微积分I

3学分、经管类外招

数学系王伟文

课程网页二维码

https://wangyuanhao.github.io/calculus_course_webpage/

课程要求

按时出勤、提交作业，有事请假。根据教学规定**缺勤/缺作业**超过1/3不能参加期末考试；

上课请带上笔和草稿纸

微信上搜索雨课堂小程序，认证登陆后找到课程：2024-微积分I

作业要求

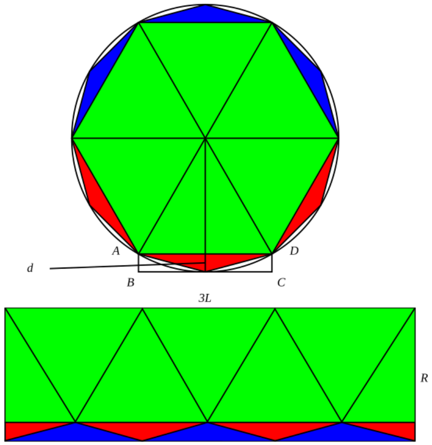
- 每次提交作业不能超过3张A4纸，每一张标注学号和姓名；
- 每两周提交一次作业。每次课后，作业及提交时间在课程网页公布;
- 不符合提交要求将拒收；
- 除了解答正确与否，作业完成度也很重要的评价标准。

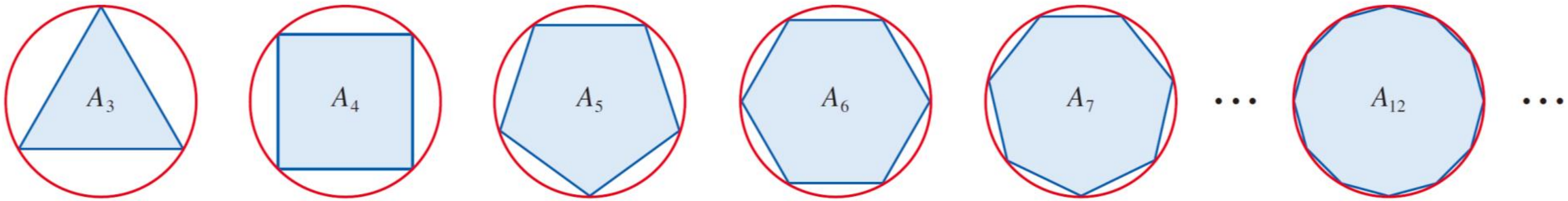
完成度>准确性

微积分?FOR WHAT?!

微积分学也称为微分积分学（拉丁语：Calculus），主要包括微分学和积分学两个部分，是研究极限、微分、积分和无穷级数等的一个数学分支。本质上，微积分学是一门研究连续变化的学问。[维基百科]

三国时代数学家刘徽的割圆术



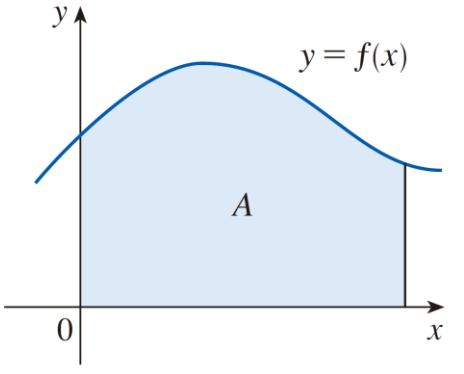


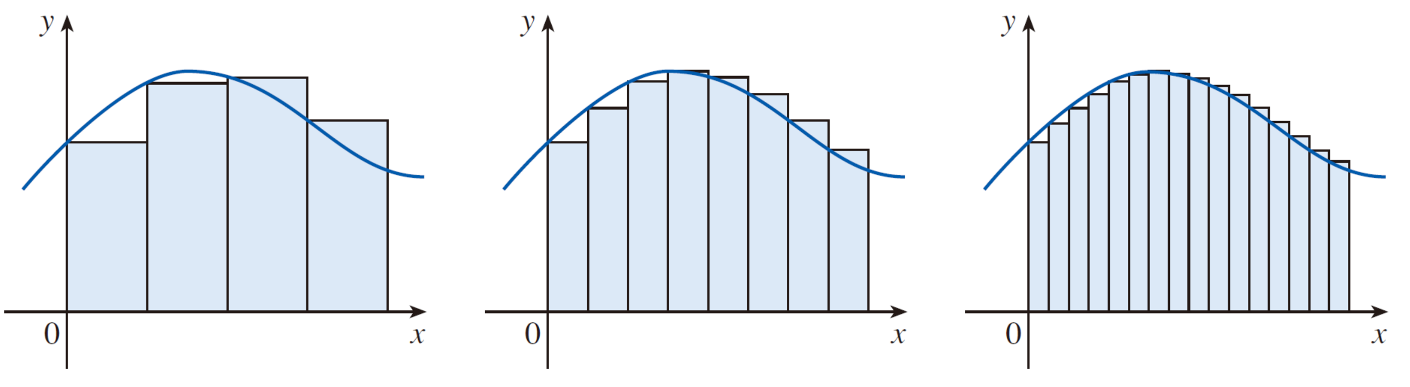
[SCW]

微积分?FOR WHAT?!

微积分学也称为微分积分学（拉丁语：Calculus），主要包括微分学和积分学两个部分，是研究极限、微分、积分和无穷级数等的一个数学分支。本质上，微积分学是一门研究连续变化的学问。[维基百科]

黎曼积分求不规则图形面积





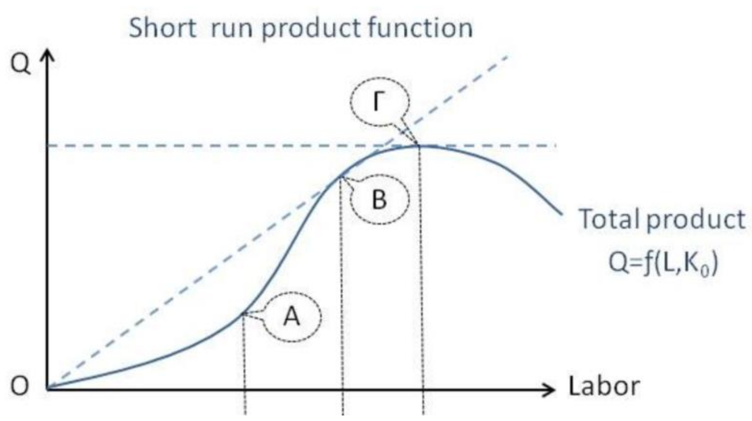
[SCW]

微积分?FOR WHAT?!

微积分学也称为微分积分学（拉丁语：Calculus），主要包括微分学和积分学两个部分，是研究极限、微分、积分和无穷级数等的一个数学分支。本质上，微积分学是一门研究连续变化的学问。[维基百科]

经济学中的边际效应： 是指每新增（或减少）一个单位的商品或服务，它对商品或服务的收益增加（或减少）的效用 [维基百科]

劳动力-产能曲线

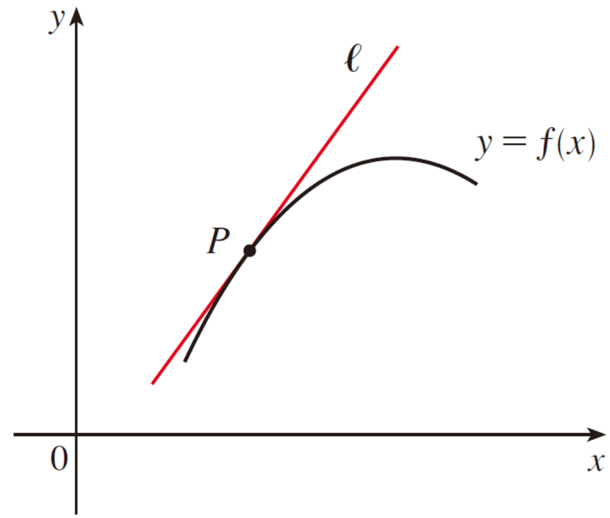


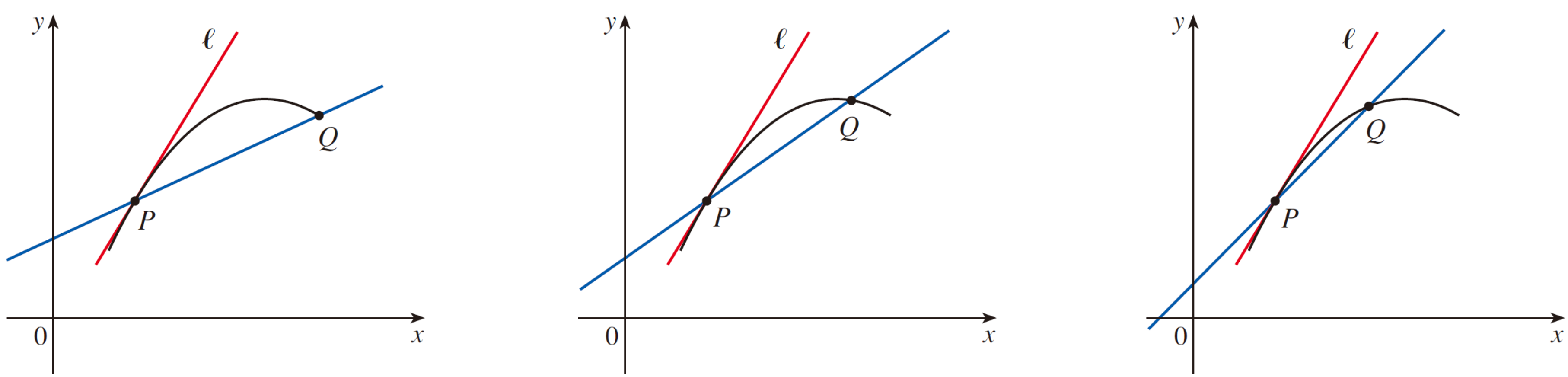
切线斜率即是边际效应

如何求曲线中一点的斜率？

微积分?FOR WHAT?!

求曲线一点切线的斜率





[SCW]

成绩与投入时间成正比

Young man, in mathematics you don't understand things. You just get used to them.

John von Neumann

基本知识回顾

- 一元一次方程及不等式
- 一元二次方程及不等式
- 数轴与平面直角坐标系
- 直角坐标系中的直线表示

一元二次方程都可化为 $ax^2+bx+c=0\,(a\neq 0)$，它的解是：

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

直线的一般式方程能够表示坐标平面内的任何直线。

$Ax+By+C=0$ （A，B不全为零即A^2+B^2≠0）该直线的斜率为 $k=-\frac{A}{B}$ (当B=0时没有斜率)

随堂练习

- 求出以下方程中的未知数x

（1） $3x-1=0$　　（2） $2x=4$

（3） $(x-1)(x-4)=0$　　（4） $x^2-5x+4=0$　　（5） $2x^2-2x-4=0$

- 求出以下不等式中的未知数x的取值范围

（1） $3x-1>0$　　（2） $5x\leq 4$　　（3） $-3x\geq 12$

（4） $(x-1)(x-4)>0$　　（5） $(x-1)(x-2)\leq 0$　　（6）$-x^2+3x+4>0$

- 作出以下直线的简图，并写出对应的斜率

（1） $y=x+1$　　（2） $y=-x+1$　　（3） $x-2y+1=0$

第一节　集合

（一）集合的概念

把一些**确定的、彼此不同的事物**作为一个整体来看待时，这个整体便称为是一个**集合**。

组成集合的那些个体称为集合的**元素**。

例如 某游戏中，某个英雄的所有技能构成一个集合，单独的技能即为该集合的元素。

能否给出一些不是集合的例子？

第一节　集合

（一）集合的概念

通常用大写字母 A、B、C 等表示集合，用小写字母 a、b、c 等表示集合的元素。

如果a是集合A的元素，则记作 $a \in A$，读作a属于A；

如果a不是集合A的元素，则记作 $a \notin A$ ，读作a不属于A。

第一节　集合

（二）集合的表示

（1）列举法：按任意顺序列出该集合的所有元素，并用**花括号**“{}”括起来

亚瑟技能={誓约之盾，回旋打击，圣剑裁决，圣光守护}

（2）描述法：集合A的任意一个元素a满足都某一个条件或法则$P(a)$, 则集合A可以记为 $A = \{a|P(a)\}$

某一直线上的所有点：$\{(x, y)|x - y = 0\}$

偶数：$\{x|x = 2n, n\text{为整数}\}$

(三) 全集、空集与子集

（1）全集：所有研究对象构成的集合，是一个相对的概念，依赖于研究对象，一般用U表示。

研究对象是咱们班的同学 VS 研究对象是咱们学院的同学

第一节　集合

(三) 全集、空集与子集

（1）全集：所有研究对象构成的集合，是一个相对的概念，依赖于研究对象，一般用U表示。

研究对象是咱们班的同学 VS 研究对象是咱们学院的同学

（2）空集：空集不包括任何元素，记为$\varnothing$。

第一节　集合

(三) 全集、空集与子集

（1）全集：所有研究对象构成的集合，是一个相对的概念，依赖于研究对象，一般用U表示。

研究对象是咱们班的同学 VS 研究对象是咱们学院的同学

（2）空集：空集不包括任何元素，记为$\emptyset$。

（3）子集：所有属于集合A的元素均属于集合B，则称集合A包含于集合B，集合A是集合B的子集，记为$A \subseteq B$，且若有$A \neq B$则称集合A是集合B的真子集，记为$A \subset B$。

第一节　集合

（三）全集、空集与子集

关于子集的几个论断

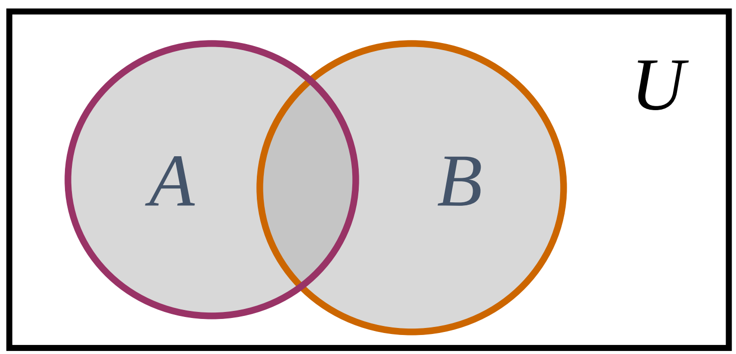
- $A \subseteq A$, 任意集合是其自身的子集
- $\emptyset \subseteq A$, 空集是任何集合的子集
- 若$A \subseteq B$，$B \subseteq C$, 则$A \subseteq C$

如何判断两个集合是否相等?

第一节　集合

(四) 集合运算：并、交、补、差

- 并集：由所有属于集合A和集合B的元素所构成的集合称为集合A与B的并集，记为$A \cup B$。



如何用描述法表示?

第一节　集合

(四) 集合运算：并、交、补、差

- 并集：由所有属于集合A和集合B的元素所构成的集合称为集合A与B的并集，记为$A \cup B$。

基本性质：

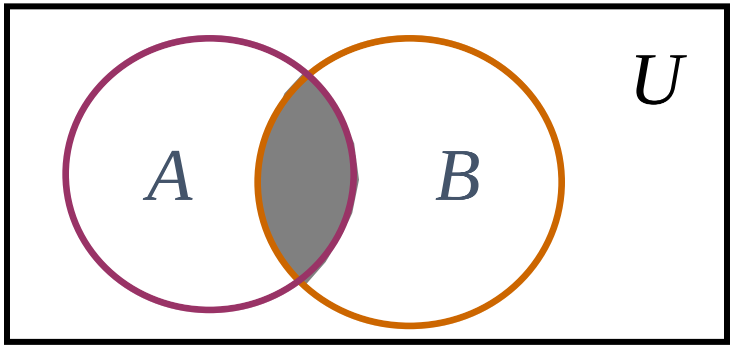
$$A \cup \varnothing = A,\ A \cup U = U,\ A \cup A = A$$

$$A \subseteq A \cup B,\ B \subseteq A \cup B$$

第一节　集合

(四) 集合运算：并、交、补、差

- <u>交集</u>：由**既属于**集合A**也属于**集合B的元素所构成的集合称为集合A与B的<u>交集</u>，记为$A\cap B$。

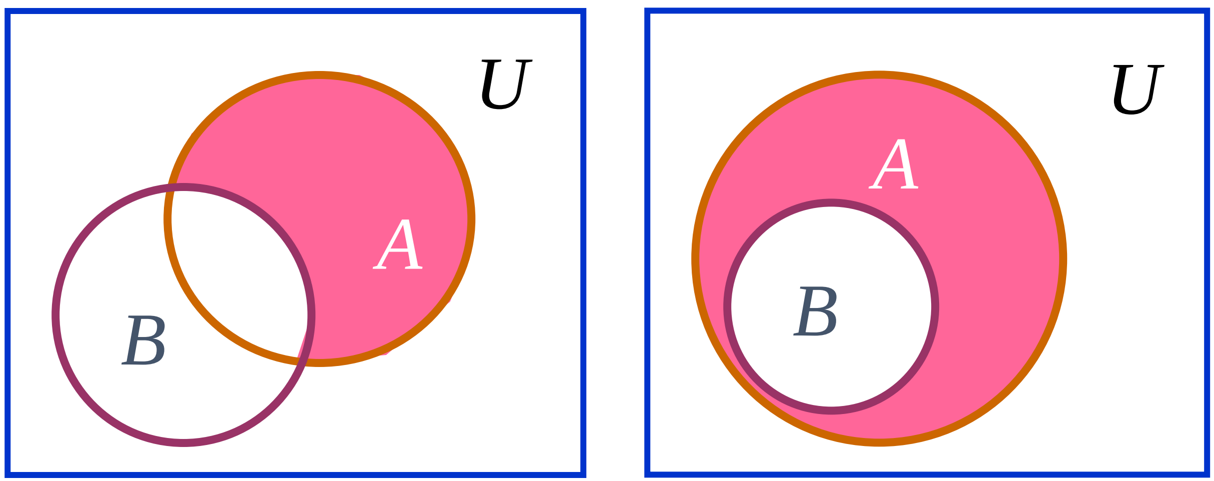


基本性质：$A\cap B\subseteq A,\ A\cap B\subseteq B$

$$A\cap\varnothing=\varnothing,\ A\cap U=A,\ A\cap A=A$$

(四) 集合运算：并、交、补、差

- 差集：由属于集合A**但不**属于集合B的元素所构成的集合称为集合A与B的差集，记为$A-B$。

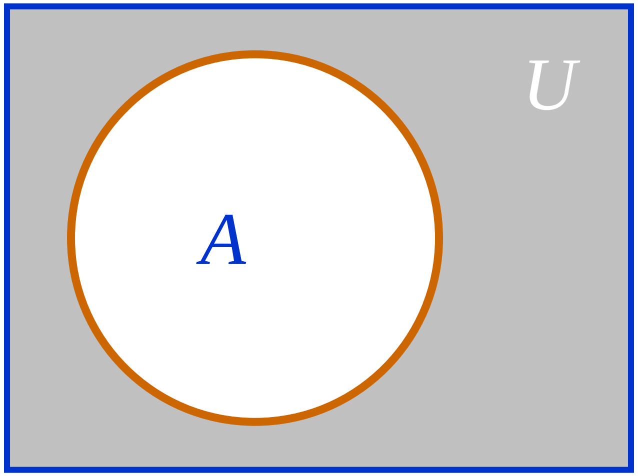


基本性质： $\boldsymbol{A-B=\varnothing \Leftrightarrow A\subseteq B}$

第一节　集合

(四) 集合运算：并、交、补、差

- 补集：在全集U中, 不属于集合A的元素所构成的集合称为集合A补集，记为$\bar{A}$。



基本性质：$\boldsymbol{A \cup \bar{A} = U}$， $\boldsymbol{A \cap \bar{A} = \varnothing}$

第一节　集合

(四) 集合运算：并、交、补、差

交换律：

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

结合律：

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

分配律：

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

对偶律：

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

第一节　集合

练习　设$A=\{1,2,3\}, B=\{1,3,5\}, U=\{1,2,3,4,5,6\}$, 求 $(1)A\cup B; (2)A\cap B; (3)A-B; (4)\bar{A}$

解：

$A\cup B=\{1,2,3,5\}$　　$A\cap B=\{1,3\}$

$A-B=\{2\}$　　$\bar{A}=\{4,5,6\}$

第一节　集合

(五) 笛卡尔乘积

行集：$A=\{1,2,3,\ldots,14\}$　　列集：$B=\{1,2,3,\ldots,29,30\}$

座位：$A\times B=\{(1,1),(1,2),\ldots,(14,30)\}$　笛卡尔乘积

$$(2,1)\neq(1,2)$$

(五) 笛卡尔乘积

- 笛卡尔乘积：给定两个集合A、B, 对于任意$x \in A$，$y \in B$, 所有**二元有序组**(x, y)构成的集合，称为集合A与集合B的笛卡尔乘积，记为$A \times B$, 即

$$A \times B = \{(x, y) | x \in A, y \in B\}$$

第一节　集合

练习 设$A=\{1,2,3\},B=\{1,3,5\}$, 求$A\times B$

解：

$$
\begin{aligned}
A\times B=\{&(1,1),(1,3),(1,5),\\
&(2,1),(2,3),(2,5),\\
&(3,1),(3,3),(3,5)\}
\end{aligned}
$$