

# 无穷小与无穷大、无穷小的比较

高等数学 I-信息、统计外招

Weiwen Wang(王伟文)

暨南大学

2025 年秋季学期



课程网页

# 无穷小与无穷大

## 定义 (无穷小)

如果函数  $f(x)$  当  $x \rightarrow x_0$  (或  $x \rightarrow \infty$ ) 时的极限为零, 那么称函数  $f(x)$  为当  $x \rightarrow x_0$  (或  $x \rightarrow \infty$ ) 的**无穷小**

# 无穷小与无穷大

## 定义 (无穷小)

如果函数  $f(x)$  当  $x \rightarrow x_0$  (或  $x \rightarrow \infty$ ) 时的极限为零, 那么称函数  $f(x)$  为当  $x \rightarrow x_0$  (或  $x \rightarrow \infty$ ) 的无穷小

- $\lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) = 0$ , 所以函数  $x - 1$  为  $x \rightarrow 1$  时的无穷小
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}$ , 所以函数  $\frac{1}{x}$  为  $x \rightarrow \infty$  时的无穷小

# 无穷小与无穷大

## 定义 (无穷小)

如果函数  $f(x)$  当  $x \rightarrow x_0$  (或  $x \rightarrow \infty$ ) 时的极限为零, 那么称函数  $f(x)$  为当  $x \rightarrow x_0$  (或  $x \rightarrow \infty$ ) 的**无穷小**

- $\lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) = 0$ , 所以函数  $x - 1$  为  $x \rightarrow 1$  时的无穷小
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}$ , 所以函数  $\frac{1}{x}$  为  $x \rightarrow \infty$  时的无穷小
- 无穷小量并不是一个很小的数, 它是指当  $x \rightarrow x_0$  (或  $x \rightarrow \infty$ ), 这个函数  $f(x)$  的绝对值能小于任意给定的正数  $\epsilon$ .
- 零是无穷小中唯一的常数.

## 定理 2 (无穷小与函数极限的关系)

在自变量的同一变化过程  $x \rightarrow x_0$  (或  $x \rightarrow \infty$ ) 中, 函数  $f(x)$  具有极限  $A$  的充分必要条件是  $f(x) = A + \alpha$ , 其中  $\alpha$  为无穷小.

## 定理 2 (无穷小与函数极限的关系)

在自变量的同一变化过程  $x \rightarrow x_0$  (或  $x \rightarrow \infty$ ) 中, 函数  $f(x)$  具有极限  $A$  的充分必要条件是  $f(x) = A + \alpha$ , 其中  $\alpha$  为无穷小.

- 设  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ , 记  $\alpha = f(x) - A$ , 用  $\epsilon - \delta$  语言证明  $\lim_{x \rightarrow x_0} \alpha = 0$ ;

## 定理 2 (无穷小与函数极限的关系)

在自变量的同一变化过程  $x \rightarrow x_0$  (或  $x \rightarrow \infty$ ) 中, 函数  $f(x)$  具有极限  $A$  的充分必要条件是  $f(x) = A + \alpha$ , 其中  $\alpha$  为无穷小.

- 设  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ , 记  $\alpha = f(x) - A$ , 用  $\epsilon - \delta$  语言证明  $\lim_{x \rightarrow x_0} \alpha = 0$ ;
- 设  $f(x) = A + \alpha$  且  $\lim_{x \rightarrow x_0} \alpha = 0$ , 用  $\epsilon - \delta$  语言证明  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ .

## 定义 (无穷大)

设函数  $f(x)$  在  $x_0$  的某一去心邻域内有定义 (或  $|x|$  大于某一正数时有定义). 如果对于任意给定的正数  $M$ , 总存在正数  $\delta$ (或正数  $X$ ), 只有  $x$  适合不等式  $0 < |x - x_0| < \delta$ (或  $|x| > X$ ), 对应的函数值  $f(x)$  总满足不等式

$$|f(x)| > M,$$

那么称函数  $f(x)$  是当  $x \rightarrow x_0$ (或  $x \rightarrow \infty$ ) 时的**无穷大**.



- 简而言之, 当  $x \rightarrow x_0$ (或  $x \rightarrow \infty$ ) 时, 函数  $f(x)$  的绝对值  $|f(x)|$  可以大于任意给定的正数;

- 简而言之, 当  $x \rightarrow x_0$ (或  $x \rightarrow \infty$ ) 时, 函数  $f(x)$  的绝对值  $|f(x)|$  可以大于任意给定的正数;



GPT-5 生成

- 按照函数极限的定义, 当  $x \rightarrow x_0$ (或  $x \rightarrow \infty$ ) 时的无穷大的函数  $f(x)$  的极限是不存在的, 但为了叙述的方便性, 我们也说“函数的极限是无穷大”, 记作

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty \quad (\text{或 } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty).$$

- 按照函数极限的定义, 当  $x \rightarrow x_0$ (或  $x \rightarrow \infty$ ) 时的无穷大的函数  $f(x)$  的极限是不存在的, 但为了叙述的方便性, 我们也说“函数的极限是无穷大”, 记作

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty \quad (\text{或 } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty).$$

- “ $|f(x)| > M$ ”换成“ $f(x) > M$ ”(或“ $f(x) < -M$ ”), 就记作

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ (x \rightarrow \infty)}} f(x) = +\infty \quad (\text{或 } \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ (x \rightarrow \infty)}} f(x) = -\infty)$$

## 例 2

证明  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} = \infty$ .

证明.

只需证明  $\forall M > 0$ ,  $\exists \delta > 0$ , 使得当  $0 < |x - 1| < \delta$  时,  $\left| \frac{1}{x-1} \right| > M$ .

证明.

只需证明  $\forall M > 0$ ,  $\exists \delta > 0$ , 使得当  $0 < |x - 1| < \delta$  时,  $\left| \frac{1}{x-1} \right| > M$ .

因为

$$\left| \frac{1}{x-1} \right| > M \iff |x-1| < \frac{1}{M} \quad (x \neq 1)$$

证明.

只需证明  $\forall M > 0$ ,  $\exists \delta > 0$ , 使得当  $0 < |x - 1| < \delta$  时,  $\left| \frac{1}{x-1} \right| > M$ .

因为

$$\left| \frac{1}{x-1} \right| > M \iff |x-1| < \frac{1}{M} \quad (x \neq 1)$$

故取  $\delta = M$ , 则  $\forall M > 0$ , 取  $\delta = \frac{1}{M}$ , 当  $0 < |x - 1| < \delta$  时,

$$\left| \frac{1}{x-1} \right| > M.$$

□

## 例 2

证明  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} = \infty$ .

- 直线  $x = 1$  是函数  $y = \frac{1}{x-1}$  的图形的铅直渐近线;

## 例 2

证明  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} = \infty$ .

- 直线  $x = 1$  是函数  $y = \frac{1}{x-1}$  的图形的铅直渐近线;
- 如果  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$ , 则称直线  $x = x_0$  是函数  $y = f(x)$  的图形的铅直渐近线.

## 例 2

证明  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} = \infty$ .

- 直线  $x = 1$  是函数  $y = \frac{1}{x-1}$  的图形的铅直渐近线;
- 如果  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$ , 则称直线  $x = x_0$  是函数  $y = f(x)$  的图形的铅直渐近线.
- Q: Recall 水平渐近线.

## 定理

在自变量的同一变化过程中, 如果  $f(x)$  为无穷大, 那么  $\frac{1}{f(x)}$  为无穷小; 反之, 如果  $f(x)$  为无穷小, 且  $f(x) \neq 0$ , 那么  $\frac{1}{f(x)}$  为无穷大.

## 定理

在自变量的同一变化过程中, 如果  $f(x)$  为无穷大, 那么  $\frac{1}{f(x)}$  为无穷小; 反之, 如果  $f(x)$  为无穷小, 且  $f(x) \neq 0$ , 那么  $\frac{1}{f(x)}$  为无穷大.

- $\lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) = 0 \iff \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} = \infty$

## 随堂练习

请判断函数  $f(x)$  在指定自变量变化过程中是无穷大还是无穷小，  
抑或两者都不是。

(1)  $f(x) = x \quad (x \rightarrow 0)$

(2)  $f(x) = \frac{1}{x} \quad (x \rightarrow 0)$

(3)  $f(x) = e^x \quad (x \rightarrow 0)$

(4)  $f(x) = e^x - 1 \quad (x \rightarrow 0)$

(5)  $f(x) = \ln x \quad (x \rightarrow 0^+)$

(6)  $f(x) = e^x \quad (x \rightarrow +\infty)$

(7)  $f(x) = \frac{1}{x} \quad (x \rightarrow \infty)$

(8)  $f(x) = \sqrt{x} + 0.001 \quad (x \rightarrow 0^+)$

## 随堂练习

(1)  $f(x) = x \quad (x \rightarrow 0)$

无穷小

(2)  $f(x) = \frac{1}{x} \quad (x \rightarrow 0)$

无穷大

(3)  $f(x) = e^x \quad (x \rightarrow 0)$

两者都不是

(4)  $f(x) = e^x - 1 \quad (x \rightarrow 0)$

无穷小

(5)  $f(x) = \ln x \quad (x \rightarrow 0^+)$

无穷大

(6)  $f(x) = e^x \quad (x \rightarrow +\infty)$

无穷大

(6)  $f(x) = \frac{1}{x} \quad (x \rightarrow \infty)$

无穷小

(8)  $f(x) = \sqrt{x} + 0.001 \quad (x \rightarrow 0^+)$

两者都不是

## 无穷小的阶的比较

当  $x \rightarrow 0$  时,  $x^2, 3x, x$  都是无穷小,

# 无穷小的阶的比较

当  $x \rightarrow 0$  时,  $x^2, 3x, x$  都是无穷小,

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{3} = 0$

# 无穷小的阶的比较

当  $x \rightarrow 0$  时,  $x^2, 3x, x$  都是无穷小,

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{3} = 0$

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty$

# 无穷小的阶的比较

当  $x \rightarrow 0$  时,  $x^2, 3x, x$  都是无穷小,

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{3} = 0$

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty$

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{3x} = \frac{1}{3}$

# 无穷小的阶的比较

当  $x \rightarrow 0$  时,  $x^2, 3x, x$  都是无穷小,

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{3} = 0$      $x^2$  趋于零的速度比  $3x$ “快”.
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty$

# 无穷小的阶的比较

当  $x \rightarrow 0$  时,  $x^2, 3x, x$  都是无穷小,

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{3} = 0$      $x^2$  趋于零的速度比  $3x$ “快”.
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty$      $x$  趋于零的速度比  $x^2$ “慢”.
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{3x} = \frac{1}{3}$

# 无穷小的阶的比较

当  $x \rightarrow 0$  时,  $x^2, 3x, x$  都是无穷小,

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{3} = 0$      $x^2$  趋于零的速度比  $3x$ “快”.
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty$      $x$  趋于零的速度比  $x^2$ “慢”.
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{3x} = \frac{1}{3}$      $x$  趋于零的速度和  $3x$ “差不多”.

# 无穷小的阶的比较

当  $x \rightarrow 0$  时,  $x^2, 3x, x$  都是无穷小,

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{3} = 0$      $x^2$  趋于零的速度比  $3x$ “快”.
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty$      $x$  趋于零的速度比  $x^2$ “慢”.
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{3x} = \frac{1}{3}$      $x$  趋于零的速度和  $3x$ “差不多”.

在自变量同一变化过程中, 无穷小趋于 0 的“快慢” 差异导致不同的结果.

假设  $\alpha$  和  $\beta$  为在同一个自变量变化过程中的无穷小. 为方便起见  
“ $\lim$ ”省略自变量的变化过程.

假设  $\alpha$  和  $\beta$  为在同一个自变量变化过程中的无穷小. 为方便起见  
“ $\lim$ ”省略自变量的变化过程.

### 定义 (无穷小的比较)

- 如果  $\lim \frac{\beta}{\alpha} = 0$ , 则称  $\beta$  是比  $\alpha$  高阶的无穷小, 记作  $\beta = o(\alpha)$ ;

假设  $\alpha$  和  $\beta$  为在同一个自变量变化过程中的无穷小. 为方便起见  
“ $\lim$ ”省略自变量的变化过程.

### 定义 (无穷小的比较)

- 如果  $\lim \frac{\beta}{\alpha} = 0$ , 则称  $\beta$  是比  $\alpha$  高阶的无穷小, 记作  $\beta = o(\alpha)$ ;
- 如果  $\lim \frac{\beta}{\alpha} = \infty$ , 则称  $\beta$  是比  $\alpha$  低阶的无穷小;

假设  $\alpha$  和  $\beta$  为在同一个自变量变化过程中的无穷小. 为方便起见  
“ $\lim$ ”省略自变量的变化过程.

### 定义 (无穷小的比较)

- 如果  $\lim \frac{\beta}{\alpha} = 0$ , 则称  $\beta$  是比  $\alpha$  高阶的无穷小, 记作  $\beta = o(\alpha)$ ;
- 如果  $\lim \frac{\beta}{\alpha} = \infty$ , 则称  $\beta$  是比  $\alpha$  低阶的无穷小;
- 如果  $\lim \frac{\beta}{\alpha} = c (c \neq 0)$ , 则称  $\beta$  与  $\alpha$  是同阶无穷小;

假设  $\alpha$  和  $\beta$  为在同一个自变量变化过程中的无穷小. 为方便起见  
“ $\lim$ ”省略自变量的变化过程.

### 定义 (无穷小的比较)

- 如果  $\lim \frac{\beta}{\alpha} = 0$ , 则称  $\beta$  是比  $\alpha$  高阶的无穷小, 记作  $\beta = o(\alpha)$ ;
- 如果  $\lim \frac{\beta}{\alpha} = \infty$ , 则称  $\beta$  是比  $\alpha$  低阶的无穷小;
- 如果  $\lim \frac{\beta}{\alpha} = c(c \neq 0)$ , 则称  $\beta$  与  $\alpha$  是同阶无穷小;
- 如果  $\lim \frac{\beta}{\alpha^k} = c(c \neq 0), k > 0$ , 则称  $\beta$  是关于  $\alpha$  的  $k$  阶无穷小;

假设  $\alpha$  和  $\beta$  为在同一个自变量变化过程中的无穷小. 为方便起见  
“ $\lim$ ”省略自变量的变化过程.

### 定义 (无穷小的比较)

- 如果  $\lim \frac{\beta}{\alpha} = 0$ , 则称  $\beta$  是比  $\alpha$  高阶的无穷小, 记作  $\beta = o(\alpha)$ ;
- 如果  $\lim \frac{\beta}{\alpha} = \infty$ , 则称  $\beta$  是比  $\alpha$  低阶的无穷小;
- 如果  $\lim \frac{\beta}{\alpha} = c(c \neq 0)$ , 则称  $\beta$  与  $\alpha$  是同阶无穷小;
- 如果  $\lim \frac{\beta}{\alpha^k} = c(c \neq 0), k > 0$ , 则称  $\beta$  是关于  $\alpha$  的  $k$  阶无穷小;
- 如果  $\lim \frac{\beta}{\alpha} = 1$ , 则称  $\beta$  与  $\alpha$  是等价无穷小, 记  $\alpha \sim \beta$ .

同阶能比值，  
高阶快归零，  
低阶撑场面，  
一比就分明。  
—GPT-5 生成

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{3} = 0$      $x^2$  是比  $3x$  高阶的无穷小,  $x^2 = o(3x)$ ;
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty$      $x$  是比  $x^2$  低阶的无穷小;
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{3x} = \frac{1}{3}$      $x$  是  $3x$  的同阶无穷小;
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{(3x)^2} = \frac{1}{9}$      $x^2$  是关于  $3x$  的 2 阶无穷小;
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$      $\sin x$  与  $x$  是等价无穷小.

## 随堂练习

下列无穷小在给定的自变量变化过程中与  $x$  相比是什么阶的无穷小

- (1)  $x \cdot \cos x$  ( $x \rightarrow 0$ )
- (2)  $1000x$  ( $x \rightarrow 0$ )
- (3)  $\frac{1}{1000}x$  ( $x \rightarrow 0$ )
- (4)  $2x^2$  ( $x \rightarrow 0$ )
- (5)  $\sqrt{x} \sim (x \rightarrow 0^+)$

## 随堂练习

(1)  $x \cdot \cos x$  ( $x \rightarrow 0$ )     $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \cos x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1$  (等价无穷小)

(2)  $1000x$  ( $x \rightarrow 0$ )     $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1000x}{x} = 1000$  (同阶无穷小)

(3)  $\frac{1}{1000}x$  ( $x \rightarrow 0$ )     $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1000x} = \frac{1}{1000}$  (同阶无穷小)

(4)  $2x^2$  ( $x \rightarrow 0$ )     $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} 2x = 0$  (高阶无穷小)

(5)  $\sqrt{x} \sim (x \rightarrow 0^+)$      $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$  (低阶无穷小)

# 常见等价无穷小

当  $x \rightarrow 0$

- $\sin x \sim x$
- $\tan x \sim x$
- $\arcsin x \sim x$
- $\ln(1+x) \sim x$

- $e^x - 1 \sim x$
- $1 - \cos x \sim \frac{1}{2}x^2$
- $(1+x)^\alpha - 1 \sim \alpha x (\alpha \neq 0)$

## 定理

$\beta$  与  $\alpha$  是等价无穷小的充分必要条件为

$$\beta = \alpha + \underbrace{o(\alpha)}_{\text{比 } \alpha \text{ 高阶的无穷小}}$$

## 定理

$\beta$  与  $\alpha$  是等价无穷小的充分必要条件为

$$\beta = \alpha + \underbrace{o(\alpha)}_{\text{比 } \alpha \text{ 高阶的无穷小}}$$

- $1 - \cos x = \frac{1}{2}x^2 + o(\frac{1}{2}x^2) = \frac{1}{2}x^2 + o(x^2);$
- $\ln(1 + x) = x + o(x);$
- $\sin x = x + o(x).$

## 定理 (等价无穷小替换)

设  $\alpha \sim \tilde{\alpha}$ ,  $\beta \sim \tilde{\beta}$ , 且  $\lim \frac{\tilde{\beta}}{\tilde{\alpha}}$  存在, 则

$$\lim \frac{\beta}{\alpha} = \lim \frac{\tilde{\beta}}{\tilde{\alpha}}.$$

- 涉及的自变量变化过程一致.

## 定理 (等价无穷小替换)

设  $\alpha \sim \tilde{\alpha}$ ,  $\beta \sim \tilde{\beta}$ , 且  $\lim \frac{\tilde{\beta}}{\tilde{\alpha}}$  存在, 则

$$\lim \frac{\beta}{\alpha} = \lim \frac{\tilde{\beta}}{\tilde{\alpha}}.$$

- 涉及的自变量变化过程一致.

- 

$$\lim \frac{\beta}{\alpha} = \lim \frac{\beta}{\tilde{\alpha}} = \lim \frac{\tilde{\beta}}{\tilde{\alpha}}.$$

### 例 3

求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin 5x}$

### 例 3

求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin 5x}$

证明.

因为当  $x \rightarrow 0$  时,  $\tan 2x \sim 2x$ ,  $\sin 5x \sim 5x$ ,

### 例 3

求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin 5x}$

证明.

因为当  $x \rightarrow 0$  时,  $\tan 2x \sim 2x$ ,  $\sin 5x \sim 5x$ , 故

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin 5x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{5x} = \frac{2}{5}.$$

□

## 随堂练习

利用等价无穷小替换计算以下极限

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{\sin x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x^2)^{\frac{1}{2}} - 1}{1-\cos x}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\tan x}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{\sin x}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin 3x}$$

## 随堂练习

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{\sin x} = 1$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x^2)^{\frac{1}{2}} - 1}{1-\cos x} = 1$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\tan x} = 1$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{\sin x} = 2$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin 3x} = \frac{2}{3}$$

# 作业

- 教材习题 1-4: 1; 5(完成表格第 2 行  $x \rightarrow x_0$  和第 6 行  $x \rightarrow \infty$ );  
8.
- 教材习题 1-7: 1; 2; 3; 5(1)(2)(3).