一、填空题（本大题共 10 题，每小题 1 分，共 10 分）

静止电荷，变化的磁场。0；$\oint_L \vec{E}_{涡旋} \cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$；

$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_o} \sum_{S内} q_i$，0。

1、变化的电场，产生磁场的规律相同。

2、0；变弱

二、解：根据牛顿第二定律

$$mg - Av = m\frac{dv}{dt} \qquad \textbf{(4 分)}$$

$$dt = \frac{mdv}{mg - Av}$$

$$t = -\frac{m}{A}\ln(\mathrm{mg} - A\mathrm{v}) + \mathrm{C} \qquad \textbf{(2 分)}$$

当 t=0 时,v=0,所以

$$C = \frac{m}{A}\ln(\mathrm{mg}) \qquad \textbf{(2 分)}$$

$$v = \frac{mg}{A}(1 - \mathrm{e}^{-\frac{A}{m}t}) \qquad \textbf{(2 分)}$$

三、解：1) 设 O 点振动为：

$$y = A\cos(\omega t + \phi)$$

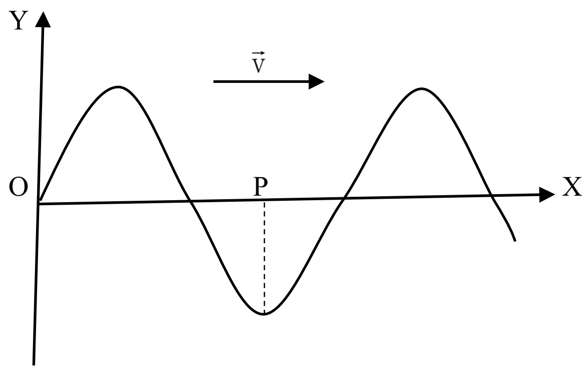
$\because t = 0$时，$y = 0$

$\therefore 0 = A\cos\phi$

$$\phi = \pm\frac{\pi}{2}$$

因为Δt 后，y<0，故

$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$



【4 分】

2) O 与 P 的相位差为

$$\Delta\varphi=\frac{x_2-x_1}{\lambda}2\pi=\frac{\frac{3}{4}\lambda}{\lambda}\cdot 2\pi=\frac{3}{2}\pi$$

$$\therefore \varphi_o-\varphi_P=\frac{3}{2}\pi$$

$$\varphi_P=\varphi_o-\frac{3}{2}\pi=\frac{\pi}{2}-\frac{3}{2}\pi=-\pi$$

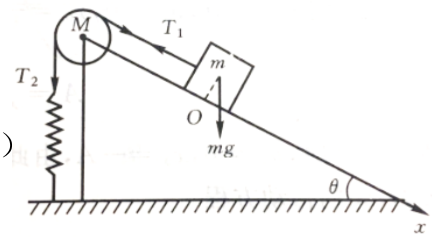
【4 分】

3）

$$y=A\cos[\omega(t-\frac{x}{v})+\frac{\pi}{2}]$$

【2 分】

四、



解：物体处于平衡位置时,弹簧伸长l_0 ：

$mg\sin\theta=kl_0$ (1) （1 分）

物体在任一点的运动学方程:

$m\frac{d^2x}{dt^2}=mg\sin\theta-T_1$ (2) （1 分）

对滑轮有:$\frac{1}{2}MR^2\beta=T_1R-T_2R$ (3) （2 分）

$\frac{d^2x}{dt^2}=R\beta$ (4) （1 分）

$T_2=k(\mathrm{x}+l_0)$ (5) （1 分）

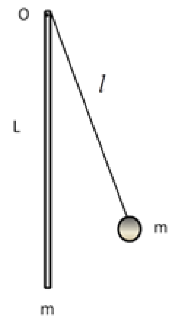
(1)(3)(4)(5)代物(2)求解得:

$\frac{d^2x}{dt^2}=-\frac{k}{\frac{1}{2}M+m}x=-\omega^2x$ 与简谐振动动力学方程形式一致，证明是简谐振动。

振动的角频率为$\omega=\sqrt{\frac{2k}{M+2m}}$（可以不明确给出角频率） （4 分）

五、解：小球从释放到与直杆相碰，机械能守恒，完全弹性碰撞：

$\frac{1}{2}\mathrm{mv}^2=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\mathrm{mL}^2\omega^2$ （1） （4 分）



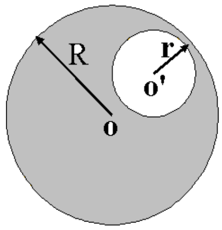
小球与直杆碰撞，角动量守恒

$\mathrm{mv}\,l=\frac{1}{3}\mathrm{mL}^2\omega$ （2） （4 分）

$$l = \frac{\sqrt{3}}{3} L$$ （2 分）

六、（**10** 分）半径为 R 电荷体密度为ρ的均匀带电球内有一半径为 r 的球形空腔，求球形空腔内的电场分布，并简单说明其分布规律。

解：该带电体系可看做电荷密度为ρ，半径为 R 的带电大球体和一个电荷密度为-ρ，半径为 r 的带小电球体的叠加。（1 分）



在空腔内任选一点 P，做矢量$\overrightarrow{0P}$、$\overrightarrow{0'P}$和$\overrightarrow{00'}$。

由高斯定理可得：

大球体在 P 点产生的电场为：$\vec{E}_1 = kQ\dfrac{\overline{0P}}{R^3} = \dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}\overline{0P}$（3 分）

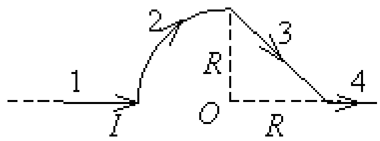
小球体在 P 点产生的电场为：$\vec{E}_2 = -kQ\dfrac{\overline{0'P}}{R^3} = -\dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}\overline{0'P}$（3 分）

整个带电体系在 P 点产生的电场为：

$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}\overline{0P} - \dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}\overline{0'P} = \dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}(\overline{0P} - \overline{0'P}) = \dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}\overline{00'}$（2 分）

由于 P 点实在空腔内任选的，而这一结果与 P 点的位置无关，因此空腔内的电场为均匀电场。 （1 分）

七、解：将导线分成 1、2、3、4 四部份，各部分在 O 点产生的磁感强度设为 B_1、B_2、B_3、B_4．根据叠加原理 O 点的磁感强度为：



$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4$$

∵ $\vec{B}_1$、$\vec{B}_4$ 均为 0，故 $\vec{B} = \vec{B}_2 + \vec{B}_3$ （2 分）

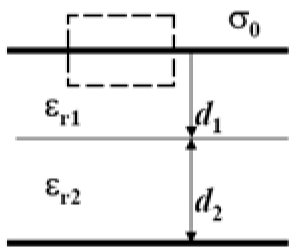
$$B_2 = \frac{1}{4}\left(\frac{\mu_0 I}{2R}\right)$$ 方 向 ⊗ （ 3 分 ）

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\sin\beta_2 - \sin\beta_1) = \frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{4\pi R}\sqrt{2} = \mu_0 I/(2\pi R)$$ 方向 ⊗（3 分）

∴ $$B = \frac{\mu_0 I}{8R} + \frac{\mu_0 I}{2\pi R} = \frac{\mu_0 I}{2R}\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{\pi}\right)$$ 方向 ⊗ （2 分）

八、

解：(1)设两电介质中场强分别为E_1和E_2，选如图所示的上下底面面积均为S'的柱面为高斯面，上底面在导体中，下底面在电介质中，侧面的法线与场强垂直，柱面内的自由电荷为



$$\sum Q_0=\sigma_0 S'$$

根据高斯定理

$$\oiint_{S_1}\vec{D}\cdot d\vec{S}=DS_1=\sigma_0 S_1$$

所以 $D=\sigma_0$

电介质中的电场强度

$$E_1=\frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}}=\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}}$$

$$E_2=\frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}}=\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}}$$

两极板的电势差为

$$U=\int\vec{E}\cdot d\vec{l}=E_1d_1+E_2d_2$$

$$=\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\left(\frac{d_1}{\varepsilon_{r1}}+\frac{d_2}{\varepsilon_{r2}}\right)$$

电容

$$C=\frac{Q_0}{U}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2}S}{\varepsilon_{r1}d_2+\varepsilon_{r2}d_1}$$ 4 分)

（2）分界面处第一层（上层）电介质的极化电荷面密度为：

$$\sigma_1'=P_1=(\varepsilon_{r1}-1)\varepsilon_0E_1=\frac{\varepsilon_{r1}-1}{\varepsilon_{r1}}\sigma_0$$

（2 分）

第二层（下层）电介质的极化电荷面密度为：

$$\sigma_2'=-P_2=-(\varepsilon_{r2}-1)\varepsilon_0E_2=-\frac{\varepsilon_{r2}-1}{\varepsilon_{r2}}\sigma_0$$

（2 分）

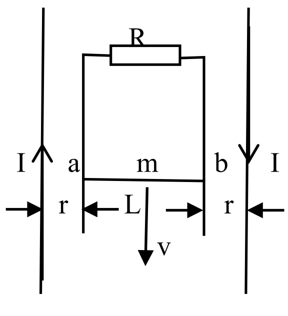
（3）电位移矢量为：

$$D_1=D_2=D=\sigma_0$$

（2 分）

九、解：（1）（4 分）取 ab 中点为坐标原点，x 处线元 dx 处的磁场为：

$$B=B_1+B_2=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{r+\frac{L}{2}+x}+\frac{1}{r+\frac{L}{2}-x}\right)$$



Dx 上的动生电动势：

$$d\zeta=\nu Bdx=\frac{\mu_0 I\nu}{2\pi}\left(\frac{dx}{r+\frac{L}{2}+x}+\frac{dx}{r+\frac{L}{2}-x}\right)$$

整个金属杆上的电动势为：$\zeta=\int_{-L/2}^{L/2} d\zeta = \frac{\mu_0 I v}{\pi} \ln \frac{r+L}{r}$，方向从 a 到 b

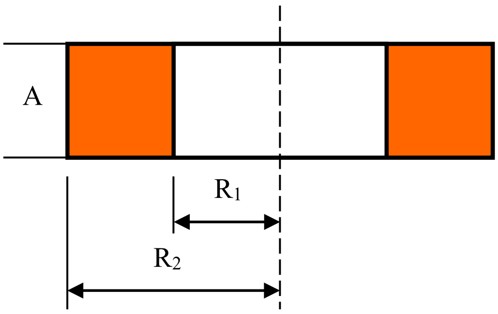
（2）（2 分）$I = \frac{\zeta}{R} = \frac{\mu_0 I v}{\pi R} \ln \frac{r+L}{r}$，方向从 a 到 b

（3）（4 分）x 处线元 dx 受磁场力为：

$$dF=IBdx=\frac{\mu_0^2 I^2 v}{2\pi^2 R} \ln \frac{r+L}{r} \cdot \left(\frac{1}{r+\frac{L}{2}+x}+\frac{1}{r+\frac{L}{2}-x}\right)dx$$

$$F = \int_{-L/2}^{L/2} dF = \frac{\mu_0^2 I^2 v}{\pi^2 R} \left(\ln \frac{r+L}{r}\right)^2$$，方向向上。

十、　解：(1)选半径为 r 的同心圆为安培环路。



$$\oint \vec{H} \bullet d\vec{l} = N$$

$$H 2\pi r = NI$$

$$H = \frac{NI}{2\pi r}$$　　（4 分）

$$B = \mu H = \frac{\mu NI}{2\pi r}$$

(2)

$$dW = \frac{1}{2} BHdV = \frac{\mu N^2 I^2}{8\pi^2 r^2} 2\pi r A dr = \frac{\mu N^2 I^2 A}{4\pi} \frac{dr}{r}$$

$$W = \int_{R_1}^{R_2} dW = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu N^2 I^2 A}{4\pi} \frac{dr}{r} = \frac{\mu N^2 I^2 A}{4\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{\mu N^2 I^2 A}{4\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$　　（4 分）

(3)根据自感中的磁能：

$$W = \frac{1}{2} L I^2$$

$$L = \frac{2W}{I^2} = \frac{\mu N^2 A}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$　　（2 分）