**一元二次方程及其解法（一）直接开平方法—知识讲解**

**【学习目标】**

1．理解一元二次方程的概念和一元二次方程根的意义，会把一元二次方程化为一般形式；  
2．掌握直接开平方法解方程，会应用此判定方法解决有关问题；  
3．理解解法中的降次思想，直接开平方法中的分类讨论与换元思想.

**【要点梳理】**

要点一、一元二次方程的有关概念   
1．一元二次方程的概念：  
　　通过化简后，只含有一个未知数(一元)，并且未知数的最高次数是2(二次)的整式方程，叫做一元二次方程．  
**要点诠释：**

识别一元二次方程必须抓住三个条件：（1）整式方程；（2）含有一个未知数；（3）未知数的最高次数是2.不满足其中任何一个条件的方程都不是一元二次方程，缺一不可.  
2．一元二次方程的一般形式：  
　　一般地，任何一个关于x的一元二次方程，都能化成形如image001，这种形式叫做一元二次方程的一般形式．其中image002是二次项，image003是二次项系数；bx是一次项，b是一次项系数；c是常数项．  
**要点诠释：**  
　　(1)只有当image004时，方程image005才是一元二次方程；  
　　(2)在求各项系数时，应把一元二次方程化成一般形式，指明一元二次方程各项系数时注意不要漏掉前面的性质符号.  
3.一元二次方程的解：  
　　使一元二次方程左右两边相等的未知数的值叫做一元二次方程的解，也叫做一元二次方程的根.  
4.一元二次方程根的重要结论

（1）若a+b+c=0,则一元二次方程image001必有一根x=1；反之也成立，即若x=1是一元二次方程image001的一个根，则a+b+c=0.

（2）若a-b+c=0,则一元二次方程image001必有一根x=-1；反之也成立，即若x=-1是一元二次方程image001的一个根，则a-b+c=0.

（3）若一元二次方程image001有一个根x=0，则c=0；反之也成立，若c=0，则一元二次方程image001必有一根为0.

要点二、一元二次方程的解法  
1．直接开方法解一元二次方程：  
　　(1)直接开方法解一元二次方程：  
　　　 利用平方根的定义直接开平方求一元二次方程的解的方法称为直接开平方法.  
　　(2)直接开平方法的理论依据：  
　　　 平方根的定义.  
　　(3)能用直接开平方法解一元二次方程的类型有两类：  
　　　 ①形如关于x的一元二次方程image006，可直接开平方求解.  
　　　 　若image007，则image008；表示为image009，有两个不等实数根；  
　　　 　若image010，则x=O；表示为image011，有两个相等的实数根；  
　　　 　若image012，则方程无实数根．  
　　　 ②形如关于x的一元二次方程image013，可直接开平方求解，两根是  
　　　　 image014.  
**要点诠释：**

用直接开平方法解一元二次方程的理论依据是平方根的定义，应用时应把方程化成左边是含未知数的完全平方式，右边是非负数的形式，就可以直接开平方求这个方程的根.

**【典型例题】**

类型一、关于一元二次方程的判定   
mb04_0803171．判定下列方程是否关于x的一元二次方程：  
 　　(1)a2(x2-1)+x(2x+a)=3x+a； 　　(2)m2(x2+m)+2x=x(x+2m)-1．

类型二、一元二次方程的一般形式、各项系数的确定

mb04_0803172. 已知关于y的一元二次方程m2(y2+m)-3my=y(8y-1)+1，求出它各项的系数，并指出参数m的取值范围．

**举一反三：**

【变式】关于x的方程的一次项系数是-1，则a **.**

类型三、一元二次方程的解（根）

mb04_0803173. （2016•大庆）若x0是方程ax2+2x+c=0（a≠0）的一个根，设M=1﹣ac，N=（ax0+1）2，则M与N的大小关系正确的为（　　）

A．M＞N B．M=N C．M＜N D．不确定

**举一反三：**

【变式】（1）x=1是的根，则a= .

（2）已知关于x的一元二次方程 有一个根是0，求m的值.

类型四、用直接开平方法解一元二次方程

mb04_0803174.解方程(x-3)2=49．

**举一反三：**

【变式】解方程：

(1) （2014秋•宝安区期末）（3x+2）2=4（x﹣1）2； (2) （2014•锡山区期中） （x-2）2=25.

**一元二次方程及其解法（一）直接开平方法—巩固练习（基础）**

**【巩固练习】**

一、选择题  
1. 若是关于x的一元二次方程，则( )

A．p≠1 B．p≠0且p≠1 C．p≠0 D．p≠0且p≠1

2．（2015•江岸区校级模拟）如果x=﹣3是一元二次方程ax2=c的一个根，那么该方程的另一个根是（　　）

A．3 B．-3 C．0 D．1

3．（2016•重庆模拟）已知x=﹣1是关于x的方程x2﹣x+m=0的一个根，则m的值为（　　）

A．﹣2 B．﹣1 C．0 D．2

4．若，是方程的两根，则的值是 ( )

A．8 B． 4 C．2 D．0

5．若为方程式的一根，为方程式的一根，且、都是正数，则之值为何?( )

A．5 B．6 C． D．

6．已知方程有一个根是-a(a≠0)，则下列代数式的值恒为常数的是( )

A．ab B． C．a+b D．a-b

二、填空题

7. 方程(2x+1)(x-3)＝x2+1化成一般形式为\_\_\_\_ \_ \_\_\_，二次项系数是\_\_\_\_ \_\_\_\_，

一次项系数是\_\_\_\_\_\_\_\_，常数项是\_\_\_\_\_\_\_\_．

8．（1）关于x的方程是一元二次方程，则m ；

（2）关于x的方程是一元一次方程，则m .

9．下列关于x的方程中是一元二次方程的是\_\_\_\_ \_\_\_\_(只填序号)．

(1)x2+1＝0； (2)； (3)；

(4)； (5) ； (6)(x-2)(x-3)＝5.

10．下列哪些数是方程的根?答案： .

0，1，2，3，4，5，6，7，8，9，10．

11．（2016•泰州）方程2x﹣4=0的解也是关于x的方程x2+mx+2=0的一个解，则m的值为　　．

12．（2014秋•营山县校级月考）若方程（x﹣4）2=a有实数解，则a的取值范围是\_\_\_ \_\_\_\_\_．

三、解答题

13．（2014•济宁）若一元二次方程ax2=b（ab＞0）的两个根分别是m+1与2m﹣4，求的值．

14. 用直接开平方法解下列方程．

(1)； (2)．

15．教材或资料会出现这样的题目：把方程化为一元二次方程的一般形式，并写出它的二次项系数、一次项系数和常数项．

现把上面的题目改编为下面的两个小题，请解答．

(1)下列式子中，有哪几个是方程所化的一元二次方程的一般形式?(答案只写序号)\_\_\_\_\_\_ \_\_．

①； ②； ③；

④； ⑤.

(2)方程化为一元二次方程的一般形式后，它的二次项系数，一次项系数，常数项之间具有什么关系?

**一元二次方程的解法（二）配方法—知识讲解（基础）**

**【学习目标】**

1．了解配方法的概念，会用配方法解一元二次方程；

2．掌握运用配方法解一元二次方程的基本步骤；

3．通过用配方法将一元二次方程变形的过程，进一步体会转化的思想方法，并增强数学应用意识和能力.

**【要点梳理】**  
知识点一、一元二次方程的解法---配方法  
1．配方法解一元二次方程：  
　　(1)配方法解一元二次方程：  
　　　 将一元二次方程配成image015的形式，再利用直接开平方法求解，这种解一元二次方程的方法叫配方法**.**  
　　(2)配方法解一元二次方程的理论依据是公式：image016**.**  
　　(3)用配方法解一元二次方程的一般步骤：  
　　　①把原方程化为image001的形式；  
　　　②将常数项移到方程的右边；方程两边同时除以二次项的系数，将二次项系数化为1；  
　　　③方程两边同时加上一次项系数一半的平方；  
　　　④再把方程左边配成一个完全平方式，右边化为一个常数；  
　　　⑤若方程右边是非负数，则两边直接开平方，求出方程的解；若右边是一个负数，则判定此方程无实数解.  
**要点诠释：**

（1）配方法解一元二次方程的口诀：一除二移三配四开方；

（2）配方法关键的一步是“配方”，即在方程两边都加上一次项系数一半的平方.

（3）配方法的理论依据是完全平方公式．

**知识点二**、**配方法的应用**

**1．用于比较大小：**

在比较大小中的应用，通过作差法最后拆项或添项、配成完全平方，使此差大于零（或小于零）而比较出大小.

2**．用于求待定字母的值：**

配方法在求值中的应用，将原等式右边变为0，左边配成完全平方式后，再运用非负数的性质求出待定字母的取值．

**3．用于求最值：**

“配方法”在求最大（小）值时的应用，将原式化成一个完全平方式后可求出最值．

**4．用于证明：**

“配方法”在代数证明中有着广泛的应用，我们学习二次函数后还会知道“配方法”在二次函数中也有着广泛的应用．

**要点诠释：**

“配方法”在初中数学中占有非常重要的地位，是恒等变形的重要手段，是研究相等关系，讨论不等关系的常用技巧，是挖掘题目当中隐含条件的有力工具，同学们一定要把它学好．

**【典型例题】**

类型一、用配方法解一元二次方程

mb04_0803171. （2016•淄博）解方程：x2+4x﹣1=0．

举一反三：  
【**变式**】用配方法解方程.  
　 　(1)x2-4x-2=0； 　 (2)x2+6x+8=0.

类型二、配方法在代数中的应用

mb04_0803172．若代数式，，则的值（　　）

Ａ．一定是负数 Ｂ．一定是正数 Ｃ．一定不是负数 Ｄ．一定不是正数

mb04_0803173．（2014•甘肃模拟）用配方法证明：二次三项式﹣8x2+12x﹣5的值一定小于0．

举一反三：

【**变式**】求代数式 x2+8x+17的最小值

mb04_0803174．已知，求的值．

**一元二次方程的解法（二）配方法—巩固练习（基础）**

**【巩固练习】**

一、选择题  
1. （2016•贵州）用配方法解一元二次方程x2+4x﹣3=0时，原方程可变形为（　　）

A．（x+2）2=1 B．（x+2）2=7 C．（x+2）2=13 D．（x+2）2=19

2．下列各式是完全平方式的是（ ）

A． B． C． D．

3．若x2+6x+m2是一个完全平方式，则m的值是（ ）

A．3 B．-3 C． D．以上都不对

4．用配方法将二次三项式a2-4a+5变形，结果是（ ）

A．（a-2）2+1 B．（a+2）2-1 C．（a+2）2+1 D．（a-2）2-1

5．把方程x2+3=4x配方，得（ ）

A．（x-2）2=7 B．（x+2）2=21 C．（x-2）2=1 D．（x+2）2=2

6．用配方法解方程x2+4x=10的根为（ ）

A．2± B．-2± C．-2+ D．2-

二、填空题

7．（1）x2+4x+ =（x+ ）2；（2）x2-6x+ =（x- ）2；（3）x2+8x+ =（x+ ）2.

8．（2016春•长兴县月考）用配方法将方程x2-6x+7=0化为（x+m）2=n的形式为　 　．

9．若是一个完全平方式，则m的值是\_\_\_\_\_\_\_\_．

10．求代数式2x2-7x+2的最小值为 .

11．（2014•资阳二模）当x=　 　时，代数式﹣x2﹣2x有最大值，其最大值为　 　．

12．已知a2+b2-10a-6b+34=0，则的值为 ．

三、解答题

13. 用配方法解方程

（1） （2）

14. （2014秋•西城区校级期中）已知a2+b2﹣4a+6b+13=0，求a+b的值．

15．已知a，b，c是△ABC的三边，且．

(1)求a，b，c的值；

(2)判断三角形的形状．