

Sujet de TP n°2

On utilisera le script R « scriptTP2.R » disponible sur Campus.

Partie 1. (étude d'un AR(2))

Notations. $X_t = \mu + \phi_1 (X_{t-1} - \mu) + \phi_2 (X_{t-2} - \mu) + Z_t$

$$\phi(z) = 1 - \phi_1 z - \phi_2 z^2 = (1 - r_1 z)(1 - r_2 z)$$

☛ r_1 et r_2 sont les inverses des racines z_1 et z_2 du polynôme $\phi(z)$, à savoir donc les racines du polynôme : $z \rightarrow z^2 - \phi_1 z - \phi_2$

Deux cas : r_1 et r_2 sont des réels $\neq 0$ dans $] -1, +1[$ **ou** $r_1 = re^{i\theta}$ et $r_2 = re^{-i\theta}$ avec $0 < r < 1$

1. Faire une simulation de taille $n = 200$ d'un AR(2) avec $\mu = 0$, $\sigma_Z = 1$, $r_1 = 0.9$ et $r_2 = 0.9$ et visualiser le chronogramme, ACF et PACF empiriques. Expliquer l'allure de la série ainsi que l'allure des ACF et PACF (sont-elles conformes à des résultats théoriques ?) (augmenter n si besoin).
2. Mêmes questions avec $\mu = 0$, $\sigma_Z = 1$, $r_1 = 0.9$ et $r_2 = -0.9$.
3. Mêmes questions avec $\mu = 0$, $\sigma_Z = 1$, $r_1 = 0.1$ et $r_2 = -0.9$.
4. Mêmes questions avec $\mu = 0$, $\sigma_Z = 1$, $r = 0.9$ et $\theta = 90^\circ$, puis $\theta = 60^\circ$, $\theta = 20^\circ$ (augmenter la taille de n pour mieux comprendre la forme des ACF et PACF).
5. Essayer d'autres racines r_1 et r_2 complexes conjuguées à l'intérieur du disque unité.
6. Que se passe-t-il si l'une au moins des racines est sur le cercle unité ? A l'extérieur ?
7. Que peut-on dire des paramètres μ et σ_Z^2 ?

Partie 2. (identification de modèles) On utilisera les jeux de données serie1, serie2, serie3 disponibles sur Campus.

1. Visualiser les ACF et PACF de la première série de données (fichier serie1.Rdata). De quel type de processus s'agit-il ? Essayer de donner la forme du polynôme $\phi(z)$ dans la décomposition ARMA de ce processus.
2. Visualiser les ACF et PACF de la deuxième série de données. Conclusion.

On dit que $\{X_t\}$ est un ARIMA(p, d, q) centré si le processus $\{\nabla^d X_t\}$ est un ARMA(p, q) centré

où $\nabla = I - B$ est l'opérateur de différenciation et $d = \text{ordre de différenciation}$

3. Peut-on rendre compte du troisième jeu de données par un modèle de type ARIMA(p,d,q) ? Si oui, lequel ?