

20251009 Problemlösning

Wanmin Liu

Boken: Matematik 7000 Nivå 1b.

Pass 1.

- Problemlösning
- Ekvation
- Uppgifter att öva på tavlan: s.63, 1469, 1474, s.88, 14, 24.

Pass 2.

- Potens
- Multiplikation och division av bråk
- Enhetsomvandling

Gruppregler för att lösa uppgifter på tavlan

1. Varje grupp har en egen markör.
2. Roller i gruppen:
 - En elev läser uppgiften.
 - En elev skriver på tavlan.
 - Övriga elever kontrollerar och diskuterar lösningen.
3. Efter att uppgiften är löst, diskutera:
 - vad som gick bra,
 - vad som kan förbättras,
 - vad som var svårt (och varför),
 - det matematiska språket och kommunikationen.
4. Be läraren om hjälp vid behov. Läraren använder en markör i en annan färg för rättning och kommentarer.
5. Byt roller och gå vidare till nästa uppgift.

6. Det är tillåtet att använda mobiltelefonen för att fotografera tavlan, men inte för andra ändamål.
7. Visa respekt för varandra och håll diskussionen till matematikrelaterade ämnen.
8. När ni är klara med alla uppgifter, meddela läraren. Tack!

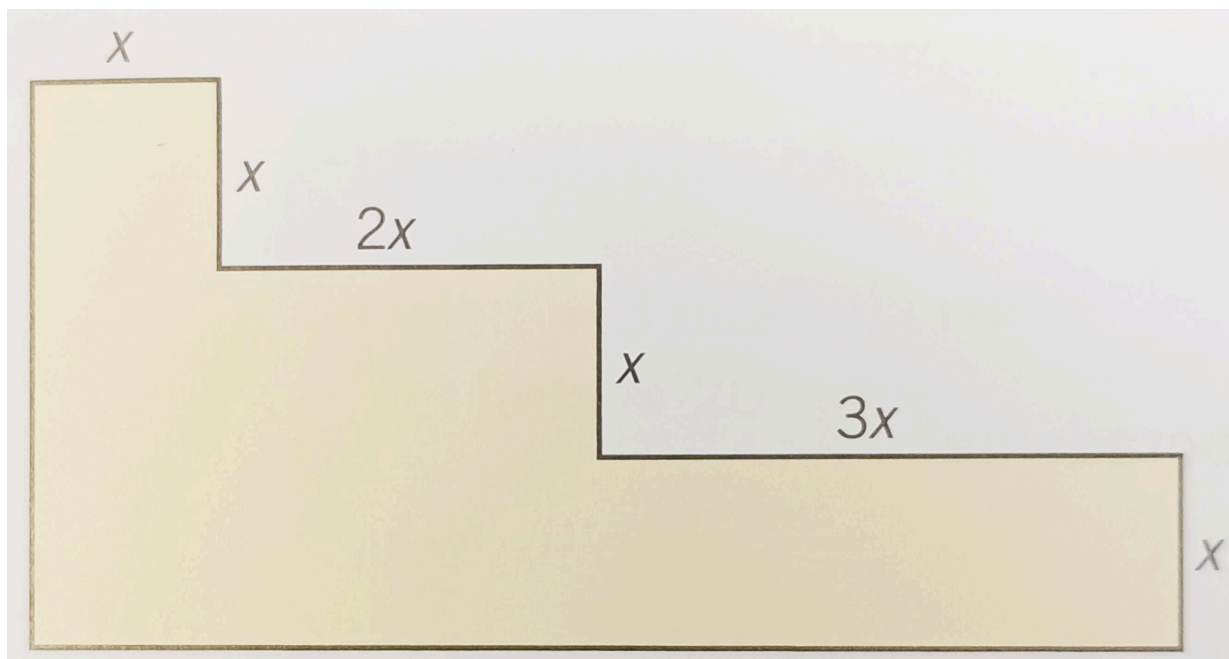
Om ni är klar med uppgifterna, läs boken på sidorna:

- S. 84-85: Ekvation, Problemlösning med ekvationer.
 - S. 86-87: Begrepp, Procedur, Testa dig själv.
-

Exempel.

Boken: S.63, 1469, 1472, 1474, S.88-89, 14, 22, 24.

1469



Vilket värde på x ger en omkrets på 180 cm?

- Vad är omkrets?
- Till exempel: omkrets av rektangel.

Lösning.

$$\begin{aligned}
 2 \cdot ((x + 2x + 3x) + (x + x + x)) &= 180 \\
 2 \cdot (9x) &= 180 \\
 18x &= 180 \\
 x &= 10
 \end{aligned}$$

Svar. x är 10 (cm).

1472

Martina och Karin arbetar på samma arbetsplats och båda åker bil till jobbet.

Martina har tre mil kortare resväg än Karin och kör på en arbetsvecka (5 dagar) lika långt som Karin kör på tre dagar.

Hur långt har Martina till jobbet?

Problemlösning i fem steg:

1. *Variabel*
2. *Uttryck*
3. *Ekvation*
4. *Lös ekvationen*
5. *Svar*

Lösning. (Variabel) Anta att Martina har x mil till jobbet.

(Uttryck) Då har Karin $x + 3$ mil till jobbet.

Martina kör på en arbetsvecka, dvs $5x$ mil.

Karin kör tre dagar, dvs $3(x + 3)$ mil.

(Ekvation) Vi får ekvation

$$5x = 3(x + 3).$$

(Lös ekvationen)

Vi löser ekvationen med **balansmetod**

- Likhetstecken under varandra.
- mot-operation.
- PEDMAS, hemlig kod för räkneordning.

$$5x = 3(x + 3)$$

$$5x = 3x + 9$$

$$2x = 9$$

$$x = \frac{9}{2}$$

$$x = 4,5$$

Svar. Martina har 4,5 mil till jobbet.

1474

Peters pappa är 30 år äldre än Peter. För två år sedan var pappan tre gånger så gammal som Peter.

Hur gammal är Peter?

Lösning. (*Variabel*) Anta att Peter är x år gammal.

(Uttryck) Då är Peters pappa $x + 30$ år gammal.

För två år sedan var Peter $x - 2$ år gammal och Peters pappa $x + 30 - 2$ år gammal.

(Ekvation) Det står ekvation

$$x - 28 = 3(x - 2).$$

(Lös ekvationen) Vi löser ekvation med **balansmetod**.

$$x + 28 = 3(x - 2)$$

$$x + 28 = 3x - 6$$

$$28 = 2x - 6$$

$$28 + 6 = 2x$$

$$2x = 34$$

$$x = 17.$$

Svar. Peter är 17 år gammal.

s.88 Uppgift 14.

Ida, Thea och Meja är alla tre år äldre än Kevin. Tillsammans är de fyra vännerna 73 år.

a) Skriv en ekvation till denna situation. b) Lös ekvationen och bestäm hur gamla de är.

Lösning.

a) (**Variabel**) Anta att Kevin är x år gammal.

(**Uttryck**) Då är Ida, Thea och Meja $x + 3$ år gammal.

(**Ekvation**) Vi får ekvation

$$x + 3(x + 3) = 73.$$

b) (**Lös ekvationen**) Vi löser ekvation med **balansmetod**.

$$x + 3(x + 3) = 73$$

$$x + 3x + 9 = 73$$

$$4x + 9 = 73$$

$$4x = 64$$

$$x = 16$$

Vi sätter in $x = 16$ i uttrycket $x + 3$, så vi får $x + 3 = 19$.

Svar. Kevin är 16 år gammal. Ida, Thea och Meja är 19 år gammal.

s.89 Uppgift 22.

Lös ekvationerna.

a)

$$\frac{3z}{3+1} + \frac{2}{6-2} = 0.$$

Lösning. Vi kan först beräkna nämnaren under den långa bråktecken.

$$\frac{3z}{3+1} + \frac{2}{6-2} = 0$$

$$\frac{3z}{4} + \frac{2}{4} = 0$$

Nu multiplicerar vi båda sidor av ekvationen med 4. Vi får

$$3z + 2 = 0$$

$$3z = -2$$

$$z = -\frac{2}{3}.$$

b)

$$\frac{2x+1}{2} - \frac{x+2}{3} = 9.$$

Lösning. För att ta bort båda nämnarna på vänster sida av ekvationen multiplicerar vi båda sidor med $2 \cdot 3$, dvs 6. Vi får

$$\begin{aligned}3 \cdot (2x + 1) - 2 \cdot (x + 2) &= 54 \\6x + 3 - (2x + 4) &= 54 \\6x + 3 - 2x - 4 &= 54 \\4x &= 55 \\x &= \frac{55}{4} = 13,75.\end{aligned}$$

s.89 Uppgift 24.

Anta att du blandar 990 g vatten med 10 g salt. Hur mycket vatten ska avdunsta för att salthelten i blandningen ska fördubblas?

Vad betyder det salthelten i blandningen?

Det är

$$\frac{\text{salthelten}}{\text{blandningen}},$$

dvs

$$\frac{\text{salt}}{\text{salt} + \text{vatten}}.$$

Lösning. (Variabel) Anta att x g vatten ska avdunsta.

(Uttryck) Då finns $(990 - x)$ g vatten kvar. Det är fortfarande 10 g salt.

(Ekvation) Med samband att salthelten i blandningen ska fördubblas får vi ekvation

$$\frac{10}{10 + (990 - x)} = 2 \cdot \frac{10}{10 + 990},$$

dvs

$$\frac{10}{1000 - x} = 2 \cdot \frac{10}{1000}.$$

(Lös ekvationen) Vi multiplicerar $(1000 - x) \cdot 1000$ på båda sidor av ekvationen.

$$(1000 - x) \cdot 1000 \cdot \frac{10}{1000 - x} = 2 \cdot \frac{10}{1000} \cdot (1000 - x) \cdot 1000.$$

Nu kan vi förkorta ekvationen.

$$1000 \cdot 10 = 2 \cdot 10 \cdot (1000 - x).$$

$$1000 = 2 \cdot (1000 - x)$$

$$1000 = 2 \cdot 1000 - 2x$$

$$2x + 1000 = 2 \cdot 1000$$

$$2x = 1000$$

$$x = 500$$

Svar. 500 g vatten ska avdunsta.

Andra uppgifter i **Övningsblad**

- Talet i grundpotensform
- Addition och subtraktion av bråk: förlänga bråk så att nämnarna för de två bråken är desamma,
- Multiplikation och division av bråk
- Negativ tal

Skriv talen i grundpotensform

Ett tal i grundpotensform om det är av formen $a \cdot 10^b$ med $1 \leq a < 10$ och b är ett heltal.

Exempel: Jordens omkrets (längd vid ekvatorn) är ungefär 40 000 kilometer. Skriv med enhet meter i grundpotensform.

Svar: 1 km = 1 000 m. 40 000 km = 40 000 000 m = $4 \cdot 10^7$ m.

Talet i bråk form

Addition och subtraktion av bråk: - omskriv (att förlänga) bråken så att nämnarna för de två bråken är desamma, - och addera eller subtrahera sedan täljarna.

Exempel: Blandade extrauppgifter **V41, 6 c.**

$$\frac{11}{28} + \frac{4}{7} - \frac{5}{8}$$

$$\frac{11}{28} + \frac{4 \cdot 4}{7 \cdot 4} - \frac{5}{8}$$

$$\frac{11}{28} + \frac{16}{28} - \frac{5}{8}$$

$$\frac{11 + 16}{28} - \frac{5}{8}$$

$$\frac{27}{28} - \frac{5}{8}$$

$$\frac{27 \cdot 2}{28 \cdot 2} - \frac{5 \cdot 7}{8 \cdot 7}$$

$$\frac{54}{56} - \frac{35}{56}$$

$$\frac{54 - 35}{56}$$

$$\frac{19}{56}$$

Andra metod:

$$\frac{27}{28} - \frac{5}{8}$$

$$\frac{27 \cdot 8}{28 \cdot 8} - \frac{5 \cdot 28}{8 \cdot 28}$$

$$\frac{216}{224} - \frac{140}{224}$$

$$\frac{216 - 140}{224}$$

$$\frac{76}{224}$$

$$\frac{76/2}{224/2} = \frac{38}{112} = \frac{38/2}{112/2} = \frac{19}{56}$$

Multiplikation och division av bråk

Exempel: Blandade extrauppgifter **V41, 7 c.** - Långa och korta bråktecken, vem först? - Det långa bråktecknet här indikerar att det finns en osynlig parenteser.

$$2 \cdot \frac{5}{9} \bigg/ \frac{40}{3} = \frac{2 \cdot \frac{5}{9}}{\frac{40}{3}} = \frac{\frac{2 \cdot 5}{9}}{\frac{40}{3}} = \frac{\frac{10}{9}}{\frac{40}{3}}$$

$$\frac{\frac{10}{9}}{\frac{40}{3}} = \frac{\frac{10}{9} \cdot 9}{\frac{40}{3} \cdot 9} = \frac{10}{40 \cdot 3} = \frac{10/10}{40/10 \cdot 3} = \frac{1}{4 \cdot 3} = \frac{1}{12}.$$

$$\frac{\frac{10}{9}}{\frac{40}{3}} = \frac{10}{9} \cdot \frac{3}{40} = \frac{10 \cdot 3}{9 \cdot 40} = \frac{30}{360} = \frac{30/30}{360/30} = \frac{1}{12}.$$

Negativ tal

Exempel: Blandade extrauppgifter **V41, 8 b.**

$$\frac{(-16)}{8} - 7 \cdot (-2) + 3 = -2 + 14 + 3 = 15.$$

Enhetsomvandling och Problemlösning

Exempel: Blandade extrauppgifter **V41, 23.** Arealen av ett A4-papper är $623,7 \text{ cm}^2$. Om 1000 A4-papper väger 5,0 kg, hur många gram väger då 1 m^2 ?

Det finns ett begrepp: **proportion**.

Innan vi löser problemet, låt oss titta på ett liknande exempel.

- Ett kilo bananer kostar 25 kr, hur mycket är 5 kilo?
- Två kilo bananer kostar 50 kr, hur mycket är 5 kilo?
- Om 20 äpplen av samma storlek väger 10 kg, hur många kilogram skulle 30 äpplen av samma storlek väga?
- 623700 cm^2 papper väger 5000 g, hur många gram skulle 10000 cm^2 papper väga?

Aritmetisk Metod: Med hjälp av enheten

Äpplen. Vi har 30 st., och det är 0,5kg/st:

$$\frac{10 \text{ kg}}{20 \text{ st}}.$$

Så har vi

$$\frac{10 \text{ kg}}{20 \text{ st}} \cdot 30 \text{ st} = 15 \text{ kg}.$$

Papper. Vi har 10000 cm^2 , och det är

$$\frac{5000 \text{ g}}{623700 \text{ cm}^2}.$$

Så har vi

$$\frac{5000 \text{ g}}{623700 \text{ cm}^2} \cdot 10000 \text{ cm}^2 \approx 80 \text{ g}.$$

Algebraisk metod: variable och ekvation

Anta att 10000 cm^2 väger x g.

Vi vet att 623700 cm^2 väger 5000 g.

Då får vi ekvation

$$\frac{x}{10000} = \frac{5000}{623700}.$$

Vi har

$$x = \frac{5000}{623700} \cdot 10000 \approx 80.$$

Svar. 1 m^2 väger 80 gram.