南開大學

电磁学

（Electromagnetism）

电动势——非静电力将单位正电荷从电源的负极经电源内部搬运到正极的过程中所做的功

动生电动势

产生动生电动势的非静电力是洛伦兹力
非静电性电场强度？

$$\mathrm{d}\,\varepsilon_{动} = (\vec{V}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\,\vec{l}$$

感生电动势

$$\varepsilon_{感} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\,\vec{s}$$

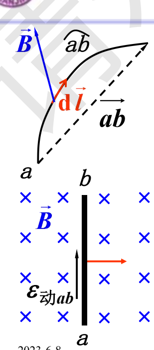
感生电场的非静电力是涡旋电场力，激发感生电场的是？

麦克斯韦（Maxwell）提出:变化的磁场可以激发非静电性质的电场 — 感生电场$\vec{E}_{感}$。

$$\varepsilon_{感} = \boxed{\oint_L \vec{E}_{感}\cdot \mathrm{d}\,\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\,\vec{s}}$$

感生电场是非保守场— 有旋电场(curl electric
它不存在相应的“势”的概念。

在一段导线中的动生电动势：



$$\varepsilon_{动ab} = \int_{(a)}^{(b)} (\vec{V}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\,\vec{l}$$

若$\vec{B} = \mathrm{const}.$， $\vec{V} = \mathrm{const}.$，则

$$\varepsilon_{动ab} = (\vec{V}\times\vec{B})\cdot\int_{(a)}^{(b)} \mathrm{d}\,\vec{l} = (\vec{V}\times\vec{B})\cdot\overrightarrow{ab}$$

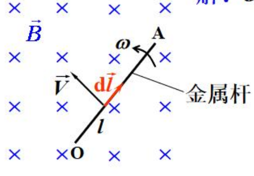
若 $\vec{V}$、$\vec{B}$、$\overline{ab}$ 彼此垂直，

则 $\varepsilon_{动ab} = BV\overline{ab}$

$\varepsilon_{动ab}$方向：$a \to b$。

[例1]：如图示，$\overline{\mathrm{OA}} = L$，$\vec{B}\perp\overline{\mathrm{OA}}$，$\vec{B} = \mathrm{const}.$，

$\overline{\mathrm{OA}}$ 绕0轴转，角速度为ω。求：$\varepsilon_{动\mathrm{OA}}$



解：
$$\varepsilon_{动\mathrm{OA}} = \int_{(\mathrm{O})}^{(\mathrm{A})} (\vec{V}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\,\vec{l} = -\int_{(\mathrm{O})}^{(\mathrm{A})} VB\,\mathrm{d}\,l = -\int_0^L \omega lB\,\mathrm{d}\,l = -\frac{1}{2}\omega BL^2 < 0$$

$\varepsilon_{动\mathrm{OA}}$方向：$\mathrm{A}\to\mathrm{O}$，O点电势高（积累正电荷）

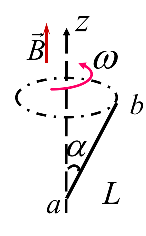
例2 在空间均匀的磁场中$\vec{B} = B\hat{z}$

导线ab绕Z轴以ω 匀速旋转

导线ab与Z轴夹角为α

设 $\overline{ab} = L$

求：导线ab中的电动势



仅供参考，请勿外传

解：建坐标如图 在坐标l处取dl

该段导线运动速度垂直纸面向内运动

半径为 r

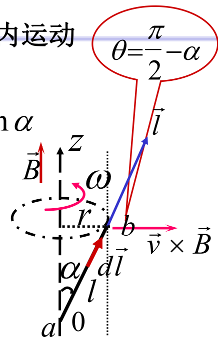
$$\left|\vec{v}\times\vec{B}\right| = vB = \omega rB = \omega lB\sin\alpha$$

$$d\varepsilon_i = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} = vBdl\cos\theta$$

$$= B\omega\sin^2\alpha\ ldl$$

$$\varepsilon_i = \int d\varepsilon_i = B\omega\sin^2\alpha\int_0^L ldl$$

$$= \frac{B\omega L^2}{2}\sin^2\alpha \ >0$$ 方向从a到b



例：一长直导线中通有电流I,在其附近有一长为l的金属棒MN，水平放置，以速度v下落。已知I, a, l.

求：t秒末导线两端电位差。

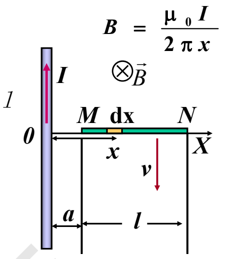
解:根据：$\varepsilon = \int_M^N (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$

$$\varepsilon = \int_M^N (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} = \int_M^N vBdl$$

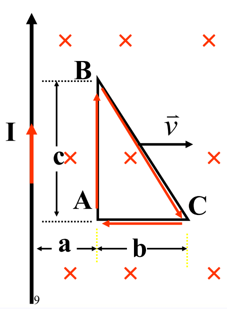
$$= \int_a^{a+l}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}gtdx$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi}gt\ \ln\frac{a+l}{a}$$

ε的方向: $M\rightarrow N$ N点电势高。



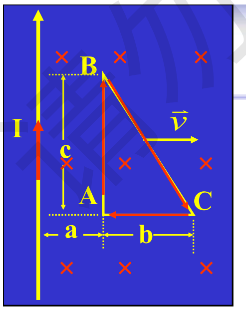
例4 一无限长直导线载有电流 I，与其共面有一三角形线圈ABC以速率 v 垂直离开长导线，求处于图中位置时线圈中的感应电动势



解（1）：选ε_i正方向ABCA

$$\varepsilon_i = \oint_L (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

$$= \int_{AB}(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} + \int_{BC}(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} + \int_{CA}(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$



$$\varepsilon_{iAB} = \int_{AB}(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

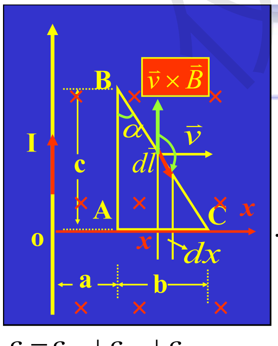
$$= \int_{AB} vB\,dl$$

$$= \int_{AB}\frac{\mu_0 I}{2\pi a}vdl$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi a}vc$$

$$\varepsilon_{iCA} = \int_{CA}(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

$$= \int_{CA}\left|\vec{v}\times\vec{B}\right|\cos 90^\circ dl = 0$$



$$\varepsilon_{iBC} = \int_{BC}(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

$$d\varepsilon_{iBC} = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

$$= vB\cos(\pi-\alpha)dl$$

$$= -vB\cos\alpha dl$$

$$\therefore \varepsilon_{iBC} = \int_{BC} -vB\cos\alpha dl$$

$$= \int_a^{a+b} -v\frac{\mu_0 I}{2\pi x}\cos\alpha\frac{dx}{\sin\alpha}$$

$$= \int_a^{a+b} -\frac{\mu_0 I}{2\pi x}vctg\,\alpha dx$$

$$= -\frac{\mu_0 Ivc}{2\pi b}\ln\frac{a+b}{a}$$

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{iAB} + \varepsilon_{iBC} + \varepsilon_{iCA}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi a}vc - \frac{\mu_0 Ivc}{2\pi b}\ln\frac{a+b}{a}$$

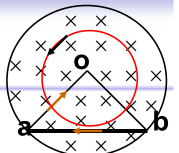
感生电场

$$\varepsilon_{感} = \oint_L \vec{E}_{感}\cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{s}$$

说明：1）有旋电场是变化的磁场激发的；2）感生电场为非保守场，其电场线既无起点也无终点，永远是闭合的，象旋涡一样。因此，通常把感生电场称为有旋电场。3）感生电场同样对电荷有力的作用。产生感生电动势的非静电场E_k 正是涡旋电场力 。

仅供参考，请勿外传

求线段ab上的感生电动势



$\because$ $\boxed{\vec{E}_{感生} \perp R}$ $\quad \varepsilon_{感生} = \int_{(R)} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$

可利用这一特点较方便地求其他线段内的感生电动势

补上半径方向的线段构成回路利用法拉第电磁感应定律

例 求上图中 线段ab内的感生电动势

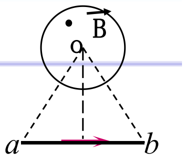
解：补上两个半径oa和bo与ab构成回路$obao$

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{ob} + \varepsilon_{ba} + \varepsilon_{ao} = -\frac{d\phi}{dt}$$

$$\boxed{\varepsilon_{ba} = -S_{\Delta}\frac{dB}{dt}}$$

$$\varepsilon_{ao} = 0 \quad \varepsilon_{ob} = 0$$

又如磁力线限制在圆柱体内，空间均匀 $\boxed{\frac{dB}{dt} = c}$



求：ε_{ab}

解：补上半径 oa bo

设回路方向如图

$$\boxed{\varepsilon_{oabo} = \varepsilon_{oa} + \varepsilon_{ab} + \varepsilon_{bo} = -\frac{d\phi}{dt}} \quad \boxed{\varepsilon_{oa} = 0 \quad \varepsilon_{bo} = 0}$$

$$\boxed{\varepsilon_{ab} = -\frac{d\phi}{dt}} \quad \boxed{\phi = BS_{扇形}} \quad \boxed{\varepsilon_{ab} = -S_{扇形}\frac{dB}{dt}}$$

例：半径为R的圆柱形空间区域，充满着均匀磁场。已知磁感应强度的变化率大于零且为恒量dB/dt. 问在任意半径r 处感应电场的大小以及棒AB上的感生电动势。

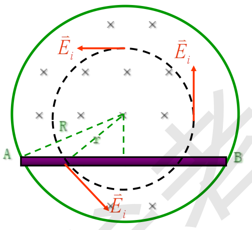
解： $r < R$时

$$\Phi = -BS = -B\pi r^2$$

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = \oint_L \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\pi r^2 \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} = E_i \cdot 2\pi r$$

$$E_i = \frac{r}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$



以逆时针为L的绕向

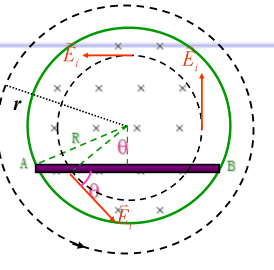
$r > R$时

$$\Phi = -B \cdot \pi R^2$$

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = \oint_L \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\pi R^2 \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} = E_i 2\pi r$$

$$E_i = \frac{R^2}{2r}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$



感应电场分布为 $E_i = \begin{cases} \dfrac{r}{2}\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} & r < R \\ \dfrac{R^2}{2r}\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} & r \geq R \end{cases}$ 方向？

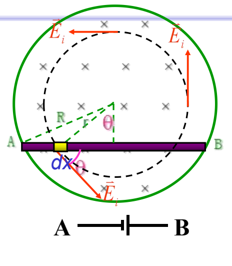
$$\varepsilon_{AB} = \int_0^L \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{x} = \int_0^L E_i \cos\theta \, \mathrm{d}x$$

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{R^2 - L^2/4}}{r}$$

$$\varepsilon_{AB} = \int_0^L E_i \cos\theta \, \mathrm{d}x$$

$$= \int_0^L \frac{1}{2} r \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \frac{\sqrt{R^2 - L^2/4}}{r} \mathrm{d}x$$

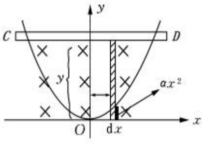
$$= \frac{L}{2}\sqrt{R^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}\,\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$



方向： A→B

一根导线弯成抛物线形状$y = ax^2$，放在均匀磁场中$\vec{B}$。与xOy平面垂直，细杆CD平行于x轴并以加速度a从抛物线的底部向开口处作平动．求CD距O点为y 处时回路中产生的感应电动势．

解：计算抛物线CD 组成的面积内的磁通量



$$\phi_m = 2\int B ds = 2\int_0^{\sqrt{\frac{y}{a}}} B(y - \alpha x^2)\, dx = 2\frac{2B}{3\sqrt{\alpha}}y^{\frac{3}{2}}$$

$$\therefore \quad \varepsilon = -\frac{d\phi_m}{dt} = -\frac{B}{\sqrt{\alpha}}y^{\frac{1}{2}}\frac{dy}{dt} - \frac{B}{\sqrt{\alpha}}y^{\frac{1}{2}}v$$

$$\because v^2 = 2ay$$

$$\therefore v = \sqrt{2ay}$$

则 $\quad \varepsilon_i = -\frac{2B}{\sqrt{\alpha}}y^{\frac{1}{2}}\sqrt{2ay} = -By\sqrt{\frac{8a}{\alpha}}$ $\quad \varepsilon_i$ 实际方向沿 ODC .

此题也可以用动生电动势求解

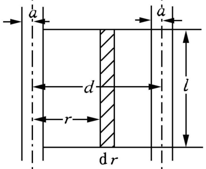
仅供参考，请勿外传

电感（互感和自感）

$$\boxed{\varepsilon_{12}=-\frac{\mathrm{d}\psi_{12}}{\mathrm{d}t}=-M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}}$$

$$\boxed{\varepsilon_L=-\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}=-L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}}$$

两根平行长直导线，横截面的半径都是*a*，中心相距为*d*，两导线属于同一回路，如图。设两导线内部的磁通可忽略不计，证明：这样一对导线长度为*l*的一段自感为



解：如图所示，取面元 $\mathrm{d}S=l\mathrm{d}r$

则：

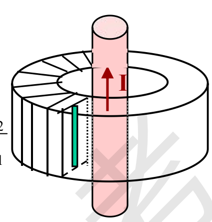
$$\Phi=\int_a^{d-a}\left(\frac{\mu_0 I}{2r\pi}+\frac{\mu_0 I}{2\pi(\mathrm{d}-r)}\right)l\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\int_a^{d-a}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r-\mathrm{d}}\right)\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\left(\ln\frac{d-a}{a}-\ln\frac{d}{d-a}\right)$$

$$=\frac{\mu_0 Il}{\pi}\ln\frac{d-a}{a}$$

$$L=\frac{\Phi}{I}=\frac{\mu_0 l}{\pi}\ln\frac{d-a}{a}$$

例4：真空中截面为矩形的螺绕环, 总匝数为*N*, 内外半径为 R_1, R_2, 高 *h*, 另一半径为r_0的无限长圆柱导体与螺绕环同轴, 1)求互感系数. 2) 设在圆柱导体上通以电流 $I=I_0\sin\omega t$, 求螺绕环中的互感电动势.

解:



1) 长圆柱导体外 $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

通过每匝线圈的磁通量:

$$\Phi_m=\int Bh\mathrm{d}r=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}h\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 Ih}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

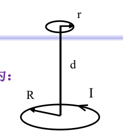
$$M=\frac{N\Phi_m}{I}=\frac{N\mu_0 h}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

2)

$$\varepsilon_i=-M\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=-MI_0\omega\cos\omega t=-\frac{N\mu_0 hI_0\omega}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}\cos\omega t$$

例5：半径分别为R和r（R>>r）的两个同轴线圈，相距为d，且d>>R，大线圈中通有电流I＝I_0sinωt。

求：（1）两线圈的互感系数；
（2）小线圈中的互感电动势.



解：（1）大线圈中的电流在小线圈中心处产生的磁感应强度的大小为：

$$B=\frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{(R^2+d^2)^{3/2}}$$

由于两线圈相距很远，小线圈又小，故可认为小线圈中的磁场是均匀分布的，因此小线圈的磁通量为：

$$\Phi_{小}=BS=\frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{(R^2+d^2)^{3/2}}\pi r^2$$

根据互感的定义：

$$M=\frac{\Phi_{小}}{I}=\frac{\mu_0}{2}\frac{\pi R^2 r^2}{(R^2+d^2)^{3/2}}\approx\frac{\pi\mu_0 R^2 r^2}{2d^3}$$

（2）小线圈中的互感电动势为：

$$\varepsilon=-M\frac{dI}{dt}=-\frac{\pi\mu_0 R^2 r^2 I_0\omega}{2d^3}\cos\omega t$$

一个输电回路，可以看成如图所示的两条平行长直载流导线，其电流为 但是方向相反。这两根导线与旁边的长和宽分别为a和b的导线框共面，导线框上有N匝导线。

（1）两根导线之间的单位长度上的相互作用力是多少？指出是吸力还是斥力。

（2）试求两条平行长直载流导线输电回路与导线框之间的互感系数M；

（3）设电流 为$I\sin\omega t$ ，则导线框中的感应电动势。

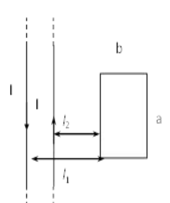
解：（1）由安培定律，一根导线受到另外一根导线的磁场力为：

$$F=IBL$$

则单位长度的安培力的大小为：

$$F=\frac{\mu_0 I^2}{2\pi(l_2-l_1)}$$

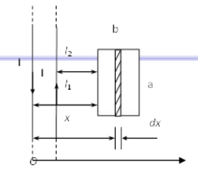
相互排斥



（2）长直载流导线产生的磁场

建立如图所示的坐标系，两根长直载流导线在距离原点为x的空间某一点产生的此感应强度为：

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{x-(l_1-l_2)}\right]$$



在矩形线圈中通有的磁通链数

$$\Psi=N\int_S BdS=N\int_{l_1}^{l_1+b}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{x-(l_1-l_2)}\right]adx=\frac{Na\mu_0 I}{2\pi}\ln\frac{l_2(l_1+b)}{l_1(l_2+b)}$$

互感系数 $M=\dfrac{\Psi}{I}=\dfrac{Na\mu_0}{2\pi}\ln\dfrac{l_2(l_1+b)}{l_1(l_2+b)}$

（3）线圈内的感应电动势

$$\varepsilon=-\frac{d\Psi}{dt}=-\frac{Na\mu_0 I}{2\pi}\cos\omega t\ln\frac{l_2(l_1+b)}{l_1(l_2+b)}$$

仅供参考，谢绝外传

自感磁能：

对长直螺线管 $\boxed{W_m=\frac{1}{2}LI^2}$ （类比：$W_e=\frac{1}{2}CV^2$ ）

由得： $B=\mu nI$ 和 $L=\mu n^2V$

$$\boxed{W_m=\frac{B^2}{2\mu}V}$$

磁能密度： $\boxed{w_m=\frac{B^2}{2\mu}=\frac{1}{2}BH=\frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}}$

这说明磁能储存于磁场中。

• 磁场的能量密度

磁场的能量密度： $w_m=\frac{B^2}{2\mu}=\frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}$

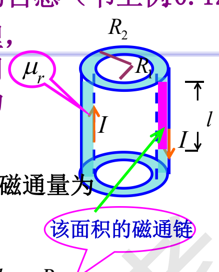
磁场所储存的总能量： $W_m=\int w_m dV=\int\frac{\vec{H}\cdot\vec{B}}{2}dV$

$$\boxed{L=\frac{2W_m}{I^2}}$$

例：计算同轴电缆单位长度的自感（书上例10.12）

根据对称性和安培环路定理，在内圆筒和外圆筒外的空间磁场为零。两圆筒间磁场为

$$B=\frac{\mu I}{2\pi r}\qquad R_1\le r\le R_2$$



考虑 l长电缆通过面元 ldr 的磁通量为

$$d\Phi=B\cdot dr\cdot l=\frac{\mu I}{2\pi r}ldr$$

$$\Psi=\Phi=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mu_0\mu_r I}{2\pi r}ldr=\frac{\mu Il}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

电缆单位长度的自感： $\therefore L=\frac{\Psi}{l\cdot I}=\frac{\mu}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$

如果内部圆筒是实心的呢？

另一方法：可通过磁能计算自感

$H=\frac{I}{2\pi r}$ $B=\frac{\mu I}{2\pi r}$

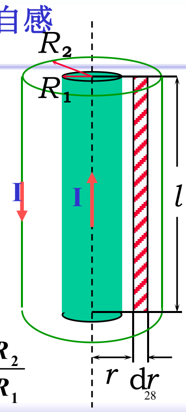
$dV=2\pi rldr$

$W_m=\int_v w_m dV=\int_v\frac{1}{2}\mu H^2dV$

$=\int_{R_1}^{R_2}\frac{1}{2}\mu\left(\frac{I}{2\pi r}\right)^2 2\pi rldr$

$=\frac{\mu I^2 l}{4\pi}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$

$\because L=\frac{2W_m}{I^2}$ $\therefore L=\frac{\mu}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$



另一方法：可通过磁能计算自感

$H=\frac{I}{2\pi r}$ $B=\frac{\mu I}{2\pi r}$

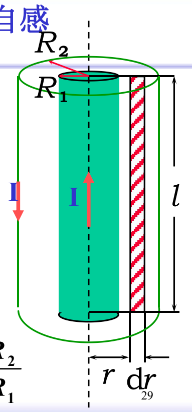
$dV=2\pi rldr$

$W_m=\int_v w_m dV=\int_v\frac{1}{2}\mu H^2dV$

$=\int_{R_1}^{R_2}\frac{1}{2}\mu\left(\frac{I}{2\pi r}\right)^2 2\pi rldr$

$=\frac{\mu I^2 l}{4\pi}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$

$\because L=\frac{2W_m}{I^2}$ $\therefore L=\frac{\mu}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$



位移电流和全电流

定义

$$\boxed{I_d=\frac{d\Phi_D}{dt}}$$

通过某个面积的位移电流就是通过该面积的电位移通量对时间的变化率(变化的电场)

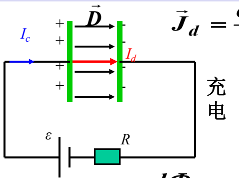
$\boxed{\vec{J}_d=\frac{d\vec{D}}{dt}}$ $\boxed{I_d=\int_S\vec{J}_d\cdot d\vec{S}}$ $\boxed{I_d=\int_S\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}}$

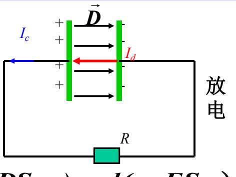
仅供参考，请勿外传

平板电容器中位移电流的方向和大小

1、方向：可根据“全电流连续”或位移电流密度的方向来判断.

$$\vec{J}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$



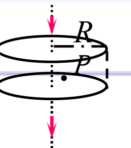


2、大小： $I_d = \dfrac{d\Phi_D}{dt} = \dfrac{d(DS_{板})}{dt} = \dfrac{d(\varepsilon_0 ES_{板})}{dt}$

$\boxed{I_d = \varepsilon_0 S_{板} \dfrac{dE}{dt}}$ 或 $\boxed{I_d = C\dfrac{dU}{dt}}$ 真空中

——极板间总位移电流

例 平板电容器 均匀充电



$\dfrac{dE}{dt} = c$ 板半径为R

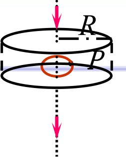
内部充满介质 ε μ

求：1) I_d （忽略边缘效应） 2) $\vec{B}_P(r<R)$

解： $I_d = \dfrac{d\Phi_D}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(D\pi R^2\right)$

$= \varepsilon \dfrac{dE}{dt}\pi R^2$

$$I_d = \varepsilon \frac{dE}{dt}\pi R^2$$



$\dfrac{dE}{dt} > 0$ I_d 方向↓ 充电

$\dfrac{dE}{dt} < 0$ I_d 方向↑ 放电

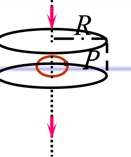
2) 过P点垂直轴线作一圆环

等效为位移电流均匀通过圆柱体

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = H2\pi r$$

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = H2\pi r = \sum_{内} I_d$$

由全电流定理



$$\sum_{内} I_d = \pi r^2 \varepsilon \frac{dE}{dt}$$

$\boxed{H = \dfrac{\varepsilon r}{2}\dfrac{dE}{dt}}$ $\boxed{B = \mu H = \dfrac{\mu\varepsilon r}{2}\dfrac{dE}{dt}}$

全电流定理

电流概念的推广 激发磁场的物理量

1）传导电流 电荷的定向运动 I_0 共同性质是

2）位移电流 变化的电场 I_d 都可以产生电场

$$I = I_0 + I_d$$

$$\boxed{\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum_i I_{全}}$$

$$\boxed{\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S \left(\vec{J}_0 + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{S}}$$

激发磁场的方法可以归结为两种：一种是运动的电荷或电流；一种是变化的电场

麦克斯韦方程组的积分形式及物理意义

$$\left.\begin{aligned}&\oint_L \vec{E}_{静}\cdot d\vec{l} = 0\\ &\oint_L \vec{E}_{感}\cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{s}\end{aligned}\right\} \rightarrow \boxed{\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{s}} \quad (1)$$

$$\oint_S \vec{D}_{静}\cdot d\vec{s} = \int_V \rho_0\, dV \rightarrow \boxed{\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{s} = \int_V \rho_0\, dV} \quad (2)$$

$$\left.\begin{aligned}&\oint_L \vec{H}_{静}\cdot d\vec{l} = \int_S \vec{j}_0\cdot d\vec{s}\\ &\vec{j}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\end{aligned}\right\} \rightarrow \boxed{\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S (\vec{j}_0 + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})\cdot d\vec{s}} \quad (3)$$

$$\oint_S \vec{B}_{静}\cdot d\vec{s} = 0 \rightarrow \boxed{\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{s} = 0} \quad (4)$$

仅供参考，请勿外传