离散型概率分布

分布	描述	数学标记	参数	分布律或概率密度	数学期望	方差
单点分布 （退化分布）	随机变量取 a 时，概率为 1	$b_0(a,1)$	a	$P(x=a)=1$	a	0
0-1 分布	一次随机试验中，只可能取两个值，则为 0-1 分布，如：抛硬币	$b(1,p)$	$0<p<1$	$P\{X=k\}=p^k(1-p)^{1-k}$ $k=0,1$	p	$\mathrm{p}(1-\mathrm{p})$
二项分布	进行 n 次 0-1 分布试验，出现某个事件的次数 x 服从二项分布，如放回抽样中，抽到某个事件的次数的概率	$\square(n,p)$	$0<p<1$ $n\geq 1$	$P\{X=k\}=C_n^k\cdot p^k(1-p)^{1-k}$ $k=0,1,2\ldots$	np	$np(1-p)$
泊松分布	先说结论：泊松分布是二项分布n很大而p很小时的一种极限形式 二项分布是说，已知某件事情发生的概率是p，那么做n次试验，事情发生的次数就服从于二项分布。 泊松分布是指某段连续的时间内某件事情发生的次数，而且“某件事情”发生所用的时间是可以忽略的。例如，某个公交站台一个小时内出现了的公交车的数量 就用泊松分布来表示	$\pi(\lambda)$	$\lambda>0$	$P(X=k)=\dfrac{\lambda^k\cdot e^{-\lambda}}{k!}$ $k=0,1,2\ldots$	λ	λ

连续型概率分布						
分布	**描述**	**数学标记**	**参数**	**分布律或概率密度**	**数学期望**	**方差**
均匀分布	随机变量的概率密度在[a,b]区间上为常数$\frac{1}{b-a}$，则此随机变量服从均匀分布，意为在某个区间内各取值是等可能的，概率的大小只与长度有关	$\mathrm{U}(a,b)$	$a<b$	$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a}, & a<x<b \\ 0, & 其它\end{cases}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-\square)^2}{12}$
正态分布 (高斯分布)	正态分布的的普遍性可以中心极限定理得到。直白地说，如果一个指标受到若干独立的因素的共同影响，且每个因素不能产生支配性的影响(Lindeberg 条件)，那么这个指标就服从中心极限定理，收敛到正态分布，这就是林德伯格-费勒中心极限定理的意思。$\mathrm{Z}=\frac{x-\mu}{\sigma}$叫标准化变量，在正态分布中叫标准正态变量，在后面的推断性统计中非常重要，叫 Z 分数	$N(\mu,\sigma^2)$	μ $\sigma>0$	$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$	μ	σ^2
对数正态分布	若$\square\backsim N(\mu,\sigma^2),Y=e^x$，则 Y 服从该分布。如果一个变量可以看作是许多很小独立因子的乘积，则这个变量可以看作是对数正态分布。一个典型的例子是股票投资的长期收		μ $\sigma>0$	$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{lnx-\mu}{\sigma}\right)^2}, & x>0 \\ 0, & 其它\end{cases}$	$e^{\mu+\frac{\sigma^2}{2}}$	$e^{2\mu+\sigma^2}(e^{\sigma^2}-1)$

	益率，它可以看作是每天收益率的乘积。					
Γ分布 (伽玛分布)	首先简单认识一下伽玛函数：$\Gamma(n)$，它是阶乘的延拓$\Gamma(n)=(n-1)!$，伽玛分布的一个重要应用就是作为共轭分布出现在很多机器学习算法中	$\Gamma(\alpha,\beta)$	$\alpha,\beta>0$	$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)}x^{\alpha-1}e^{-\frac{x}{\beta}}, & x>0\\ 0, & 其它\end{cases}$	α	$\alpha\beta^2$
指数分布	为伽玛分布的特殊形式，即当$\alpha=1$时的伽玛分布，指数函数的一个重要特征是无记忆性（Memoryless Property，又称遗失记忆性）。这表示如果一个随机变量呈指数分布，当 s,t>0 时有 P(T>t+s|T>t)=P(T>s)。即，某个公交站台任意两辆公交车出现的间隔时间 就用指数分布来表示	$\Gamma(1,\theta)$	$\theta>0$	$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}, & x>0\\ 0, & 其它\end{cases}$	θ	θ^2
χ^2分布 (卡方分布)	若 n 个相互独立的随机变量 X_1、X_2、……、Xn ，均服从**标准正态分布**，则这 n 个服从标准正态分布的随机变量的**平方和**构成一新的随机变量，其分布规律称为卡方分布，卡方分布主要用来进行单总体方差检验，优度拟合检验、独立性检验	$\chi^2(\mathrm{n})$	$n\geq 1$	$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2^{\frac{n}{2}}\cdot\Gamma(\frac{n}{2})}x^{\frac{n}{2}-1}e^{-\frac{x}{2}}, & x>0\\ 0, & 其它\end{cases}$	n	$2n$

	（可以看作优度拟合的反向使用）。 通常可以用作判断两个分布是不是一致，或者变量之间的相关程度。					
逻辑斯蒂分布	应用于机器学习方面		α $\beta > 0$	$f(x) = \frac{e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}}}{\beta\left(1+e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}}\right)^2}$	α	$\frac{\pi^2\beta^2}{3}$
Β分布 (贝塔分布)	它两个形参决定了可以化身其它分布，以期望值为中心，1 为参数界限，α参数控制左侧曲线的增减，β控制右侧曲线的减增，小于 1 时左减右增，大于 1 时左增右减，等于 1 时为均匀分布的直线。 应用例子：心理学家认为:一个正常人,在整个睡眠时间中,“异相”睡眠所占的比例服从 β(12,48) 对于一个我们不知道概率是什么，而又有一些合理的猜测时，beta 分布能很好的作为一个表示概率的概率分布。	$\beta(\alpha,\beta)$	$\alpha,\beta > 0$	$f(x) = \begin{cases} \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$	$\frac{\alpha}{\alpha+\beta}$	$\frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)}$
t 分布 (学生氏分布)	$\mathrm{Y} = \frac{N(0,1^2)}{\sqrt{\chi^2(\mathrm{n})/n}}$，则称 Y 服从 t 分布，t 分布主要用于假设检验的均值检验，特别对小样本检验和未知总体方差时候的检验，对于大于 120 的样本，t 检验和正态的 Z 检验等	$t(\mathrm{n})$	$n \geq 1$	$f(x) = \frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\sqrt{n\pi}\cdot\Gamma(\frac{n}{2})}\left(1+\frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}}$	0 $n > 1$	$\frac{n}{n-2}, n > 2$

	效。通常可以用作判断两组数据之间的均值之间的差异。					
F 分布	$\mathrm{Y}=\frac{\chi^2(\mathrm{n}_1)/\mathrm{n}_1}{\chi^2(\mathrm{n}_2)/\mathrm{n}_2}$，则称 Y 服从 F 分布，主要用于假设检验中方差齐性检验，比较两个样本的方差是否齐性，以及单/多因素试验中的方差分析。通常可以用作判断两组数据之间方差差异，多组数据之间的均值差异。	$F(n_1,n_2)$	$n_1,n_2>0$	$f(x) = \begin{cases} \frac{\Gamma\left(\frac{n_1+n_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n_2}{2}\right)}\left(\frac{n_1}{n_2}\right)\left(\frac{n_1}{n_2}x\right)^{\frac{n_1}{2}-1}\left(1+\frac{n_1}{n_2}x\right)^{-\frac{n_1+n_2}{2}}, & x>0 \\ 0, & 其它 \end{cases}$	$\frac{n_2}{n_2-2}$ $n_2>2$	$\frac{2{n_2}^2(n_1+n_2-2)}{n_1(n_2-2)^2(n_2-4)}$ $n_2>4$