

# BP 网络激活函数选择在径流预报模型中的应用

王丽萍<sup>1</sup>, 张新明<sup>1</sup>, 李继伟<sup>1</sup>, 张彦科<sup>1</sup>, 李克飞<sup>2</sup>

(1. 华北电力大学可再生能源学院, 北京 102206; 2. 黄河勘测规划设计有限公司 郑州 450003)

**摘要:** 针对传统 BP 算法训练时间长、收敛速度慢、局部收敛等固有缺陷, 选取 BP 网络结构设计中重要因素激活函数进行分析研究。设计了混合水平全排列组合试验方案, 选取预测样本相对误差平均值、训练总次数、训练均方根误差作为性能评价指标, 采用极差分析法对激活函数进行灵敏度分析。通过 BP 网络中长期径流预报模型的模拟仿真结果表明, BP 网络不同层激活函数的组合工况对预报模型的收敛速度、收敛精度及泛化推广能力具有重要影响。其中输出层激活函数为单极性 S 型函数, 隐含层激活函数为正弦函数, 且形状因子参数在 1.4~1.6 之间的 BP 网络径流预测模型, 大大提高了预测效率与精度。

**关键词:** 水文学; BP 网络; 激活函数; 灵敏度; 径流预报

**中图分类号:** TV11 **文献标识码:** A

## BP neural network activation function's selection and application to runoff forecasting model

WANG Liping<sup>1</sup>, ZHANG Xinming<sup>1</sup>, LI Jiwei<sup>1</sup>, ZHANG Yanke<sup>1</sup>, LI Kefei<sup>2</sup>

(1. North China Electric Power University Renewable Energy School, Beijing 102206;

2. Yellow River Engineering Consulting Co LTD. Zhengzhou 450003)

**Abstract:** To reveal the inherent defects of traditional BP algorithm, this paper selects and studies the activation function of BP network, an important factor of the BP structure. We design a mixed-level permutation test with performance evaluation indexes of forecast sample mean relative error, total training number, and training root mean square error, and adopt range analysis for activation function sensitivity. Application of this BP network to long-term runoff forecasting model shows that different combination of activation functions on various network layers has significant influence on the performances, convergence rate, forecast accuracy and generalization ability of the prediction model.

**Key words:** hydrology; BP neural network; activation function; sensitivity analysis; runoff forecasting

## 0 引言

标准 BP 神经网络是一种基于数据驱动的非线性映射模型, 由前向传播和误差反向传播两个过程组成, 其实质是基于最速下降法寻求误差函数最小值的无约束优化有教前向网络<sup>[1]</sup>。标准 BP 算法存在训练时间长、收敛速度慢、局部收敛及假饱和现象等固有缺陷, 且实际应用中 BP 网络结构设计的理论依据也有待完善。其根本原因与激活函数、误差函数、训练过程的选取密不可分<sup>[2-4]</sup>。但 BP 网络因其不必事先假定数据服从何种分布的“黑箱”模型处理特性, 在目前发展相对落后的中长期径流预报模型中具有独特的优势。多数研究资料只根据标准 BP 算法或某一改进 BP 算法直接建立预报模型, 却因 BP 网络本身非线性特点及复杂计算方法对如此建模依据不甚了解, 在应用中或多或少出现盲目套用现象。本文通过深入研究 BP 算法计算原理, 选择重要影响因素激活函数进行灵敏度分析<sup>[5]</sup>, 寻求激活函数与径流预报模型之间的影响规律, 为以后建立 BP 网络径流中长期预报模型提供参考。

收稿日期: 2013-01-20

基金项目: 国家水体污染控制与治理科技重大专项资助(2009ZX07423-001); 国家自然科学基金资助项目资助(51179069); 中央高校基本科研业务费专项资金资助(12QX20, 11QX53, 11QX52)

作者简介: 王丽萍(1956-), 女, 教授, E-mail: jingfeng111284@sina.com

## 1 影响因子（激活函数）的分析及选择

### 1.1 影响因子的分析

BP 网络结构的最基本处理单元（神经元，又称节点）随激活函数选取而具有不同特性，进而影响整个网络的收敛性和推广性，因此激活函数在 BP 网络的结构设计及应用机理方面都起到了至关重要的作用<sup>[6-8]</sup>，如隐层节点数的确定、网络收敛速度的快慢、网络泛化能力等<sup>[9]</sup>。分析其内在原因：

①样本从输入层到隐含层再到输出层的整个数据传接过程，均是激活函数利用其信息处理特性将数据进行变换而衔接起来的；

②BP 网络的训练学习过程，即通过调整网络权值使误差能量函数降低到给定精度的计算过程，均会频繁使用激活函数的导数，所以在一定意义上激活函数可以决定误差函数的性质特征，进而影响 BP 网络模型的应用效果。

针对目前许多改进 BP 算法并没有对激活函数这个基本要素进行改动，本文将这个重要影响因子分为隐含层激活函数和输出层激活函数两大类，分析不同激活函数组合工况对中长期径流预报结果产生的影响，并从应用一般性与效果优良性的角度，对 BP 网络中长期径流预报模型的最优激活函数组合给出建议。

### 1.2 影响因子的选择

通过分析研究目前有关 BP 网络激活函数文献，综合考虑各类函数特性及 BP 网络收敛速度，激活函数的选取依层而定，即隐含层激活函数与输出层激活函数不同，各层之间神经元激活函数相同，同时考虑激活函数连续可导的基本要求，激活函数影响因子的选择具体如下：隐含层激活函数集合  $BPF_1 = \{F_{1-0.2}, F_{1-1}, F_{1-3}, F_{1-5}, F_{1-8}, F_{2-0.2}, F_{2-1.2}, F_{2-1.5}, F_{2-1.8}, F_{2-4}, F_{3-0}, F_{4-0}\}$ ，下角标为函数类型及函数的对应参数，无参数变化时记为 0，线性函数因其分类特性较差，线性阈值函数由于其不可导性质，在此不作为影响因子考虑。公式如下所示：

$$F_1 = \frac{1}{1 + e^{-kx}} (k = 0.2, 1, 3, 5, 8) \quad (1)$$

$$F_2 = 0.2 \sin \lambda x + 0.5 (\lambda = 0.2, 1.2, 1.5, 1.8, 4) \quad (2)$$

$$F_3 = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad (3)$$

$$F_4 = e^{-x} \approx 1 - x + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} \quad (4)$$

输出层激活函数通常选择线性函数，本文同时将单极性 S 函数作为激活函数进行对比分析研究，则输出层激活函数的集合  $BPF_2 = \{f_1, f_{2-0.3}\}$ ，公式如下所示：

$$f_1 = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (5)$$

$$f_{2-0.3} = 0.3x \quad (6)$$

## 2 BP 径流预测模型激活函数灵敏度分析

### 2.1 试验方案的设计

通过分析已确定的隐含层与输出层激活函数影响因子集合，设计试验方案时将不同层激活函数作为因素，各激活函数不同参数的选择状态称为水平，则本次试验方案为两因素，一个因素为 12 水平，一个因素为 2 水平。为了充分考察不同激活函数组合工况对中长期径流预报的影响，须对各种因素的不同状态进行试验，同时考虑试验因素个数只有两个，方案设计选择为混合水平下的全排列组合形式，共 24 种组合方案。试验设计结果如表 1 所示：

### 2.2 性能评价指标的确定

为分析不同激活函数组合工况下 BP 网络中长期径流预报模型的预测效果，从 BP 网络自身特点及预测结果两个角度出发，设计了训练总次数  $T$ 、训练均方根误差  $e_t$ 、预测样本相对误差平均值  $e_f$  三个性能评价指标，分别采用如下公式：

$$e_t = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^M (x_{ti} - x_{oi})^2} \quad (7)$$

$$e_f = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left| \frac{X_{fj} - X_{oj}}{X_{oj}} \right| \quad (8)$$

式中:  $M$  为网络训练样本数;  $x_{ti}$  为第  $i$  个样本的网络训练值;  $x_{oi}$  为第  $i$  个样本的目标值;  $N$  为预测样本数;  $X_{fj}$  为第  $J$  个样本网络预测值;  $X_{oj}$  为第  $J$  个样本的目标值。训练总次数, 若训练满足精度要求, 记为终止时的训练次数; 若已达到训练次数上限值仍未满足精度要求, 则训练次数上限值即为训练总次数。训练均方根误差即是训练过程终止时训练样本的均方根误差, 可能达到精度要求, 也可能偏差较远。预测样本相对误差值, 是所有预测样本相对值的平均值。显然三个指标均为越小越优型性能评价指标。

### 2.3 BP 网络的径流预测模型及模拟仿真

依据中长期径流预报及 BP 神经网络的基本原理<sup>[10-11]</sup>, 建立由输入层、一个隐含层、输出层构成的三层 BP 网络中长期径流预报模型。输出层内容比较明确, 即预测时段的径流过程, 因此输出层节点数确定为一个, 代表预报时段  $t$  的径流量。依据径流形成机理, 中长期预报时段  $t$  内的径流量主要受前期降雨量影响, 而前期降雨最终将以产生前期径流的方式增加  $t$  内径流量。从所获资料最不利情况出发, 建立中长期径流预测的 BP 网络模型如下:

$$Q_{t+1} = f(R_t, R_{t-1}, R_{t-2}, \dots, R_{t-\gamma}, Q_t, Q_{t-1}, Q_{t-2}, \dots, Q_{t-\tau}) \quad (9)$$

式中:  $R_t$  为  $t$  时段的平均降雨量;  $Q_t$  为  $t$  时段平均径流量;  $\gamma$ 、 $\tau$  分别表示前期降雨量、径流量对  $Q_{t+1}$  的影响时段数。若现有资料更充足, 则可作为预测模型的影响因子继续增加输入层节点数目。本模型中, 因已知基础数据资料较少, 通过程序实验, 最终确定输入层节点数为 9, 即前期降雨量影响时段数  $\gamma$  为 3, 前期径流量影响时段数  $\tau$  为 6。若实际降雨资料都难于获得, 则影响因子只考虑前期径流量, 此时 BP 网络预测模型仅是从实际出发的最保守最基本通用模型。对于隐含层节点数, 在输入层和输出层节点数确定的基础上, 通过不同激活函数组合工况下的多次试算, 最终定为 8。

本文选用的实验数据为丹江口 1956-2008 年 53 年的降雨径流资料, 其中将 44 年的 (1956-1999 年) 年平均降雨径流数据作为训练样本, 2000-2008 年的年平均降雨径流数据作为预测目标值。同时考虑到预测结果的合理性, 对每一种试验组合工况均模拟仿真 5 次, 然后对 5 次数据取平均值作为最终计算结果来进行实验分析。

### 2.4 影响因子的极差分析

试验结果的处理分析可采用极差分析法, 该方法可通过试验方案的适当组合, 得到平均状态下某一因素不同水平对试验指标的影响, 也可通过极差值反映不同因素对试验指标的影响。根据建立的 BP 网络中长期径流预报模型, 利用 C# 语言进行编程计算, 得出实验模拟仿真结果。将数据进行整合处理, 对激活函数的灵敏度分析如下:

1) 从 BP 网络的整体结构出发, 对比分析两类激活函数对中长期径流预报模型的灵敏度, 计算结果如表 2 所示。可以看出三个性能评价指标的极差值均是隐含层激活函数大于输出层激活函数, 表明隐含层激活函数在 BP 网络中长期预报模型中应作为主要影响因素考虑, 但网络结构设计的前提条件是 BP 网络可被训练。如表 1 中实验 24, 两层激活函数的组合工况无法完成网络训练, 则 BP 网络径流预报模型的建立失去意义, 因此输出层激活函数选择的不可忽略性在于它对网络运行的基本保证性能。

2) 当输出层激活函数确定时, 将不同类型的隐含层激活函数作为因素, 各激活函数参数的个数作为水平数, 通过径流预测结果进行隐含层函数的灵敏度分析如下:

①输出层激活函数为线性函数, 计算结果如表 2 所示:

由表格分析计算可以看出: 当输出层激活函数确定为线性函数时, 隐含层激活函数若为 L 型函数, 则 BP 网络模型无法被训练而导致震荡, 可以称之为建模失败; S 型函数的三个性能指标值相对于其余两个函数来讲结果较差, 即灵敏度弱于其他两类函数, 在设计 BP 网络中长期径流模型时基本可不予考虑选择此因素; 双曲正切函数与正弦函数各个性能指标值较接近, 但也有略微差别, 双曲正切函数的训练精度与预测精度稍高于正弦函数, 而正弦函数的训练速度 (训练总次数) 又优于双曲正切函数, 因此具体函数的选

择还应视径流预测结果的要求而定。

表 1 隐含层与输出层激活函数灵敏性分析  
Table 1 Sensitivity analysis of activation function on hidden layers and output layers

实验序号	$F$	$f$	误差相对值	训练次数	总误差
1	$F$ 1-0.2	$f$ 1-0	4.33%	50000	0.2586
2	$F$ 1-1	$f$ 1-0	2.20%	35037	0.1000
3	$F$ 1-3	$f$ 1-0	2.11%	12243	0.0995
4	$F$ 1-5	$f$ 1-0	1.83%	7516	0.0995
5	$F$ 1-8	$f$ 1-0	2.17%	50000	0.1688
6	$F$ 2-0.2	$f$ 1-0	2.85%	41591	0.1000
7	$F$ 2-1.2	$f$ 1-0	1.78%	4031	0.1000
8	$F$ 2-1.5	$f$ 1-0	1.33%	1758	0.0997
9	$F$ 2-1.8	$f$ 1-0	3.64%	1550	0.0998
10	$F$ 2-4	$f$ 1-0	3.44%	5509	0.0984
11	$F$ 3-0	$f$ 1-0	2.93%	24774	0.0999
12	$F$ 4-0	$f$ 1-0	3.86%	50000	0.2706
13	$F$ 1-0.2	$f$ 2-0.3	6.86%	50000	0.2883
14	$F$ 1-1	$f$ 2-0.3	5.52%	50000	0.2627
15	$F$ 1-3	$f$ 2-0.3	3.79%	17355	0.0999
16	$F$ 1-5	$f$ 2-0.3	4.54%	50000	0.1124
17	$F$ 1-8	$f$ 2-0.3	5.75%	50000	0.3955
18	$F$ 2-0.2	$f$ 2-0.3	5.59%	48440	0.1287
19	$F$ 2-1.2	$f$ 2-0.3	3.74%	4908	0.0999
20	$F$ 2-1.5	$f$ 2-0.3	2.55%	2415	0.0997
21	$F$ 2-1.8	$f$ 2-0.3	4.10%	1847	0.0994
22	$F$ 2-4	$f$ 2-0.3	4.40%	3607	0.0985
23	$F$ 3-0	$f$ 2-0.3	3.06%	34068	0.1000
24	$F$ 4-0	$f$ 2-0.3	震荡	震荡	震荡
预测样本相对误差极差			3.65%	1.83%	
训练次数极差			48302	8921	
训练总误差极差			0.1837	0.0519	

表 2 输出层函数为线性的隐含层激活函数灵敏性分析  
Table 2 Sensitivity analysis of hidden layer activation functions based on linear activation function on output layer

性能指标	输出函数为线性函数				
	水平	F(S 型函数)	正弦函数	双曲正切函数	L 型函数
预测样本相对误差均值	极差	3.07%	3.04%		震荡
	均值	5.29%	4.07%	3.06%	
训练总次数	极差	42484	46593		震荡
	均值	30959	12243	34068	
训练均方根误差	极差	0.2956	0.0302		震荡
	均值	0.2318	0.1053	0.1	

表 3 输出层函数为单极性 S 型函数的隐含层激活函数灵敏性分析

Table 3 Sensitivity analysis of hidden layer activation function based on the S-shaped unipolar activation function on output layer

性能指标	输出函数为单极性 S 型函数				
	水平	F(S 型函数)	正弦函数	双曲正切函数	L 型函数
预测样本相对误差	极差	2.50%	3.11%		
	均值	2.53%	2.81%	2.93%	3.86%
训练总次数	极差	32645	40041		
	均值	43471	10888	24774	50000
训练均方根误差	极差	0.1591	0.0016		
	均值	0.1453	0.0996	0.0999	0.2706

②输出层激活函数为单极性 S 型函数，计算结果如表 3 所示：

由表格分析计算可以看出：当输出层激活函数确定为单极性 S 型函数时，从预测样本相对误差平均值、训练总次数及训练均方根误差三个性能指标的极差及均值分析，正弦函数在 BP 网络中长期径流预报模型中的灵敏度最高，应作为建模时的首要选择因素。

3) 隐含层激活函数为 S 型函数或正弦函数，引入形状因子参数，则不同形状因子值将会得到不同的函数图像，即函数值及函数导数值将发生变化，进而对整个 BP 网络模型会产生不同的影响。下面分别从三个性能指标出发，分析隐含层激活函数的形状因子参数对 BP 网络径流中长期预测模型的影响。

①预测样本相对误差平均值。由图 1，图 2 可知，输出层激活函数为单极性 S 型或为线性函数，隐含层激活函数的 S 型函数及正弦函数均存在一个最优的形状因子使该性能指标达到最小，但正弦函数的收敛速度及最小相对误差平均值均优于正弦函数，即灵敏度较高，因此隐含层激活函数应确定为正弦函数，同时选择合适的形状因子参数值 1.4~1.7 之间。

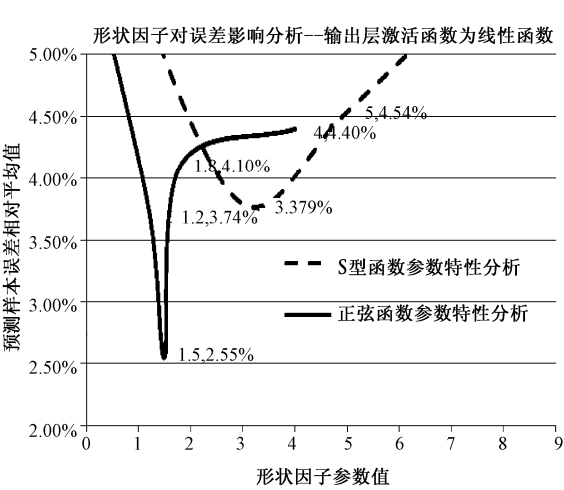


图 1 输出层激活函数为线性

Fig. 1 Mean relative error of forecast sample using linear activation function on output layer

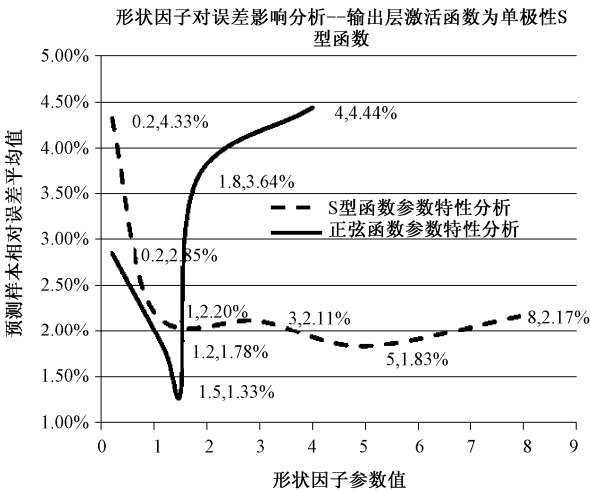


图 2 输出层激活函数为单极性 S 型

Fig. 2 Mean relative error of forecast sample using S-shaped unipolar activation function on output layer

②训练次数。由图 3，图 4 可知，无论输出层激活函数为单极性 S 型函数或为线性函数，隐含层激活函数的 S 型函数及正弦函数均存在一个最优的形状因子使训练次数性能指标值达到最小，但容易看出正弦函数的收敛速度及训练次数最小值均优于 S 型函数，即正弦函数具有较高的灵敏度，因此 BP 网路模型应选择正弦函数，同时确定其形状因子值在 1.4~1.7 之间。

③训练均方根误差。由图 5，图 6 可知：无论输出层激活函数为单极性 S 型函数还是线性函数，S 型函数均存在一个最合适的形状因子使总误差达到最小；而正弦函数对于形状因子值的改变总误差值基本稳定，即形状因子对此性能指标值影响较小。S 型函数的最小总误差值会小于正弦函数，但是偏差值较小，

因此从整体效果及稳定程度来看, BP 网络中长期径流模型中仍会首选正弦函数作为隐含层激活函数。

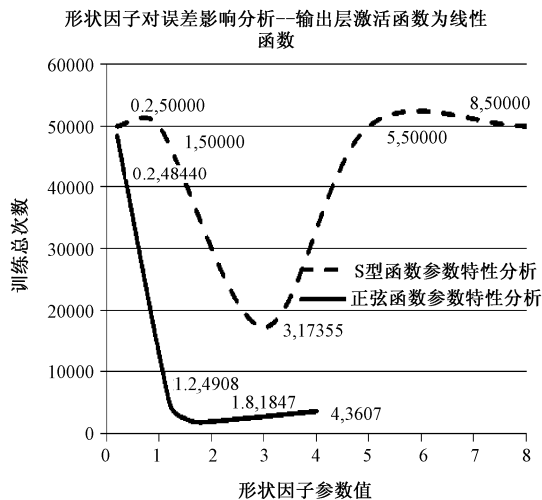


图3 训练总次数影响分析(输出层激活函数为线性)  
Fig. 3 Variations of total training times using linear activation function on output layer

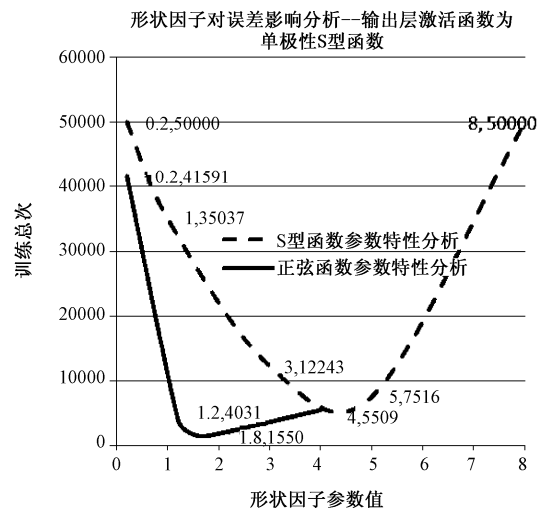


图4 训练总次数影响分析(输出层激活函数为单极性 S 型)  
Fig. 4 Variations of total training times using S-shaped unipolar activation function on output layer

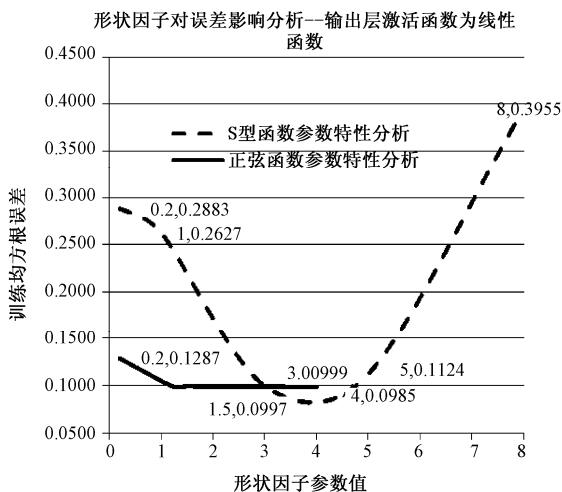


图5 训练均方根误差影响分析(输出层激活函数为线性)  
Fig. 5 Variations of RMS errors of training using linear activation function on output layer

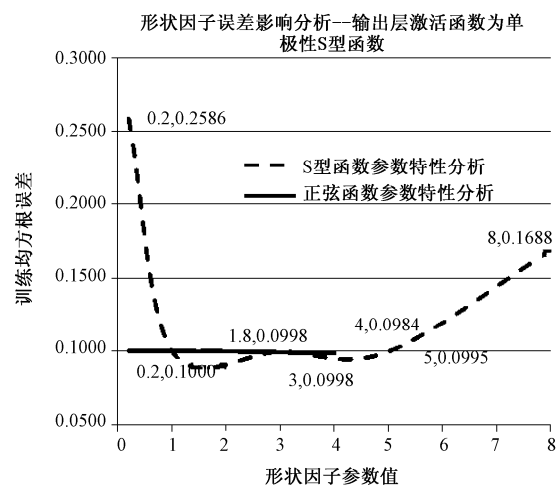


图6 训练均方根误差影响分析(输出层激活函数为单极性 S 型)  
Fig. 6 Variations of RMS errors of training using S-shaped unipolar activation function on output layer

### 3 径流预报模型综合分析

表 4 为以上 24 组不同实验组合工况下的径流预报结果, 本文预留 9 年作为径流预报目标值进行比较。通过以上激活函数不同组合工况及其形状因子参数的灵敏度分析, 对照下表综合分析 BP 网络中长期径流预报结果值, 可以看出:

1) 从整体上分析 9 年的预报值, 输出层激活函数选择单极性 S 型函数  $f_{1-0}$  时的预测结果优于线性函数  $f_{2-0}$ , 即整体变幅不大, 预测稳定, 且预测精度较高。且输出层激活函数为线性函数时, 隐含层函数若选择 L 型函数, 网络无法完成训练出现震荡现象, 模型建立无效。因此建立 BP 网络中长期径流预报模型时, 输出层激活函数应选择单极性 S 型函数为佳。

2) 多数研究资料建立的 BP 网络径流预报模型一般为本文的试验 2 或试验 14, 在 (1) 的分析基础上以后建立模型首选试验 2。通过输出层激活函数确定为单极性 S 型函数  $f_{1-0}$  时的试验 1-12, 分析可知隐含层激活函数为正弦函数时的整体预报效果较好, 且形状因子参数在 1.4~1.6 之间最佳。

因此, BP 网络径流中长期预报模型以单极性 S 型函数为输出层激活函数, 正弦函数为隐函数激活函数, 且正弦函数形状因子在 1.4~1.6 之间的预测值整体稳定, 精度较高。

表 5 径流预报试验结果分析  
Table 5 Runoff forecasting results

实验序号	$F$	$f$	误差相对值	训练次数	总误差
1	$F\ 1-0.2$	$f\ 1-0$	4.33%	50000	0.2586
2	$F\ 1-1$	$f\ 1-0$	2.20%	35037	0.1000
3	$F\ 1-3$	$f\ 1-0$	2.11%	12243	0.0995
4	$F\ 1-5$	$f\ 1-0$	1.83%	7516	0.0995
5	$F\ 1-8$	$f\ 1-0$	2.17%	50000	0.1688
6	$F\ 2-0.2$	$f\ 1-0$	2.85%	41591	0.1000
7	$F\ 2-1.2$	$f\ 1-0$	1.78%	4031	0.1000
8	$F\ 2-1.5$	$f\ 1-0$	1.33%	1758	0.0997
9	$F\ 2-1.8$	$f\ 1-0$	3.64%	1550	0.0998
10	$F\ 2-4$	$f\ 1-0$	3.44%	5509	0.0984
11	$F\ 3-0$	$f\ 1-0$	2.93%	24774	0.0999
12	$F\ 4-0$	$f\ 1-0$	3.86%	50000	0.2706
13	$F\ 1-0.2$	$f\ 2-0.3$	6.86%	50000	0.2883
14	$F\ 1-1$	$f\ 2-0.3$	5.52%	50000	0.2627
15	$F\ 1-3$	$f\ 2-0.3$	3.79%	17355	0.0999
16	$F\ 1-5$	$f\ 2-0.3$	4.54%	50000	0.1124
17	$F\ 1-8$	$f\ 2-0.3$	5.75%	50000	0.3955
18	$F\ 2-0.2$	$f\ 2-0.3$	5.59%	48440	0.1287
19	$F\ 2-1.2$	$f\ 2-0.3$	3.74%	4908	0.0999
20	$F\ 2-1.5$	$f\ 2-0.3$	2.55%	2415	0.0997
21	$F\ 2-1.8$	$f\ 2-0.3$	4.10%	1847	0.0994
22	$F\ 2-4$	$f\ 2-0.3$	4.40%	3607	0.0985
23	$F\ 3-0$	$f\ 2-0.3$	3.06%	34068	0.1000
24	$F\ 4-0$	$f\ 2-0.3$	震荡	震荡	震荡
预测样本相对误差极差			3.65%	1.83%	
训练次数极差			48302	8921	
训练总误差极差			0.1837	0.0519	

4 结论

本文通过设立三个性能评价指标，运用混合水平全排列组合试验方法，对传统 BP 网络结构中重要影响因素激活函数进行灵敏度分析。通过模拟仿真结果极差分析可知：

- 1) BP 网络径流中长期预报模型激活函数的选择对预报结果产生重要影响，且隐含层激活函数的灵敏度高于输出层激活函数；
- 2) 通过中长期径流预报模拟仿真，输出层激活函数应首选单极性 S 型函数，整体预测结果会优于线性函数；
- 3) 对比与传统隐含层 S 型激活函数的选择，正弦函数作为隐含层激活函数时预报效果更好，且给出正弦函数形状因子最佳值：1.4~1.6；

综上，输出激活函数选择单极性 S 型函数，隐含层激活函数为形状因子介于 1.4~1.6 之间的正弦函数的 BP 网络径流预测模型，既保存了标准 BP 算法简单计算效率高的特点，又提高了预测精度。

标准 BP 算法的基本影响因素除激活函数外，还有训练函数、训练过程及初始权值等，这些因素之间

的相互影响规律将是以后研究的重点。

## 参考文献

- [1] ABRAHAM A. Meta learning evolutionary artificial neural networks [J]. *Neuro Computing*, 2004, 56(1):1-38.
- [2] 王雪光, 郭艳兵. 激活函数对 BP 网络性能的影响及其仿真研究[J]. *控制理论与应用*, 2002, 21(4):15-17.  
WANG Xueguang, GUO Yanbing. The Effect of activation function on the performance of BP net-work and its simulation [J]. *Research Control Theory and its Applications*, 2002, 21(4):15-17. (in Chinese)
- [3] 张晓伟, 沈冰. 基于 BP 神经网络的灰色自记忆径流预测模型 [J]. *水力发电学报*, 2009, 28(1):68-73.  
ZHANG Xiaowei, SHEN Bin. Grey self-memory model based on BP neural network for annual runoff prediction [J]. *Journal of hydroelectric engineering*, 2009, 28 (1):68-73. (in Chinese)
- [4] 曹枝俏, 王国利. 基于随机模拟信息的神经网络洪水预报模型 [J]. *水力发电学报*, 2010, 29(4):63-69.  
CAO Zhiqiao, WANG Guoli. ANN rainfall-runoff modeling using synthetic information from conceptual model [J]. *Journal of hydroelectric engineering*, 2010, 29(4):63-69. (in Chinese)
- [5] WU Ailong, ZENG Zhigang. Global exponential stability in Lagrange sense for periodic neural networks with various activation functions [J]. *Neurocomputing*, 2011, (74):831-837.
- [6] 牟丽琴, 田富强, 胡和平. 高山寒区径流预报人工神经网络模型研究—以乌鲁木齐河源区为例 [J]. *水力发电学报*, 2009, 28(1):62-67.  
MOU Liqin, TIAN Fuqiang, HU Heping. Artificial neural network model of runoff prediction in high and cold mountainous regions: a case study in the source drainage area of Urumqi river [J]. *Journal of Hydroelectric Engineering*, 2009, 28(1):62-67.
- [7] 薛年喜, 贾永乐. 用自调整 S 函数提高神经网络 BP 算法 [J]. *计算机测量与控制*, 2003, 11(2):153-155.  
XUE Nianxi, JIA Yongle. Improvement of the BP network with automatically adjusting the S function [J]. *Computer Measurement & Contro*, 2003, 11(2):153-155. (in Chinese)
- [8] 杨道辉, 马光文, 刘起方. 基于粒子群优化算法的 BP 网络模型在径流预测中的应用[J]. *水力发电学报*, 2006, 25(2):65-69.  
YANG Daohui, MA Guangwen, LIU Qifang. Runoff prediction by BP networks model based on PSO [J]. *Journal of Hydroelectric Engineering*, 2006, 25(2):65-69. (in Chinese)
- [9] Kuroe Y, Taniguchi T. Models of complex-valued Hopfield-type neural networks and their dynamics. In: Nitta T, editor. *Complex-valued neural networks*, Information science reference, Hersey New York, 2009:123-141.
- [10] 李恩玉, 杨平先, 孙兴波. 基于激活函数四参可调的 BP 神经网络改进算法 [J]. *微电子学与计算机*, 2008, 25(11): 89-94.  
LI Enyu, YANG Pingxian, SUN Xingbo. Improved algorithm of BP neural networks based on the Activation function with four adjustable parameters [J]. *Microelectronics & Computer*, 2008, 25(11):89-94. (in Chinese)
- [11] 张晓伟, 沈冰, 黄领梅. 基于 BP 神经网络的灰色自记忆径流预测模型 [J]. *水力发电学报*, 2009, 28(1):68-72.  
ZHANG Xiaowei, SHEN Bing, HUANG Lingme. Grey self-memory model based on BP neural network for annual runoff prediction [J]. *Journal of Hydroelectric Engineering*, 2009, 28(1):68-72.