“华为杯”第十五届中国研究生数学建模竞赛

学　　校	武汉大学
参赛队号	4321
队员姓名	1. 戴非
	2. 周宇明
	3. 焦冲

“华为杯”第十五届中国研究生
数学建模竞赛

题　　目　航站楼扩增评估

摘要

我国航空运输业长期以来处于快速发展的状态，导致航空公司如今面临着一些挑战。其中登机口分配问题是日常生活中最重要的问题，不佳的分配方案会导致资源浪费以及降低乘客乘坐的满意度，因此解决这个问题主要是为了保证乘客最大便利性的同时最小化所用登机口的数量。国内大量专家学者已对登机口优化问题进行了研究也在此方面取得了一些研究成果，但在如何保证乘客便利性方面的研究还不够成熟。因此，本文在研究最小化所用登机口的数量的基础上，针对旅客的便捷性（总体最短流程时间以及紧张度）进行详细分析。

问题 1 主要涉及数学的最优化处理问题，对于题目所提供的信息，针对 20 号的数据进行变量定义与组合，建立航班信息与登机口数量之间非线性数学模型。通过离散化的思想，结合深度优先搜索的算法得到最少使用登机口数量，使得耗费的成本最低。

关键字： 航站楼　登机口　乘客满意度　动态规划模型

1. 问题重述

1.1 引言

随着经济的发展，旅游成为了一种大部分现代人的一种生活娱乐方式，传统的交通方式已无法满足人们的需求。近年来乘机旅游已经成为了一种普遍的旅游方式，这也使得以往的机场资源配置跟不上日益增大的交通需求，其中最为关键的是登机口的合理分配，原来的机场往往根据自身的经验进行登机口的分配和调度，使得登机口航班组合没有达到最优，从而降低了登机口的利用效率。对于中转乘客而言，不合理的调度耗费了他们过多的中转时间，降低了航班的便捷性。许多研究者针对这一问题进行了详细分析并得到了一些优化的模型，如SLAM 和 TAAM。本文需要科学地利用建模解决实际中遇到的问题。

1.2 问题的提出

1.2.1 问题的提出内容一

为了探讨机场新建卫星厅所带来的影响，本文依次提出了如下问题：

（1）只考虑航班-登机口的分配。建立数学优化模型，尽可能多地分配航班到合适登机口，并且在此基础上最小化被使用登机口地数量，且不需要考虑中转乘客的换乘。

（2）在问题一的基础上，最小化中转旅客的总体最短流程时间，并在此基础上最小化使用登机口数量，且无需考虑乘坐捷运和步行时间。

（3）考虑中转旅客的换乘时间，并最小化换乘乘客总体紧张度，且在此基础上最小化登机口数量。

2. 模型的假设

模型假设：

- 假设收集到的数据都具有真实性和代表新，可以作为各种计算的依据;
- 假设航班能按时出发和达到;
- 问题一只考虑航班—登机口分配;
- 问题二不考虑乘客乘坐捷运和步行时间;
- 假定临时机位数量无限定;
- 假定航班的登机口是先到先得
- 假定在 20 日第一趟航班到达之前机场为空的。

- 假定航站楼 T 和卫星厅 S 同时使用

3. 符号说明

符号	意义
Pi	当前到达飞机
Gw	登机口权值参数
Gs	当前空闲可停登机口
Gu	当前未开启登机口
Gn	当前已使用登机口
K	K 阶段
K+1	K+1
S_k	第 K 阶段状态
U_k	第 K 阶段决策
U_{k+1}	第 K+1 阶段状态

4. 问题分析

合理的利用登机口，不仅可以为乘客提供良好的乘机体验，还可以为航空公司节约了资源成本。传统的登机口的分配方式有很多不足，所以如何建立起新的登机口分配方式引起了人们的广泛关注。本文就这一问题建立了数学模型，分析了改良后的效果。通过分析 20 号当天所有航班的时刻图，得到如下图 1 所示的信息：

同时，登机口的属性介绍如下图 2 所示

4.1 问题一分析

问题 1 要求建立出能保证在尽可能多地分配航班到合适的登机口的同时，最小化登机口的数量。对于本文所提供的 20 号航班数据，某时刻登机口的状态和最邻近 45 分钟之前的登机口的状态有关，故采用模型一的动态规划思想建立出动态转移方程，最后得到最小化登机口数量。然后采用深度优先搜索得到的精确的结果进行模型的检验，发现能较好的保证结果的正确性。

在将航班分配到登机口的时候会有若干的待选登机口，这些待选的登机口

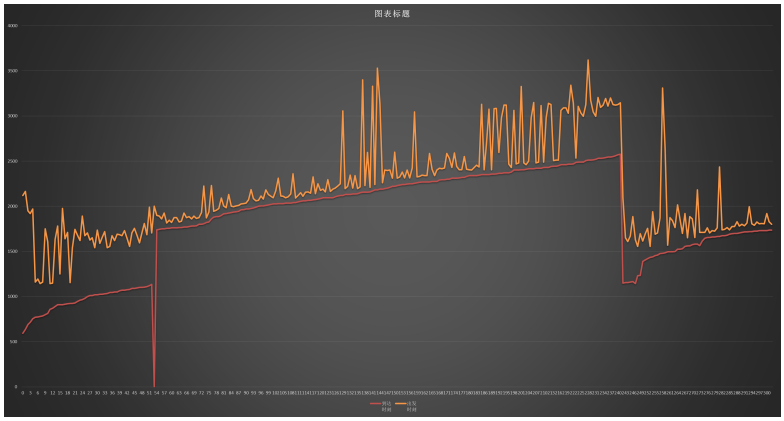

图 **1**　横坐标代表航班的班次，纵坐标代表航班到达或起飞的时刻，初始时刻为 **20** 号最早航班时间。

图 **2**　登机口属性介绍

拥有不同的到达和出发类型，而出发类型和到达类型之间并不是一一对应的关系，这时如何选择合适的登机口是求解问题 1 过程的关键。本文根据所提供的数据对每一天不同时刻航班的到达和出发类型进行统计并针对不同出发和着陆类型的登机口，定义其对应于不同航线类型下的权值，并通过该权值对登机口进行选择。

4.2 问题二分析

4.3 问题三分析

5. 模型的建立与求解

5.1 最小化登机口数量模型

5.1.1 动态规划思想的运筹学模型

动态规划算法一般用来求解具有某种最优性质的问题。这类问题中往往有许多可行解，需要从这些子问题的解得到原问题的解。此模型多阶段决策问题，这类问题的活动过程能够分为多个相互联系的阶段，在每一个阶段都需要采取相应措施，一个阶段的决策被定义以后会影响下一个阶段的决策。最终把各个阶段的决策结合起来构成一个决策序列，称为策略。各个阶段不同的决策导致了有许多策略供我们选择，每个策略的活动效果可以用数量来确定。此问题要求在选择的那些策略中间，选取一个最优策略以达到最好的效果。此题适用于用此运筹学模型求解。相对应的动态转移方程为

$$S_{k+1} = U_K\left(S_K\right) \tag{1}$$

即根据模型当前的状态和决策可以得到模型的下一个状态。

5.1.2 带权值的贪心算法模型

假设 I 为国际航班，D 为国内航班，由数据可以知道登机口的类型有如下几种：

$$\{I,I\},\{D,D\},\{I,DI\},\{DI,DI\},\{DI,D\},\{D,DI\},\{DI,I\} \tag{2}$$

而航班的类型总共有下面 4 种：

$$\{I,I\},\{D,D\},\{D,I\},\{I,D\} \tag{3}$$

观察上面的结果我们可以发现，在上述的登机口类型中并没有 $\{I,D\}$ 和 $\{D,I\}$ 这两种类型，因此我们只能选择 $\{I,DI\},\{DI,DI\},\{DI,D\},\{D,DI\},\{DI,I\}$ 类型的登机口停放这两种类型的飞机，这些类型的登机口总共只有 11 个，而 $\{D,D\}$ 和 $\{I,I\}$ 类型登机口的数量则较多。因此我们在为航班选择登机口的时候应该尽可能地指定最适合它的登机口并且尽可能地增大其它的航班可选择的余地。对于类型为 $\{I,I\}$ 的航班，其可停靠的登机口类型为 $\{I,DI\},\{DI,DI\},\{DI,I\}$ 和 $\{I,I\}$，根据前文的论述可以得到：

同理可以得到其它类型航班下不同类型登机口的权重。

表 **1** $\{I, I\}$ 类型航班对应不同登机口的权值

$\{I, I\}$	$\{DI, I\}$	$\{I, DI\}$	$\{DI, DI\}$
3	2	2	1

表 **2** $\{D, D\}$ 类型航班对应不同登机口的权值

$\{D, D\}$	$\{DI, D\}$	$\{D, DI\}$	$\{DI, DI\}$
3	2	2	1

表 **3** $\{D, I\}$ 类型航班对应不同登机口的权值

$\{DI, I\}$	$\{D, DI\}$	$\{DI, DI\}$
2	2	1

表 **4** $\{I, D\}$ 类型航班对应不同登机口的权值

$\{I, DI\}$	$\{DI, D\}$	$\{DI, DI\}$
2	2	1

带权值的贪心算法模型流程如下图 3 所示 如上图所示，整个算法的流程主要分为三步：

- **Step1**-对 20 号所有航班的到达时间进行排序，从第一个航班 P_i 开始，根据属性条件以及权值参数 Gw 确认停放登机口，并将使用的登机口数量 G_n+1
- **Step2**-处理航班 P_{i+1}, 遍历空闲航班 G_s, 若存在满足航班属性要求的登机口，则选取权值最高的登机口，G_n 不变。否则查看剩余未开放的登机口 Gu，若存在满足航班属性要求的登机口，则开放此登机口用于停放，G_n+1。如果皆找不到满足条件的登机口，则开放临时机位用于停靠,G_n 不变。
- **Step3**-若处理完所有航班，则输出 G_n，否则重复 **Step2**。

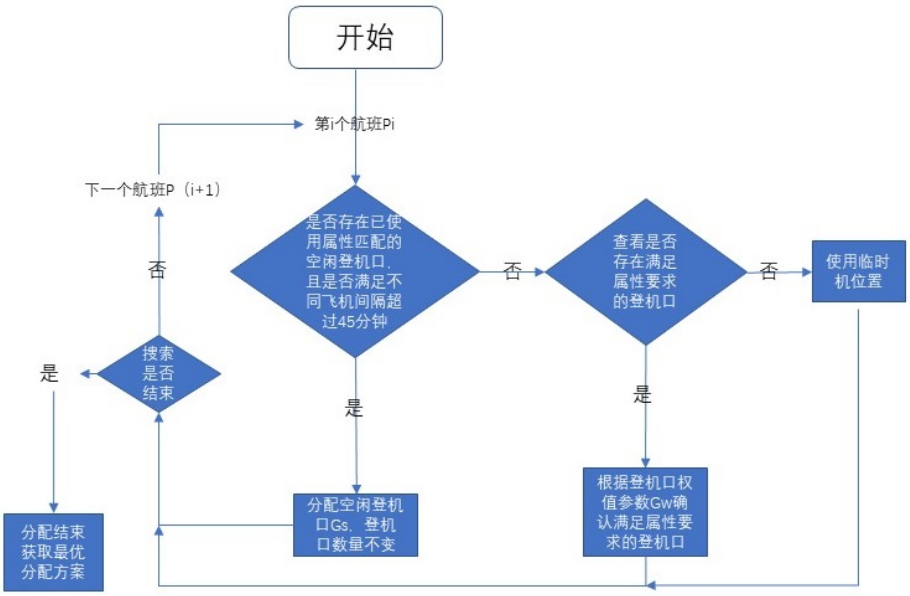

图 **3**　带权值贪心算法流程图

5.2 第二问数学模型

5.3 第三问数学模型

5.4 对数据应用模型并求解

5.4.1 单独考虑最小化登机口数量的求解

(1) 动态规划思想的模型

先将登机口的属性抽象为 I-I-W,I-I-N,D-D-W,D-D-N,I-DI-W,I-DI-N,DI-D-W,DI-D-N，D-DI-W,D-DI-N,DI-I-W,DI-I-N,DI-DI-W,DI-DI-N 十四种类型，然后根据题目中所给表中的数据将每个航班到达时刻当前十四种类型的正在使用数目和空闲数目更新，最后在航班全部到达后统计十四种类型数目的总和并将每个时刻类型对应数目存入 Excel 表。

更新的方法:

以当前到达航班种类为 D-D-W 为例，设当前状态如下表所示：

登机口属性	正在使用登机口数目	空闲登机口数目
I-I-W	0	1
I-I-N	0	0
D-D-W	1	0
D-D-N	0	0
I-DI-N	0	0
I-DI-W	0	0
DI-D-W	1	0
DI-D-N	2	0
D-DI-W	1	0
D-DI-N	0	0
DI-I-W	3	0
DI-I-N	0	0
DI-DI-W	1	0
DI-DI-N	0	0

查询 D-D-W 属性登机位得到只有一个正在使用，并且没有空余的登机位，则根据优先级顺序查找空闲登机口。先查找 D-DI-W 发现没有空闲登机口，再查找 D-DI-W 发现没有空闲登机口，然后查找 DI-DI-W 发现没有空闲登机口，最后查找 I-I-W 发现有空闲登机口，将 I 和 D 合并为 DI-DI-W 登机口型号，将 I-I-W 空闲登机口数目置为 0，将 DI-DI-W 登机口正在使用的数目置位 1。

算法的分析：

模型需要对 python 筛选出的 303 次航班数据进行遍历，每次需要更新二维数组，最后得到所有航班到达时所需开启的登机口数目。算法主要时间耗费在遍历上，复杂度为 O(n)，模型的算法实现具有可行性，耗费的时间不长。

具体代码见附录。

5.5 考虑中转旅客最短流程时间的求解

5.6 考虑中转旅客的换乘时间的求解

6. 模型的评价

6.1 模型的优点

6.2 模型的缺点

6.3 模型的改进

6.4 模型的推广

6.5 对数据应用模型并求解

6.5.1 单独考虑最小化登机口数量的求解

(1) 动态规划思想的模型

先将登机口的属性抽象为 II-W,II-N,ID-W,ID-N,DI-W,DI-N,DD-W,DD-N 八种类型，然后根据题目中所给表中的数据将每个航班到达时刻当前八种类型的正在使用数目和空闲数目更新，统计八种类型数目的总和并将每个时刻类型对应数目存入 Excel 表以作后续分析。模型需要对 python 筛选出的 303 次航班数据进行遍历，每次需要更新二维数组，并将每次结果存入临时数组。算法主要时间耗费在遍历上，复杂度为 O(n)，模型的实现具有可行性，耗费的时间不长。具体代码见附录

6.6 考虑中转旅客最短流程时间的求解

6.7 考虑中转旅客的换乘时间的求解

7. 模型的评价

7.1 模型的优点

7.2 模型的缺点

7.3 模型的改进

7.4 模型的推广

附录 A 我的 MATLAB 源程序

```
while ~isempty(V)
[tmpd,j]=min(W(i,V));tmpj=V(j);
for k=2:ndd
[tmp1,jj]=min(dd(1,k)+W(dd(2,k),V));
tmp2=V(jj);tt(k-1,:)=[tmp1,tmp2,jj];
end
tmp=[tmpd,tmpj,j;tt];[tmp3,tmp4]=min(tmp(:,1));
if tmp3==tmpd, ss(1:2,kk)=[i;tmp(tmp4,2)];
else,tmp5=find(ss(:,tmp4)~=0);tmp6=length(tmp5);
if dd(2,tmp4)==ss(tmp6,tmp4)
ss(1:tmp6+1,kk)=[ss(tmp5,tmp4);tmp(tmp4,2)];
else, ss(1:3,kk)=[i;dd(2,tmp4);tmp(tmp4,2)];
end;end
dd=[dd,[tmp3;tmp(tmp4,2)]];V(tmp(tmp4,3))=[];
[mdd,ndd]=size(dd);kk=kk+1;
end; S=ss; D=dd(1,:);
```