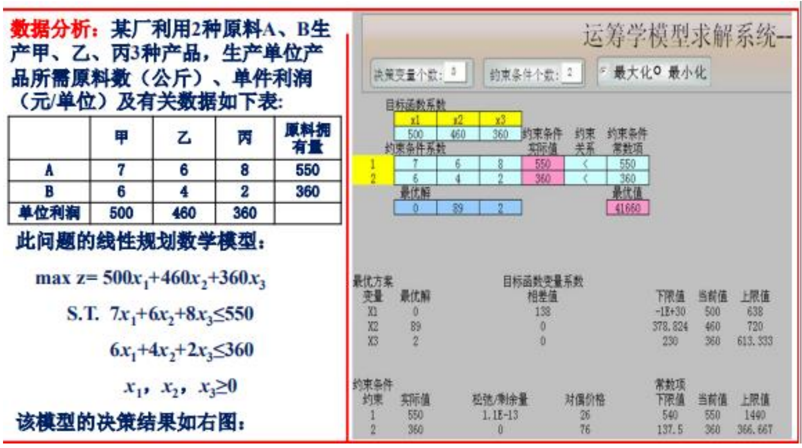
批注 [YE6]: 【注意事项：减少是与下限对比】

10.若 b1 从 240 变到 245，b2 从 80 变到 90，b3 从 120 变到 100，对该问题的对 偶价格有无影响？
答
列表计算：

增加/减少	实际改变量		允许改变量			百分比
	当前值	改变后	下限	当前值	上限	
增加	240	245	-∞	240	250	（245-240）/（250-240）
增加	80	90	77.6471	80	120	（90-80）/（120-80）
减少	120	100	80	120	133.333	（120-100）/（120-80）

百分比=5/10+10/40+20/40=20/40+10/40+20/40=50/40>100%
结论：不能判断三个约束条件的对偶价格是否改变，故最优值无法估算。

批注 [YE7]: 【注意事项：减少是与下限对比】



1. 请给出该工厂的最优生产方案；
答：最优生产方案为生产不生产甲、89 件乙和 2 件丙产品，最优生产方案下的利润为 41660 元

2. 在该方案中，产品甲不生产，那么在什么情况下产品甲就可以投产了，为什么？
答：当 x1 突破其上限值 638 时，则甲可以投产了，因为此时，甲产品的单位利润≥638，突破了原有的最优方案，在有限的原料 A 和 B 中，生产甲可以获利更多，最优生产方案下的总利润更高

3. 如果价值系数 c3 从 360 增加到 460，最优生产方案会改变吗？为什么？
答：不会变，因为价值系数 c3 的上限值为 613.333，超过本值最优生产方案才会发生改变。

4.若其它企业愿意以高于市场价格 40 元的价格出售原料 A 和原料 B，该厂应不应该购进原料以扩大生产？为什么？
应购进 B 材料扩大生产，不应购进 A 材料。
因为 A 材料的对偶价格为 26 元，也就是每增加 1 个原材料 A，所能带能的利润为 25 元，但其他企业出售以高于市场价格 40 元的价格出售原料 A，成本的增加大于其本身带来的利润，故不应增加。
B 材料的对偶价格为 76 元，也就是每增加 1 个原材料 B，所能带能的利润为 76 元，其他企业出售以高于市场价格 40 元的价格出售原料 B，可增加的利润仍大于其成本价，故应增加。

5、若 b2 从 360 增加到 366.667，对该问题的对偶价格有无影响？
答：
有影响，因为约数条件 2 的上限值为 366.667，366.667 已不再小于其上限值，则有影响。

6、若 b1 从 550 增加到 600，b2 从 360 增加到 361，对该问题的对偶价格有无影响？
答：
列表计算：

增加/减少	实际改变量		允许改变量			百分比
	当前值	改变后	下限	当前值	上限	
增加	550	600		600	1440	（600-550）/（1440-600）
增加	360	361		360	366.667	（361-360）/（366.667-360）

百分比=50/890+1/6.667<100%
结论：约束条件的对偶价格不变，仍为 26 和 76；

7.若 b1 从 550 增加到 600，b2 从 360 增加到 390，对该问题的对偶价格有无影响？
答：

列表计算：

增加/减少	实际改变量		允许改变量			百分比
	当前值	改变后	下限	当前值	上限	
增加	550	600		600	1440	（600-550）/（1440-600）
增加	360	390		360	366.667	（390-360）/（366.667-360）

百分比=50/890+30/6.667>100%

结论：不能判断约束条件的对偶价格是否有变化；

8.若 b1，b2 同时增加 10%，对该问题的对偶价格有无影响？

答：

列表计算：

增加/减少	实际改变量		允许改变量			百分比
	当前值	改变后	下限	当前值	上限	
增加	550	605		600	1440	（605-550）/（1440-600）
增加	360	396		360	366.667	（396-360）/（366.667-360）

百分比=55/890+36/6.667>100%

结论：不能判断约束条件的对偶价格是否有变化；

8. 若企业愿意以高于市场价格 40 元的价格再购进 100 公斤原料，那么原料 A,B 各为多少才能使公司获利最大？

暂放弃

产销平衡运价表

甲、乙、丙三个城市需要冬暖供煤，甲、乙两城每年分别需要320万吨，250万吨，丙城350万吨。所用煤炭分别由A，B两煤矿负责供应。A矿每年可供量400万吨，B矿450万吨。各煤矿至各城市的单位运价（万元/万吨）见下表。由于需大于供，经研究平衡决定，甲城市供应量可减少0--30万吨，乙城市需要量应全部满足，丙城市供应量不少于270万吨。试将下面产销不平衡的运输问题化为产销平衡的问题（即设虚拟的产地或虚拟的销地，写出产销平衡“运价表”）。

	甲	乙	丙	供应量（万吨）
A	15	18	22	400
B	21	25	16	450
需求量（万吨）	290-320	250	270-350	

课堂练习

产销平衡运价表.

	甲	甲'	乙	丙	丙'	供应量（万吨）
A	15	15	18	22	22	600
B	21	21	25	16	16	450
虚设产地	M	0	M	M	0	70
需求量（万吨）	290	30	250	270	80	

目标规划模型

一、确定决策变量

1、绝对变量

x_1，x_2分别为安排产品A和B的产量

2、偏差变量

d_1^+、d_1^-为投入资金高于和低于68000元的部分

d_2^+、d_2^-为投入资金高于和低于60000元的部分

d_3^+、d_3^-为总利润超过和低于70000元的部分

d_4^+、d_4^-为每周产品A的件数高于和低于200件的部分

d_5^+、d_5^-为每周产品B的件数高于和低于120件的部分

二、确定目标函数

1、第一优先组级目标函数

$$\min \quad P_1(d_1^+)+P_1(d_2^-)$$

2、第二优先组级目标函数

$$\min P_2(d_3^-)$$

3、第三优先组级目标函数

$$\min P_3(d_4^-)+P_3(2d_5^-)$$

三、确定约束条件

本问题没有绝对约束，只有条件约束

1、对于第一优先级

$200x_1+300x_2-d_1^++d_1^-=68000$ （总资金不超过68000元）

$200x_1+300x_2-d_2^++d_2^-=60000$ （总资金不少于60000元）

2、对于第二优先级

$250x_1+125x_2-d_3^++d_3^-=70000$ （总利润不低于70000元）

3、对于第三优先级

$x_1-d_4^++d_4^-=200$ （A产量不低于200件）

$x_2-d_5^++d_5^-=120$ （B产量不低于120件）

目标规划模型的标准型

$$\min \quad P_1(d_1^++d_2^-)+P_2(d_3^-)+P_3(d_4^-+2d_5^-)$$

$$\begin{aligned}
\text{s.t.}\quad & 200x_1+300x_2-d_1^++d_1^-=68000\\
& 200x_1+300x_2-d_2^++d_2^-=60000\\
& 250x_1+125x_2-d_3^++d_3^-=70000\\
& x_1-d_4^++d_4^-=200\\
& x_2-d_5^++d_5^-=120\\
& x_1、x_2、d_i^+、d_i^-\geq 0\ (i=1,2,3,4,5)
\end{aligned}$$

Date / /

生产计划问题

一、确定决策变量

设x_1、x_2分为产品I和产品II的数量

二、确定目标函数

本题目要求总的利润最大，总的利润为：

$3x_1+2x_2$，故目标函数为：

$$\max z = 3x_1+2x_2$$

三、确定约束条件

$2x_1+3x_2 \le 14$（原材料A的库存量）

$2x_1+x_2 \le 9$（原材料B的库存量）

四、建立模型

$$\max z = 3x_1+2x_2$$

$$\text{s.t.}\quad 2x_1+3x_4 \le 14$$

$$2x_1+x_2 \le 9$$

$$x_1, x_2 \ge 0，取整$$

排列问题

Date / /

一、确定决策变量

把所有售货员分为7组，设：

~~x_1为第一组的人数，星期一开始上班~~

~~x_1~~ 设

$x_i(i=1\sim7)$为第一、二、三、四、五、六、七组的人数，分别从星期一、二、三、四、五、六、七开始上班，如下：

	星期一	星期二	三	四	五	六	
一组	x_1	x_1	x_1	x_1	x_1		
二组		x_2	x_2	x_2	x_2	x_2	
三组			x_3	x_3	x_3	x_3	x_3
四组	x_4			x_4	x_4	x_4	x_6
五组	x_5	x_5			x_5	x_5	x_5
六组	x_6	x_6	x_6			x_6	x_6
七组	x_7	x_7	x_7	x_7			x_7
需求	20	24	25	20	28	32	34

二、确定目标函数

本问题目标是配备售货员的总人数最少，而售货员总人数为 $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7$

所以目标函数为：

$$\min f=x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7$$

Date / /

三、确定约束条件

$$x_1+x_4+x_5+x_6+x_7\geq20$$
$$x_1+x_2+x_5+x_6+x_7\geq24$$
$$x_1+x_2+x_3+x_6+x_7\geq25$$
$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_7\geq20$$
$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5\geq28$$
$$x_2+x_3+x_4+x_5+x_6\geq32$$
$$x_3+x_4+x_5+x_6+x_7\geq34$$

四、建立模型

$$\min f=x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7$$

$$
\begin{aligned}
s.t.\quad & x_1+x_4+x_5+x_6+x_7\geq20\\
& x_1+x_2+x_5+x_6+x_7\geq24\\
& x_1+x_2+x_3+x_6+x_7\geq25\\
& x_1+x_2+x_3+x_6+x_4+x_7\geq2\\
& x_1+x_2+x_3+x_4+x_5\geq28\\
& x_2+x_3+x_4+x_5+x_6\geq32\\
& x_3+x_4+x_5+x_6+x_7\geq36\\
& x_i(i=1\cdots7)\geq0
\end{aligned}
$$

套材下料问题

Date / /

一、确定决策变量

分别设$x_i(i=1\ldots8)$为表中8种方法下料原材料的根数，如下表：

	1	2	3	4	5	6	7	8
2.9	1	1	1	2	0	0	0	0
2.1	1	2	0	0	1	2	3	0
1.5	1	0	3	1	3	2	0	4
合计	6.5	7.1	7.4	7.3	6.6	7.2	6.3	6
余料	0.9	0.3	0	0.1	0.8	0.2	1.1	1.4
决策变量	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8

二、确定目标函数

本题目标是做100套钢架所用原材料总数最少，总用料为：

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8$$

所以目标函数为：

$$\min f=x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8$$

Date / /

二、确定约束条件

$x_1+x_2+x_3+2x_4\geq100$ （2.9m 总根数

$x_1+2x_2+x_5+2x_6+3x_7\geq100$ (……)

$x_1+3x_3+x_4+3x_5+2x_6+4x_8\geq100$

选址问题

一、确定决策变量

设0-1变量：$x_i=\begin{cases}1 & B_i\text{点被选用}\\0 & B_i\text{点不被选用}\end{cases}$

$i=1,2,\cdots 14.$

如下表：

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}
投资额	80	100	120	110	70	90	80	140	160	150	130
利润	36	54	22	28	35	23	46	59	60	40	28
选与否	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}
数量约束	≤ 3				≥ 2			≥ 1		≥ 1	

B_{12}	B_{13}	B_{14}
~~130~~ 60	80	70
~~28~~ 25	35	40
x_{12}	x_{13}	x_{14}
≥ 2		

二、确定目标函数

本题目要求总的利润最大，即总的利润为：

$36x_1+54x_2+22x_3+28x_4+35x_5+23x_6+46x_7+59x_8+60x_9+40x_{10}+28x_{11}+25x_{12}+35x_{13}+40x_{14}$

所以目标函数为：

$$\max z=36x_1+54x_2+22x_3+28x_4+35x_5+23x_6+46x_7+59x_8+60x_9+40x_{10}+28x_{11}+25x_{12}+35x_{13}+40x_{14}$$

三、确定约束条件

首先是总投资额不超过900万元，即：

$80x_1+100x_2+120x_3+110x_4+70x_5+90x_6+80x_7+140x_8+160x_9+150x_{10}+130x_{11}+60x_{12}+80x_{13}+70x_{14}\leq 900$

其次是各选址的数量限制

$x_1+x_2+x_3+x_4\leq 3$（城东区最多选三个点）

$x_5+x_6+x_7\geq 2$（北　）

$x_8+x_9\geq 1$（南　）

$x_{10}+x_{11}\geq 1$（西　）

$x_{12}+x_{13}+x_{14}\geq 2$（红

四、建立模型

$\max z=\cdots$

s.t.

$x_i\geq 0$，x_i为0-1变量 $i=1\cdots 14$.

固定成本核算问题

一、确定决策变量

设已建的一个生产点和两个拟建生产点到两个分销点的运输量分别为 $x_i\ (i=1,2,\cdots 6)$

另设两个选址变量 $y_j\ (j=1,2)$，具体如下：

	B_1	B_2	选择否	固定成本	产量
A_1	x_1	x_2		0	3
A_2	x_3	x_4	y_1	15.5	5
A_3	x_5	x_6	y_2	21	6
销量	7.5	2.5			

二、确定目标函数

拟建点的固定成本为： $15.5y_1+21y_2$

总的运输费用为：

$6x_1+4.5x_2+5x_3+5.6x_4+3.5x_5+2x_6$

所以目标函数为：

$$\min f=15.5y_1+21y_2+6x_1+4.5x_2+5x_3+5.6x_4+3.5x_5+2x_6$$

三、确定约束条件：

总产量的约束条件：

$x_1+x_2\leq 3$（A_1厂产量）

$x_3+x_4\leq 5y_1$（A_2厂产量）

$x_5+x_6\leq 6y_2$（A_3厂产量）

总销量的约束条件：

$x_1+x_3+x_5=7.5$

$x_2+x_4+x_6=2.5$

四、建立模型

$$\min f=15.5y_1+21y_2+6x_1+4.5x_2+5x_3+5.6x_4+3.5x_5+2x_6$$

s.t. $x_1+x_2\leq 3$

$x_3+x_4\leq 5y_1$

$x_5+x_6\leq 6y_2$

$x_1+x_3+x_5=7.5$

$x_2+x_4+x_6=2.5$

$x_i\geq 0\ (i=1,2,\cdots 6)$ $y_j=0-1$变量 $(j=1,2)$

生产—库存—运输

一、确定决策变量

设 x_{11} 由阿干镇运往一区的产量

x_{12} 由阿干镇运往二区的产量

x_{13} 由阿干镇运往三区的产量

x_{21} 由窑街运往一区的产量

x_{22} 由窑街运往二区的产量

x_{23} 由窑街运往三区的产量

~~如下表：~~

~~运于~~ 二、确定目标函数

本题同要运输最低，总的运费为：

$1.8x_{11} + 1.7x_{12} + 1.55x_{13} + \cancel{x_{21}}\ 1.6x_{21} + 1.5x_{22} +$

$1.75x_{23}$，所以目标函数为：

$\min f = 1.8x_{11} + 1.7x_{12} + 1.55x_{13} + 1.6x_{21} + 1.5x_{22} + 1.75x_{23}$

三、确定约束条件

运出地：$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 3500$

$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 2500$

运入地：$x_{11} + x_{21} = 3000$

$x_{12} + x_{22} = 1000$

$x_{13} + x_{23} = 2000$

四、建立模型

$\min f = 1.8x_{11} + 1.7x_{12} + 1.55x_{13} + 1.6x_{21} + 1.5x_{22} + 1.75x_{23}$

s.t. $x_{11} + x_{12} + x_{13} = 3500$

$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 2500$

$x_{11} + x_{21} = 3000$

$x_{12} + x_{22} = 1000$

$x_{13} + x_{23} = 2000$

$x_{ij} \geq 0 \ (i = 1, 2, j = 1, 2, 3)$