

금융공학개론 과제

산업공학과 최의현

1.

```
import pandas as pd
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

df1 = pd.read_excel('./자료1.xlsx')
df2 = pd.read_excel('./자료2.xlsx')

df1 = df1.sort_values('시간')
df1['u'] = np.log(df1['증가']) - np.log(df1['증가'].shift(1))
df1_temp = df1.dropna()
s = df1_temp['u'].std()
historical_vol = s * (252**0.5)
#0.17321209276930946
```

역사적 변동성은 따라서 17.321% per annum이 된다.

2.

```
kospi = pd.read_excel('./자료1.xlsx', sheet_name='KOSPI200지수')
kospi = kospi.sort_values('시간')
kospi['change_rate'] = kospi['증가'].pct_change()
kospi_drop = kospi.dropna()
daily_avg_return = kospi_drop['change_rate'].mean()
expected_return = (1 + daily_avg_return) ** 252 - 1

paths = {}
for i in range(50):
    path = [381.63]
    lower = [381.63]
    upper = [381.63]
    for j in range(25):
        lower.append(path[-1] + path[-1] * (expected_return * (1/252) + historical_vol * (-1.96) * ((1/252)**0.5)))
        path.append(path[-1] + path[-1] * (expected_return * (1/252) + historical_vol * np.random.normal() * ((1/252)**0.5)))
        upper.append(path[-1] + path[-1] * (expected_return * (1/252) + historical_vol * (1.96) * ((1/252)**0.5)))
    paths[i] = {'lower': lower, 'path': path, 'upper': upper}

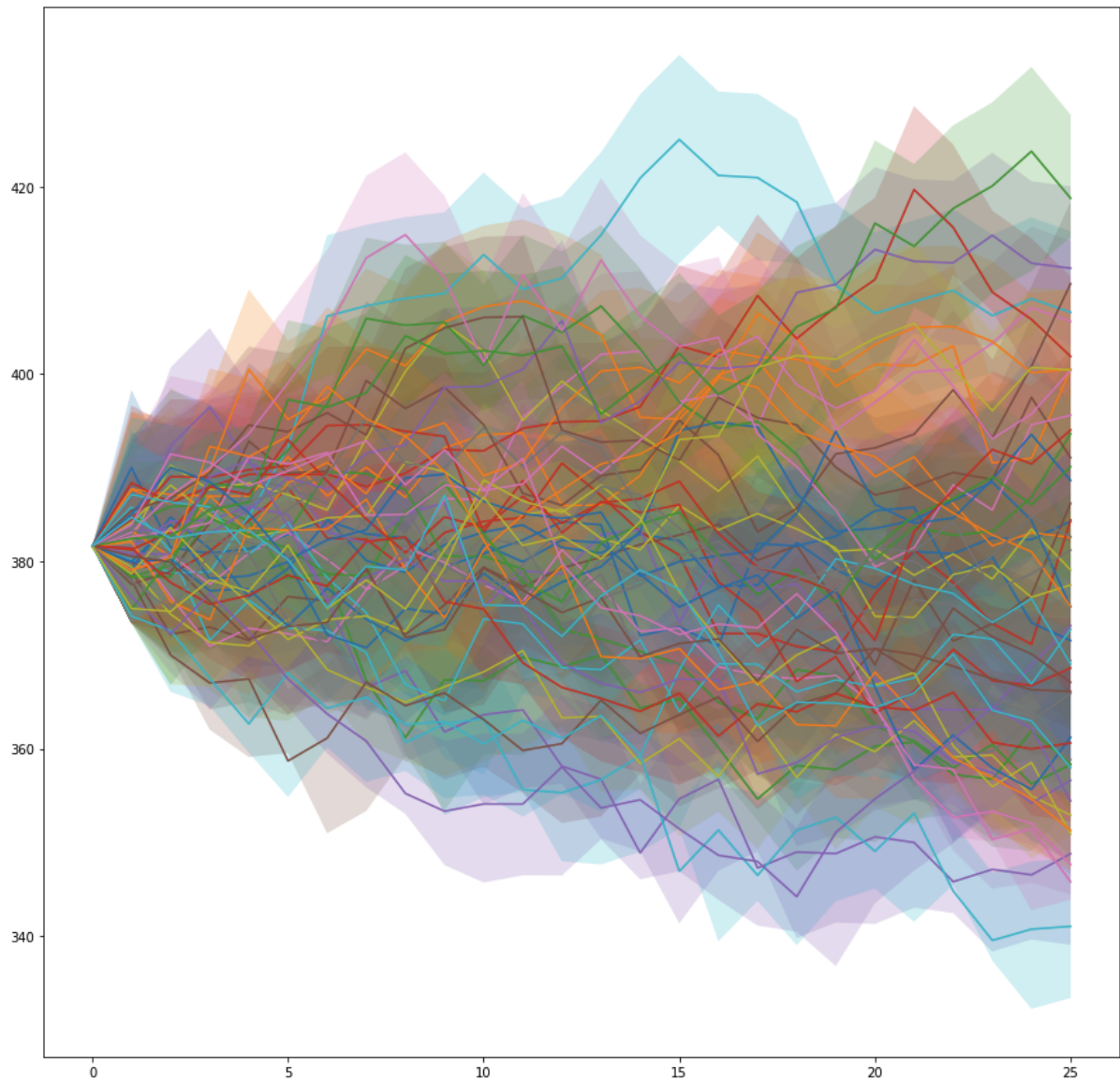
fig, ax = plt.subplots()
fig.set_size_inches(15, 15)
for i in range(50):
```

```

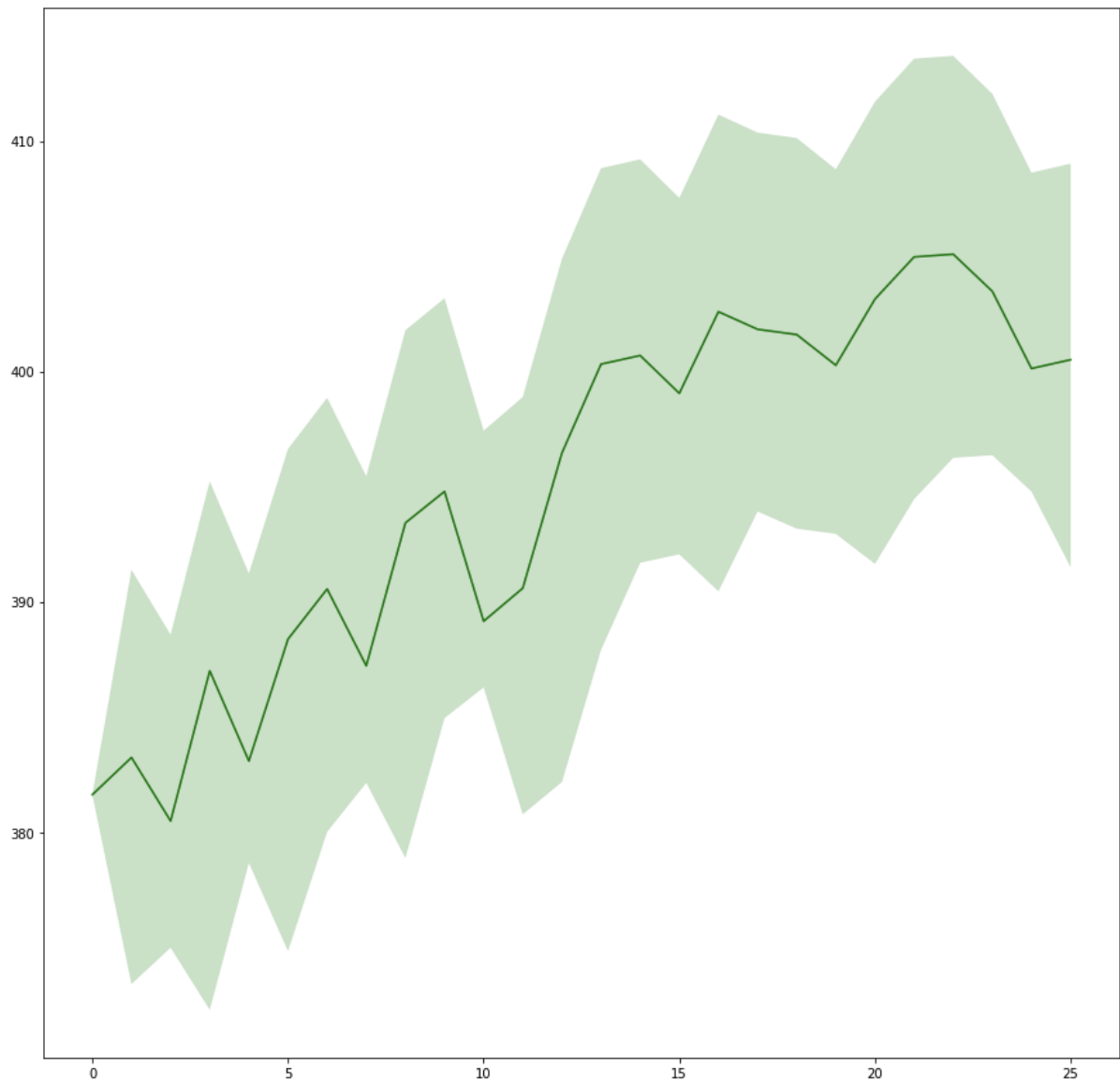
ex=pd.DataFrame(paths[i])
ex=ex.reset_index()

ax.fill_between(ex['index'], ex['upper'], ex['lower'], interpolate=True, alpha =
0.2)
ax.plot(ex['index'], ex['path'])

```



- 50개 path에 대해 GBM 수행한 것을 겹쳐 놓은 plot



- 50개중 한 path의 모습
- 평균 연간 수익률은 pct_change함수를 통해 일별 퍼센트 수익률의 평균을 구하고 $(1+r)^{252} - 1$ 의 식으로 구하여 도출된 -0.0369, -3.69%의 값을 사용함

3.

```
up = np.exp(historical_vol*((1/252)**0.5))
down = 1/up
a = np.exp(0.0129*(1/252))
p = (a-down)/(up-down)
```

```
class Node:
```

```

def __init__(self):
    self.s = 0
    self.f = 0

tree = [Node()]

for i in range(2046):
    tree.append(Node())

tree[0].s = 391.93

for i in range(1023):
    parent_s = tree[i].s
    tree[2*i+1].s = parent_s * up
    tree[2*i+2].s = parent_s * down
# 11월 25일부터 12월 9일까지 가격을 채워나감

for i in range(1023, 2047):
    tree[i].f = max(tree[i].s - 385, 0)
# 12월 9일에 있는 1024개 노드에 대해 옵션가 계산

for i in range(1022, -1, -1):
    tree[i].f = (p*tree[2*i+1].f + (1-p)*tree[2*i+2].f)/a
# 12월 9일부터 차례로 11월 25일까지 계산해나감

print(tree[0].f)
->9.67032663207384

#9.6703원으로 확인

```

- 11월 25일부터 업, 다운의 child를 갖는 완전이진트리를 구성함.
- 0번 Index의 11월 25일의 종가만 입력하고, 루트 노드에서 리프 노드까지 S값을 채운 후, 리프노드에서 옵션가 f를 모두계산, 이후 level을 올라가면서 f를 계산하여 최종적으로 리프노드의 f를 계산하는 방식
- 완전이진트리이므로 left child(업의 경우)의 index는 $2i+1$, right child(다운의 경우)의 index는 $2i+2$

4.

```

profit = []
for i in range(1000):
    price = 391.93
    for j in range(10):
        price += price*(0.0129*(1/252)+historical_vol*np.random.normal()*((1/252)**0.5))
    profit.append(max(price-385,0))

f = np.array(profit).mean() * np.exp(-0.0129 * (10/252))
->9.23725431775347

```

#9.2373원으로 확인

- 1000번의 시뮬레이션 실행
- 과제 2번에서의 시뮬레이션과 비슷한 형식으로 진행, 다만 path가 아닌 12월 9일의 종가만을 구해서 경우에 대한 이익
- GBM의 drift를 expected return이 아닌 $r = 1.29\%$ 로 수정
- 1000번의 시뮬레이션 이익의 평균이 기대이익이므로 이를 현가 할인하면 11월 25일의 옵션가 계산가능
- 이는 3번에서 도출한 값과 유사함을 확인할 수 있음

5.

```
kospi = pd.read_excel('./자료1.xlsx', sheet_name='KOSPI200지수')
kodex = pd.read_excel('./자료1.xlsx', sheet_name='KODEX200')

kospi = kospi.sort_values('시간')
kodex = kodex.sort_values('시간')

merged = pd.merge(kospi, kodex, on='시간')
merged['종가_x'] = merged['종가_x'] * 100
merged = merged.rename(columns={'종가_x' : "kospi", "종가_y" : "kodex"})
merged['kospi_changed'] = merged['kospi'].pct_change()
merged['kodex_changed'] = merged['kodex'].pct_change()
merged = merged.dropna()

std_kospi = merged['kospi_changed'].std()
std_kodex = merged['kodex_changed'].std()
merged.corr()
>
kospi      kodex  kospi_changed  kodex_changed
kospi      1.000000  0.998502      0.180506      0.176301
kodex      0.998502  1.000000      0.182056      0.179581
kospi_changed  0.180506  0.182056      1.000000      0.993937
kodex_changed  0.176301  0.179581      0.993937      1.000000
corr = 0.993937

hedge_ratio = corr * std_kospi / std_kodex
->1.0069518912120885
```

6.

- 일일이자율은 $\exp(0.0129/365)$ 의 값으로 0.000035343이 도출되었다.
- 콜옵션 1계약을 10월 29일에 매도하는 상황의 델타헷징 전략을 도출하였다
- 코스피 200이 1포인트 오를때 손실은 $-250000 * 0.5940$ 이 되고 이익은 이와 같아야 한다. 5에서 구한 바에 따르면 코스피 200지수를 100배 했을 때 hedge ratio는 1.006952로 즉 코스피 200이 1포인트 오를때 kodex200의 가격은 100.6952원이 오를 것을 예상할 수 있다. 따라서 10월 29일의 매입 주식수를 x라 했을 때 $x * 100.6952 = 250000 * 0.5940$ 이 되어야 하므로 x는 1474.7476주가 되고, 이후의 날짜에서도 같은 방식으로 델타헷징하였다.

Delta Hedging Data

Aa 날짜	☎ 매입주식수	≡ 매입비용	≡ 누적비용	☎ 이자비용
<u>2021/12/09</u>	<u>0.248273999</u>	9,912	98,706,672	<u>3488.58992</u>
<u>2021/12/08</u>	<u>20.85501593</u>	830,134	98,693,272	<u>3488.116308</u>
<u>2021/12/07</u>	<u>192.1640753</u>	7,615,462	97,859,679	<u>3458.654646</u>
<u>2021/12/06</u>	<u>264.4118091</u>	10,392,706	90,241,028	<u>3189.388639</u>
<u>2021/12/03</u>	<u>250.2601912</u>	9,817,707	79,845,499	<u>2821.979488</u>
<u>2021/12/02</u>	<u>688.4637997</u>	26,805,338	70,025,317	<u>2474.904788</u>
<u>2021/12/01</u>	<u>794.4767973</u>	30,452,296	43,218,452	<u>1527.469741</u>
<u>2021/11/30</u>	<u>-659.4157418</u>	-24,681,931	12,765,705	<u>451.1783098</u>
<u>2021/11/29</u>	<u>-345.5974068</u>	-13,203,549	37,446,313	<u>1323.46503</u>
<u>2021/11/26</u>	<u>-551.6648261</u>	-21,244,612	50,648,072	<u>1790.054793</u>
<u>2021/11/25</u>	<u>-200.1088433</u>	-7,850,270	71,890,143	<u>2540.813331</u>
<u>2021/11/24</u>	<u>-34.26181188</u>	-1,354,027	79,737,595	<u>2818.165819</u>
<u>2021/11/23</u>	<u>-100.3026957</u>	-3,971,987	81,088,756	<u>2865.919898</u>
<u>2021/11/22</u>	<u>493.3204363</u>	19,708,151	85,057,736	<u>3006.195578</u>
<u>2021/11/19</u>	<u>218.2328453</u>	8,520,901	65,347,275	<u>2309.568755</u>
<u>2021/11/18</u>	<u>-131.0886716</u>	-5,080,997	56,824,366	<u>2008.343554</u>
<u>2021/11/17</u>	<u>-274.0944951</u>	-10,667,758	61,903,175	<u>2187.843903</u>
<u>2021/11/16</u>	<u>-5.213753982</u>	-205,500	72,568,368	<u>2564.783818</u>
<u>2021/11/15</u>	<u>244.3016152</u>	9,646,249	72,771,296	<u>2571.955908</u>
<u>2021/11/12</u>	<u>273.3496731</u>	10,670,204	63,122,816	<u>2230.949671</u>
<u>2021/11/11</u>	<u>-16.38608394</u>	-632,912	52,450,757	<u>1853.767116</u>
<u>2021/11/10</u>	<u>-244.7981632</u>	-9,456,553	53,081,794	<u>1876.069836</u>

Aa 날짜	☎ 매입주식수	≡ 매입비용	≡ 누적비용	☎ 이자비용
<u>2021/11/09</u>	<u>48.16515584</u>	1,880,609	62,536,137	<u>2210.214675</u>
<u>2021/11/08</u>	<u>-4.220657986</u>	-164,374	60,653,384	<u>2143.672565</u>
<u>2021/11/05</u>	<u>-85.40625571</u>	-3,330,417	60,815,609	<u>2149.406052</u>
<u>2021/11/04</u>	<u>111.7232996</u>	4,375,643	64,143,758	<u>2267.032854</u>
<u>2021/11/03</u>	<u>-265.6531791</u>	-10,345,863	59,766,003	<u>2112.309847</u>
<u>2021/11/02</u>	<u>250.0119172</u>	9,876,721	70,109,388	<u>2477.876109</u>
<u>2021/11/01</u>	<u>76.22011774</u>	2,971,441	60,230,539	<u>2128.727931</u>
<u>2021/10/29</u>	<u>1474.747555</u>	57,257,074	57,257,074	<u>2023.63676</u>

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
날짜	코스피200	Call 385 증가	옵션이론가	델타	KODEX200	매입주식수	매입비용	누적비용	이자비용
2021/12/09	401.13	14.25	16.14	1.0000	39,925	0.248273999	9,912	98,706,672	3488.58992
2021/12/08	397.27	12.70	12.28	0.9999	39,805	20.85501593	830,134	98,693,272	3488.116308
2021/12/07	396.31	11.40	11.35	0.9915	39,630	192.1640753	7,615,462	97,859,679	3458.654646
2021/12/06	392.85	8.66	8.12	0.9141	39,305	264.4118091	10,392,706	90,241,028	3189.388639
2021/12/03	391.96	8.85	7.93	0.8076	39,230	250.2601912	9,817,707	79,845,499	2821.979488
2021/12/02	389.64	7.01	6.40	0.7068	38,935	688.4637997	26,805,338	70,025,317	2474.904788
2021/12/01	383.13	3.41	2.89	0.4295	38,330	794.4767973	30,452,296	43,218,452	1527.469741
2021/11/30	373.24	1.30	0.48	0.1095	37,430	-659.4157418	-24,681,931	12,765,705	451.1783098
2021/11/29	381.63	3.86	2.49	0.3751	38,205	-345.5974068	-13,203,549	37,446,313	1323.46503
2021/11/26	385.07	5.04	4.57	0.5143	38,510	-551.6648261	-21,244,612	50,648,072	1790.054793
2021/11/25	391.93	9.48	8.99	0.7365	39,230	-200.1088433	-7,850,270	71,890,143	2540.813331
2021/11/24	395.4	12.10	11.81	0.8171	39,520	-34.26181188	-1,354,027	79,737,595	2818.165819
2021/11/23	396.44	13.30	12.79	0.8309	39,600	-100.3026957	-3,971,987	81,088,756	2865.919898
2021/11/22	399.07	15.75	15.13	0.8713	39,950	493.3204363	19,708,151	85,057,736	3006.195578
2021/11/19	390.53	9.06	8.73	0.6726	39,045	218.2328453	8,520,901	65,347,275	2309.568755
2021/11/18	387.44	7.76	6.93	0.5847	38,760	-131.0886716	-5,080,997	56,824,366	2008.343554
2021/11/17	389.44	8.70	8.29	0.6375	38,920	-274.0944951	-10,667,758	61,903,175	2187.843903
2021/11/16	394.07	12.20	11.58	0.7479	39,415	-5.213753982	-205,500	72,568,368	2564.783818
2021/11/15	394.36	12.65	11.92	0.7500	39,485	244.3016152	9,646,249	72,771,296	2571.955908
2021/11/12	390.38	9.95	9.42	0.6516	39,035	273.3496731	10,670,204	63,122,816	2230.949671
2021/11/11	385.97	7.42	6.87	0.5415	38,625	-16.38608394	-632,912	52,450,757	1853.767116
2021/11/10	386.24	8.05	7.13	0.5481	38,630	-244.7981632	-9,456,553	53,081,794	1876.069836
2021/11/09	390.36	10.85	9.67	0.6467	39,045	48.16515584	1,880,609	62,536,137	2210.214675
2021/11/08	389.59	10.55	9.29	0.6273	38,945	-4.220657986	-164,374	60,653,384	2143.672565
2021/11/05	389.86	10.50	9.78	0.6290	38,995	-85.40625571	-3,330,417	60,815,609	2149.406052
2021/11/04	391.54	12.30	10.97	0.6634	39,165	111.7232996	4,375,643	64,143,758	2267.032854
2021/11/03	389.48	15.00	9.75	0.6184	38,945	-265.6531791	-10,345,863	59,766,003	2112.309847
2021/11/02	394.82	15.00	13.37	0.7254	39,505	250.0119172	9,876,721	70,109,388	2477.876109
2021/11/01	389.81	12.20	10.04	0.6247	38,985	76.22011774	2,971,441	60,230,539	2128.727931
2021/10/29	388.47	10.80	9.50	0.5940	38,825	1474.747555	57,257,074	57,257,074	2023.63676

7.

6번에서 계산한 델타 헷징 비용은

+12월 9일 시점에서 가진 kodex주식을 모두 매도(+39925*2482.739992)

-누적비용 (-98706672)

-옵션 정산 (-250000 * (401.13-385))

=-361만5778원

이 나온다

이는 처음 콜옵션 매도시 얻는 수익인 $10.8 * 250000 = 270$ 만원과 유사하다