

# 高等数学 I-练习 1

## 1 选择题

1. 下列结论正确的是 [ ]

(A)  $S = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$  和  $y = \frac{\sqrt{x^2}}{x}$  都与  $y = 1$  是相同的函数

(B)  $y = \sqrt{x^4}$  和  $y = x\sqrt{x^2}$  都与  $y = x^2$  是相同的函数

(C)  $y = |x|$  和  $y = x \operatorname{sgn} x$  都与  $y = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$  是相同的函数

(D)  $y = \arcsin(\sin x)$  和  $y = \sin(\arcsin x)$  都与  $y = x$  是相同的函数

2. 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $(-1, 0)$ , 则下列函数中定义域仍是  $(-1, 0)$  的函数是 [ ]

(A)  $f(x^2 - 1)$

(B)  $[f(x)]^2$

(C)  $f(2x)$

(D)  $f(x - 1)$

3. 下列函数中不是周期函数的是 [ ]

(A)  $f(x) = \sin(x + 1)$

(B)  $f(x) = |\sin x|$

(C)  $f(x) = x \cos x$

(D)  $f(x) = 1 + \sin x$

4. 下列函数  $y = f(u)$ ,  $u = \phi(x)$  中能够构成复合函数  $y = f[\phi(x)]$  的是 [ ]

(A)  $y = f(u) = \frac{1}{\sqrt{u-1}}$ ,  $u = \phi(x) = -x^2 + 1$

(B)  $y = f(u) = \log(1 - u)$ ,  $u = \phi(x) = x^2 + 1$

(C)  $y = f(u) = \frac{1}{u-1}$ ,  $u = \phi(x) = 1$

(D)  $y = f(u) = \sqrt{u-1}$ ,  $u = \phi(x) = \sin x$

5. 函数  $f(x) = -\sqrt{1-x^2}$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) 的反函数  $f^{-1}(x) = [ ]$

(A)  $\sqrt{1-x^2}$

(B)  $-\sqrt{1-x^2}$

(C)  $\sqrt{1-x^2}$  ( $-1 \leq x \leq 0$ )

(D)  $-\sqrt{1-x^2}$  ( $-1 \leq x \leq 0$ )

## 2 解答题

1. 求函数  $y = \sqrt{1 - (x-1)^2}$  的定义域

2. 设函数  $f(x) = e^{|x|}$ . (a) 判断函数的奇偶性; (b) 研究函数的单调性, 并找到其单调区间.

## 高等数学 I-练习 2

**1 计算题:** 请利用极限的四则运算及多项式极限的性质求解以下极限

$$\begin{array}{ll} (1) \lim_{x \rightarrow 0^-} (x - 1) & (2) \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 2x + 1) \\ (3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^{100}}{(x+2)^{99}} & (4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1} \\ (5) \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right) \end{array}$$

**2 计算题:** 请利用无穷大量与无穷小量的关系及无穷小量的性质求解以下极限

$$\begin{array}{ll} (1) \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^3-8} \right) & (2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left[ \frac{2}{x} \cdot \sin \left( e^{\frac{2}{x}} \right) \right] \\ (3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+3}{x-3} \end{array}$$

**3 计算题:** 请利用两个重要极限及其一般化形式求解以下极限

$$\begin{array}{ll} (1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} & (2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{x} \right)^x \\ (3) \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} & (4) \lim_{x \rightarrow 1} (1+2 \ln x)^{\frac{1}{\ln x}} \\ (5) \lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{x}{3} \right)^{\frac{1}{x-3}} \end{array}$$

**4 计算题:** 请等价无穷小替换求解以下极限

$$\begin{array}{ll} (1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{(1+x)^n - 1}}{x} & (2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\arctan x} \\ (3) f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1 - \sqrt{1-x}}, & x < 0 \\ \frac{\ln(1+2x)}{x}, & x > 0 \end{cases}, \text{求 } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \\ (4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\arcsin 2x)^2}{1 - \cos x} \end{array}$$

5 计算题: 讨论下列函数在点  $x_0$  处的连续性, 若其为间断点请指出间断点类型

$$(1) f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x < 0, \\ 1, & x = 0, \\ x \sin \frac{1}{x}, & x > 0. \end{cases} \quad x_0 = 0.$$

$$(2) f(x) = \begin{cases} \ln(x+1), & -1 < x \leq 0, \\ e^{\frac{1}{x-1}}, & x > 0. \end{cases} \quad x_0 = 1.$$

$$(3) f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0, \\ 1+x, & x > 0. \end{cases} \quad x_0 = 0.$$