Statistik och sannolikhet

Nivå 1 och 2

7/5 2025

Statistik

Under ett halvår flyttade 20 familjer in i ett nybyggt bostadområde. Varje siffra i tabellen representerar en familj och visar hur många barn som den familjen hade.

Månad	jan	feb	mar	apr	maj	jun
Antal barn	2, 1	2, 1 3, 2	3, 1 3	0	3, 2, 1 3, 3	1, 3, 2 0, 1

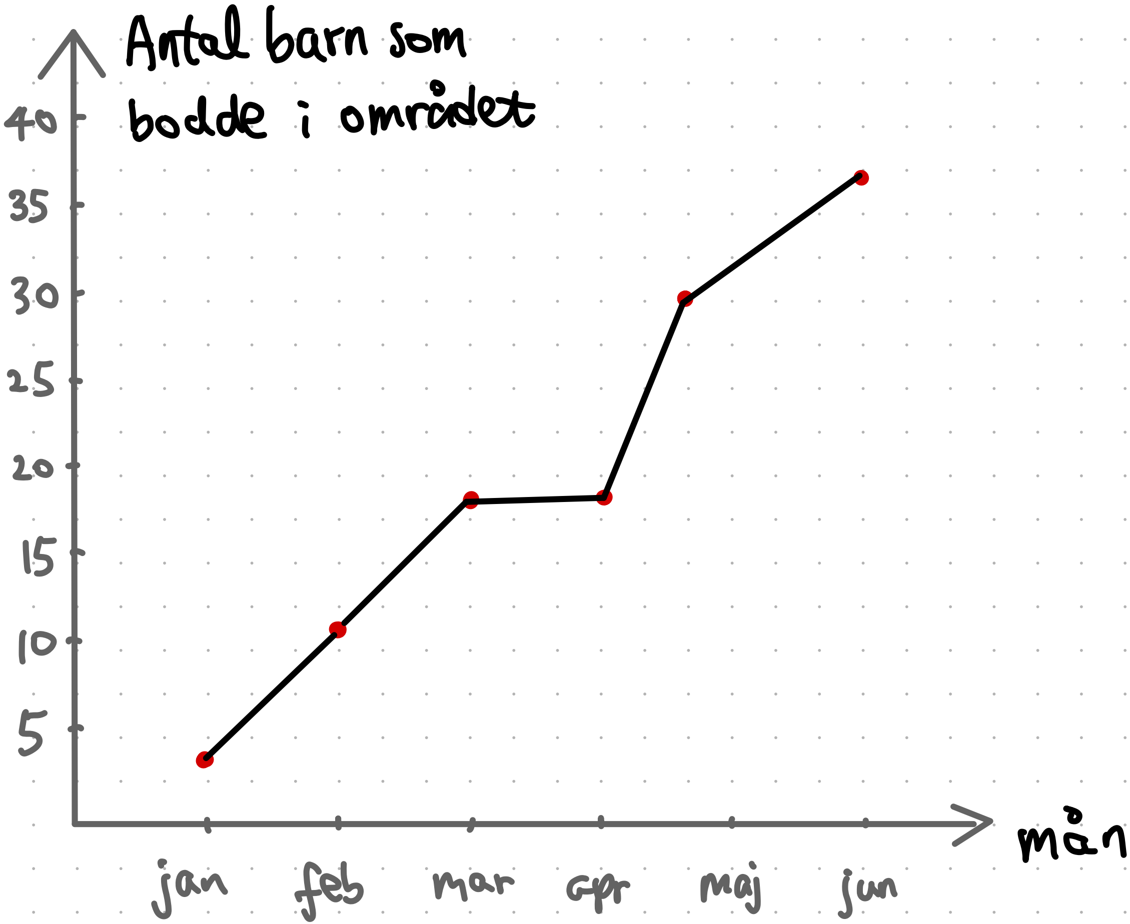
NIBI Gör ett linjediagram som visar för varje månad hur många barn som bodde i området.

Linjediagram används för saker som förändras med tid.

Lösning. Vi utökar tabellen för att beräkna det totala antalet barn som bodde varje månad.

Tatalen för en månad = Totalen för föregående månad + antalet som flyttar in denna månad

Månad	jan	feb	mar	apr	maj	jan
Antal barn som den familj hade	2, 1	2, 1 3, 2	3, 1 3	0	3, 2, 1 3, 3	1, 3, 2 0, 1
Antal barn som bodde i området	2+1 3	2+1+3+2 = 8 3+8=11 11	3+1+3=7 11+7=18 18	0 18+0=18 18	3+2+1+3+3 = 12 18+12=30 30	1+3+2+0+1=7 30+7=37 37



Antal barn som bodde i området under ett halvår

NIMI. Bestäm medelvärdet för antal barn per familj.

$$\text{Medelvärde} = \frac{\text{summan av värden}}{\text{antal värden}}$$

summan av barn = 37

Antal familjer = 20

$$\text{medelvärdet} = \frac{37}{20} = 1{,}85 \text{ barn/familj.}$$

$$\frac{37}{20} = \left(\frac{37}{2}\right)/10 = (18{,}5)/10 = 1{,}85$$

N2B1.

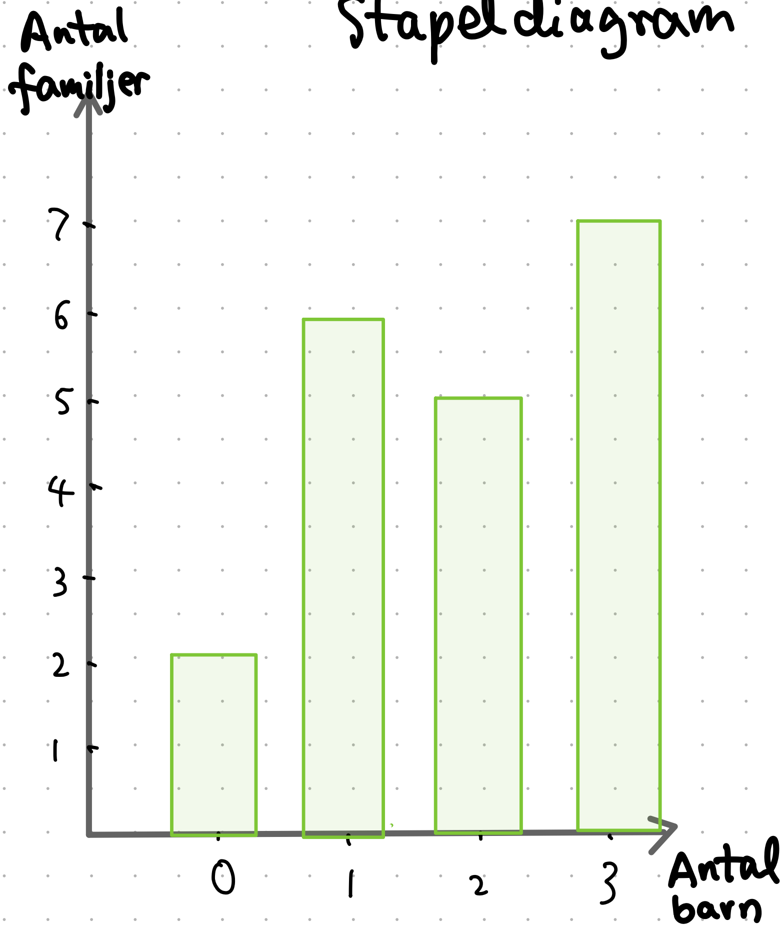
Gör en frekvenstabell och ett stapeldiagram som visar antalet familjer med 0, 1, 2, respektive 3 barn.

Månad	jan	feb	mar	apr	maj	jun
Antal barn	2, 1	2, 1 3, 2	3, 1 3	0	3, 2, 1 3, 3	1, 3, 2 0, 1

Frekvenstabell

Antal barn	Antal familjer
0	2
1	6
2	5
3	7
Summan	20

Stapeldiagram



N2M1. Bestäm **medianen** för antalet barn per familj.

medianen

vi sorterar värdena i storleksordning

medianen = "värdet i mitten"

Om det finns ett jämnt antal värden då

$$\text{medianen} = \frac{\text{addera de två värden som ligger närmast mitten}}{2}$$

Lösning.

Medianen

$$\underbrace{0, 0}_{2}, \underbrace{1, 1, 1. 1, 1, 1}_{6}, \underbrace{2, 2, 2, 2, 2}_{5}, \underbrace{3, 3, 3, 3. 3, 3, 3}_{7}$$

$$\text{medianen} = \frac{2+2}{2} = 2 \text{ barn/familj.}$$

Sannolikhet

$$\boxed{P = \frac{\text{antal gynnsamma utfall}}{\text{antal möjliga utfall}}}$$

Probability

$$0 \leq P \leq 1$$

NIM2. Du kastar en sexsidig tärning en gång. Hur stor är sannolikhet att

a) du får en fyra ?

b) du får en fyra eller lägre ?

Vi har samma sannolikhet att få varje sida.

$$P = \frac{\text{antal gynnsamma utfall}}{\text{antal möjliga utfall}}$$

Lösning.

sexsidig tärning $\Rightarrow$ sex möljga utfall

1, 2, 3, 4, 5, 6

a) $P(\text{en fyra}) = \frac{1}{6} \approx 0{,}17 = 17\%$.

b) $P(\text{en fyra eller lägre}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 0{,}67 = 67\%$

gynnsamma utfall

1, 2, 3, 4

NIM3. Du kastar en sexsidig tärning 54 gånger. Ungefär hur många fyror borde du få?

NIM3. Du kastar en sexsidig tärning 54 gånger. Ungefär hur många fyror borde du få?

Lösning. $p(\text{en fyra}) = \frac{1}{6}$ En gång får vi $\frac{1}{6}$ chans för att få en fyra.

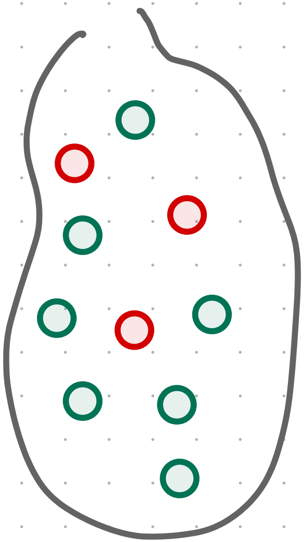
Två ganger får vi $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 2 \cdot \frac{1}{6}$ för att få en fyra.

$$54 \cdot p(\text{en fyra}) = 54 \cdot \frac{1}{6} = 9.$$

Svar. Ungefär 9 fyror borde vi få.

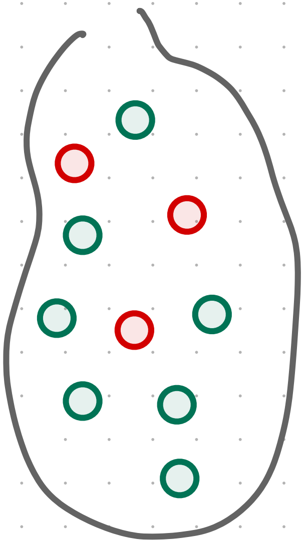
N2M2.

Du har tre röda och sju gröna kulor i en påse. Om du tar ut en kula, hur stor är sannolikheten att den är grön?



$$P = \frac{\text{antal gynnsamma utfall}}{\text{antal möjliga utfall}}$$

N2M2. Du har tre röda och sju gröna kulor i en påse. Om du tar ut en kula, hur stor är sannolikheten att den är grön?



$$P(\text{grön}) = \frac{7}{7+3} = \frac{7}{10} = 70\%$$

N2M3. Du har en påse med 50 kulor av olika färger. Du tar slumpmässigt upp 10 kulor, utan att titta. Av dessa är 3 röda. Ungefär hur många av de 50 kulorna bör vara röda?

N2M3. Du har en påse med 50 kulor av olika färger. Du tar slumpmässigt upp 10 kulor, utan att titta. Av dessa är 3 röda. Ungefär hur många av de 50 kulorna bör vara röda?

Lösning. Med slumpmässigt test får vi

$$\boxed{P(\text{röda}) = \frac{3}{10}}.$$

Då är $50 \cdot P(\text{röda}) = 50 \cdot \frac{3}{10} = 15.$

Svar. Ungefär 15 kulorna bör vara röda.

N1M4 och N2M4.

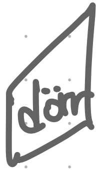
a) Fyra personer köar utanför en restaurang.

På hur många olika sätt kan de ställa sig på rad?

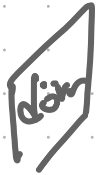
b) Samma fråga med sex personer.

Vi börjar med **två** personer A och B.

Metod 1. Lista.

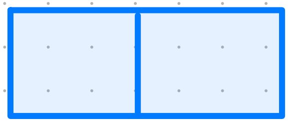


A B



B A

Metod 2. Två tomma platser



Det finns 2 möjligheter för den första platsen.

När vi fixerar den första platsen finns bara en möjlighet för den sista platsen.

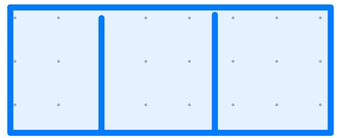
$$2 \cdot 1 = 2$$

Vi fortsätter med tre personer A, B, C.

Metod 1. Lista.

ABC	ACB
BAC	BCA
CAB	CBA

Metod 2. Tre tomma platser

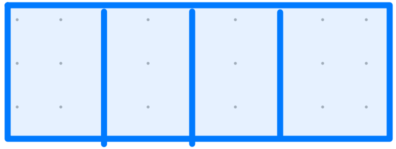


Det finns 3 möjligheter för den första platsen. När vi fixerar den första platsen finn det 2 möjligheter för den andra platsen. Och då finns bara en möjlighet för den sista platsen.

$$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6.$$

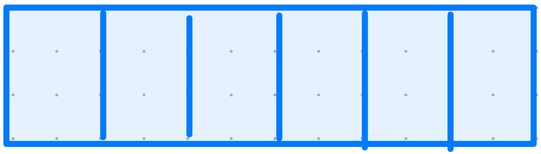
Lösning.

a). Vi har fyra tomma platser



$$4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 4\cdot 6 = 24.$$

b). Vi har sex tomma platser



$$6\cdot \underline{5}\cdot 4\cdot 3\cdot \underline{2}\cdot 1$$

$$=(6\cdot 4\cdot 3)\cdot 10 = 6\cdot 12\cdot 10$$

$$=72\cdot 10 = 720.$$

Fakultet.

För positivt heltal n definierar vi

$$\boxed{n! = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1.}$$

$$n! = n \cdot (n-1)!$$

Till exempel

Tre-fakultet $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

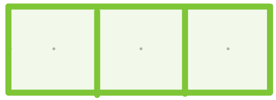
$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

$$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$$

F. Genom att använda bokstäver H, E, J, en gång utan upprepning, hur många ordkombinationer kan vi få?

Matematiskt sett är det samma fråga som tre personer i en kö på rad.

F. Genom att använda bokstäver H, E, J, en gång utan upprepning, hur många ordkombinationer kan vi få?



$$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

Matematiskt sett är det samma fråga som tre personer i en kö på rad.

F. Genom att använda bokstäver H, E, L, L, O en gång utan upprepning, hur många ordkombinationer kan vi få?

F. Genom att använda bokstäver H, E, L, L, O en gång utan upprepning, hur många ordkombinationer kan vi få?

Lösning. Steg 1. Tänk på två olika färger av L.

H	E	L	L	O

H	E	L	L	O

Då får vi $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ olika sätt.

F. Genom att använda bokstäver H, E, L, L, O en gång utan upprepning. hur många ordkombinationer kan vi få?

Lösning. steg 1. Tänk på två olika färger av L.

H	E	L	L	O

H	E	L	L	O

Då får vi $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ olika sätt.

steg 2. Men olika färger av L på samma platser ger oss samma ord. Då finns $\frac{120}{2} = 60$ ordkombinationer.